

Научная статья

УДК 531.36

doi: 10.17223/19988621/89/7

Демпфирование внеплоскостных колебаний сферического объекта при его бесконтактной транспортировке ионным потоком

Александр Сергеевич Ледков¹, Алексей Александрович Белов²

^{1, 2} Самарский национальный исследовательский университет им. С.П. Королева,
Самара, Россия

¹ ledkov@inbox.ru

² belov-developer@mail.ru

Аннотация. Исследуется процесс бесконтактной транспортировки объекта космического мусора сферической формы под воздействием ионного потока, генерируемого двигателем активного космического аппарата. Найден закон оптимального управления тягой двигателя активного космического аппарата, позволяющий демпфировать колебания центра масс космического мусора в направлении, перпендикулярном плоскости орбитального движения. Проведено численное моделирование спуска, подтверждающее корректность найденного закона.

Ключевые слова: космический мусор, бесконтактная транспортировка, ионный поток, закон управления, метод Беллмана

Благодарности: Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-19-00160, <https://rscf.ru/project/22-19-00160/>

Для цитирования: Ледков А.С., Белов А.А. Демпфирование внеплоскостных колебаний сферического объекта при его бесконтактной транспортировке ионным потоком // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2024. № 89. С. 89–102. doi: 10.17223/19988621/89/7

Original article

Damping of out-of-plane oscillations of a spherical object during contactless transportation by an ion beam

Aleksandr S. Ledkov¹, Aleksey A. Belov²

^{1, 2} Samara National Research University, Samara, Russian Federation

¹ ledkov@inbox.ru

² belov-developer@mail.ru

Abstract. This paper is devoted to the problem of space debris removal from near-Earth orbits. The ion-beam shepherd concept is used as the basis for this study. A spherical

space debris object is transported by an ion beam generated by an active spacecraft engine. The relative motion of space debris with respect to an active spacecraft is studied. The active spacecraft is supposed to be a material point moving in a circular orbit. The center of mass of space debris can oscillate with respect to the orbit plane during transportation. The purpose of this study is to derive the optimal control law for the thrust force of an active spacecraft engine that provides the fastest damping of out-of-plane oscillations. The Bellman equation is used to develop the optimal control law. The numerical simulation of space debris deorbiting reveals the accuracy of the proposed control law. It is shown that periodic engine shutdown does not significantly increase the deorbiting time.

Keywords: space debris, contactless transportation, ion beam, control law, Bellman equation

Acknowledgments: This work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 22-19-00160, <https://rscf.ru/en/project/22-19-00160/>).

For citation: Ledkov, A.S., Belov, A.A. (2024) Damping of out-of-plane oscillations of a spherical object during contactless transportation by an ion beam. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 89. pp. 89–102. doi: 10.17223/19988621/89/7

Введение

Космический мусор – это искусственно созданные объекты, находящиеся в околоземном космическом пространстве. К ним относятся нефункционирующие спутники, ступени ракет, куски обшивки космических аппаратов [1]. Особую опасность представляет крупногабаритный космический мусор, размер которого превышает в диаметре 10 см. Попадание такого объекта в космический аппарат может вывести его из строя и при неблагоприятном стечении обстоятельств запустить цепь столкновений с другими орбитальными объектами. Это может привести к резкому росту числа объектов космического мусора, что поставит под угрозу использование космического пространства в практических целях [2]. Данную проблему предлагается решать уводом космического мусора в низкие слои атмосферы либо на специальные орбиты захоронения.

В настоящее время в научной литературе обсуждается несколько способов увода космического мусора. Они делятся на контактные и бесконтактные [3]. Первые подразумевают прямой механический контакт с объектом космического мусора и требуют применения специальных роботов-манипуляторов [4], гарпунов [5] или сетей [6]. Однако захват неуправляемого объекта в космосе является довольно сложной и небезопасной задачей. Бесконтактная транспортировка осуществляется за счет оказания дистанционного силового воздействия на космический мусор и не требует стыковки с ним. На низких околоземных орбитах возможно использование ионного потока [7] и лазера [8]. На геостационарной орбите применимы способы увода с помощью электростатического [9] и гравитационного воздействия [10].

В данной работе моделируется процесс транспортировки космического мусора с помощью воздействия на него ионным потоком. Суть метода заключается в следующем: активный космический аппарат движется на некотором безопасном расстоянии от космического мусора и «обдувает» его потоком частиц, генерируемых электрореактивным двигателем. Врезаясь в поверхность объекта, частицы

оказывают на него силовое воздействие, которое тормозит космический мусор и позволяет уменьшить высоту его орбиты. Проблемы, возникающие в процессе транспортировки, исследуются в статье [11].

Задаче управления активным космическим аппаратом в процессе бесконтактной ионной транспортировки посвящены работы [12, 13]. В статье [14] описана проблема возникновения колебаний в направлении, перпендикулярном плоскости орбиты, в процессе операции увода космического мусора. Был предложен способ их демпфирования за счет изменения направления оси ионного потока. Для этого требуется переориентация активного космического аппарата в процессе транспортировки, что является довольно энергозатратной задачей [15], либо установка, генерирующая поток двигателя на поворотную платформу, что приведет к усложнению конструкции активного космического аппарата.

В настоящей работе предлагается демпфировать внеплоскостные колебания космического мусора за счет изменения силы тяги генерирующего ионный поток двигателя активного космического аппарата без изменения его направления. Цель работы заключается в поиске оптимального по быстродействию закона управления силой тяги двигателя, обеспечивающего демпфирование этих колебаний. Предполагается, что активный космический аппарат является материальной точкой и движется по круговой орбите. Объект космического мусора имеет сферическую форму, и его центр масс находится в геометрическом центре. Смещение сферы из плоскости орбиты мало. Для описания силы, действующей на космический мусор, используются приближенные формулы, полученные в работе [16]. Для достижения поставленной цели будет исследована математическая модель движения системы, состоящей из активного космического аппарата и объекта космического мусора. На основе линеаризованного уравнения, описывающего движение в направлении, перпендикулярном плоскости орбиты, с помощью метода Беллмана будет найдено оптимальное по быстродействию управление и проведено моделирование процесса транспортировки объекта космического мусора.

Математическая модель

Для описания движения космического мусора относительно активного космического аппарата введем орбитальную систему координат $Axyz$ с началом в центре масс активного космического аппарата (рис. 1). Ось Ax направлена вдоль вектора положения активного космического аппарата. В рассматриваемом случае для круговой орбиты ось Ay направлена перпендикулярно оси Ax в сторону, противоположную орбитальному движению так, что вектор скорости и ось Ay составляют угол более 90° . Ось Az дополняет систему координат $Axyz$ до правой.

Движение космического мусора относительно активного космического аппарата описывается следующими уравнениями [16]:

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2n\dot{y} - 3n^2x = \frac{F_{Bx}}{m_B} - \frac{F_{Ax}}{m_A}, \\ \ddot{y} + 2n\dot{x} = \frac{F_{By}}{m_B} - \frac{F_{Ay}}{m_A}, \\ \ddot{z} + n^2z = \frac{F_{Bz}}{m_B} - \frac{F_{Az}}{m_A}, \end{cases} \quad (1)$$

где x, y и z – координаты центра масс объекта космического мусора в орбитальной системе координат; m_A и m_B – массы активного космического аппарата и космического мусора соответственно; F_{Ax}, F_{Ay}, F_{Az} – силы, действующие на активный космический аппарат, F_{Bx}, F_{By}, F_{Bz} – силы, действующие на объект космического мусора вдоль осей Ox, Oy и Oz соответственно; $n = \sqrt{\mu r^{-3}}$ – средняя угловая скорость вращения активного космического аппарата вокруг Земли; r – модуль вектора положения активного космического аппарата.

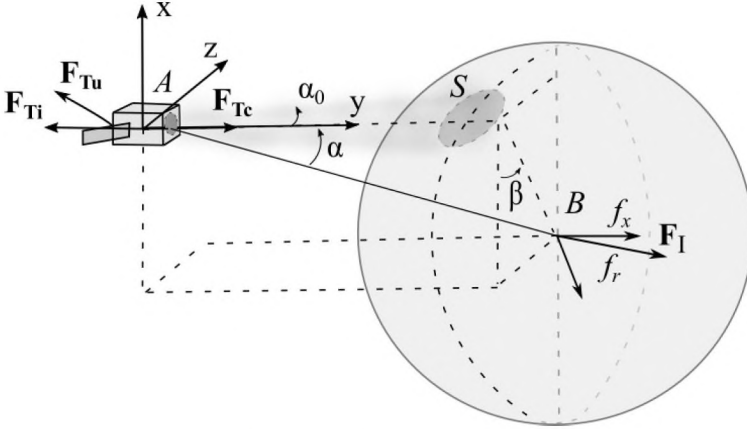


Рис. 1. Механическая система: A – активный космический аппарат; B – объект космического мусора; S – область воздействия ионного потока; $\mathbf{F}_{Ti}, \mathbf{F}_{Tu}, \mathbf{F}_{Tc}$ – силы, действующие на активный космический аппарат; $\mathbf{F}_I$ – вектор силы ионного потока, действующей на космический мусор; f_x, f_r – компоненты вектора $\mathbf{F}_I$; α_0 – угол полураствора ионного потока
Fig. 1. Mechanical system: A is the active spacecraft; B is the space debris; S is the area under ion beam effect; $\mathbf{F}_{Ti}, \mathbf{F}_{Tu},$ and $\mathbf{F}_{Tc}$ are the forces acting on the spacecraft; $\mathbf{F}_I$ is the vector of the ion beam force acting on the space debris; f_x and f_r are the components of $\mathbf{F}_I$ vector; and α_0 is the ion beam divergence angle

Вектор силы ионного потока на космический мусор имеет вид:

$$\mathbf{F}_I = [-F_{Ti}f_r \cos \beta, F_{Ti}f_x, F_{Ti}f_r \sin \beta]^T, \quad (2)$$

где F_{Ti} – сила тяги электрореактивного двигателя, f_r, f_x – радиальные и касательные проекции нормированных сил воздействия ионного потока, определяемые выражениями [16]

$$f_r = (1 - \eta_B) \left(\frac{3\chi^2}{1 - \chi^2 \tan^2 \alpha_0} \alpha + O(\alpha^4) \right), \quad (3)$$

$$f_x = \eta_B \left(1 - \frac{9\chi^2 (\chi^2 \tan^4 \alpha_0 - \tan^2 \alpha_0 + 2)}{2 \tan^2 \alpha_0 (1 - \chi^2 \tan^2 \alpha_0)} \alpha^2 + O(\alpha^3) \right), \quad (4)$$

где η_B – коэффициент, определяемый выражением

$$\eta_B = 1 - \exp \left(-\frac{3\chi^2}{1 - \chi^2 \tan^2 \alpha_0} \right), \quad (5)$$

где α_0 – угол полураствора конуса, внутри которого сосредоточено 95% ионов потока [17], $\chi = R_{sp} (\rho \tan \alpha_0)^{-1}$, R_{sp} – радиус сферы. Предполагается, что угол α_0 достаточно мал и все частицы достигают поверхности сферического космического мусора. Углы α и β определяются следующими соотношениями:

$$\cos \alpha = \frac{y}{\rho}, \quad \sin \alpha = \frac{\sqrt{x^2 + z^2}}{\rho}, \quad \cos \beta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + z^2}}, \quad \sin \beta = \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}}, \quad (6)$$

где $\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Предполагается, что активный космический аппарат сохраняет свою ориентацию в процессе транспортировки, и ось ионного потока остается все время параллельной оси Oy . Двигатель, генерирующий ионный поток, создает тягу F_{Ti} . Для того чтобы активный космический аппарат оставался около объекта космического мусора, эта тяга должна быть компенсирована противоположно направленным двигателем F_{TC} . Результирующая сила, создаваемая этими двумя двигателями, имеет в орбитальной системе координат проекции

$$F_x^A = 0, \quad F_y^A = F_{TC} - F_{Ti} = \frac{m_A}{m_B} F_{Ti} n_{B0}, \quad F_z^A = 0, \quad (7)$$

где $\eta_{B0} = 1 - \exp\left(-\frac{3R_{sp}^2}{(y^* - R_{sp}^2) \tan^2 \alpha_0}\right)$ – коэффициент, характеризующий эффек-

тивность передачи силового импульса для положения космического мусора, заданного координатами $x = 0$, $y = y^*$, $z = 0$. Это положение космического мусора является неустойчивым, и для его поддержания требуется корректировка положения активного космического аппарата в процессе транспортировки. При наличии датчиков, определяющих положение и скорость активного космического аппарата относительно космического мусора, эту задачу можно решить с помощью подруливающих двигателей, создающих тягу $F_{Tu} = [F_x^u, F_y^u]^T$ во взаимно перпендикулярных направлениях в плоскости орбиты. В работе [18] показано, что для стабилизации движения по координатам x и y достаточно использовать двигатель, генерирующий тягу в направлении оси Oy :

$$\begin{cases} F_x^u = 0, \\ F_y^u = m_A n^2 k_{px} x + m_A n k_{vx} \dot{x} + m_A n^2 k_{py} (y - y^*) + m_A n k_{vy} \dot{y}, \end{cases} \quad (8)$$

где y^* – требуемое расстояние между активным космическим аппаратом и космическим мусором; k_{px} , k_{vx} , k_{py} , k_{vy} – коэффициенты управления тягой.

Силы, входящие в правую часть уравнений (1), будут определяться следующим образом:

$$F_{Ax} = F_x^u, \quad F_{Ay} = F_y^u + F_y^A, \quad F_{Az} = 0, \quad (9)$$

$$F_{Bx} = F_x^I, \quad F_{By} = F_y^I, \quad F_{Bz} = F_z^I. \quad (10)$$

Подставляя правые части (9), (10) в уравнения (1), получим систему уравнений движения механической системы

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2n\dot{y} - 3n^2x = -\frac{F_{Ti}f_r \cos \beta}{m_B}, \\ \ddot{y} + 2n\dot{x} = n^2k_{px}x + nk_{vx}\dot{x} + n^2k_{py}(y - y^*) + nk_{vy}\dot{y} + \frac{F_{Ti}f_x}{m_B} - \frac{F_{Ti}n_{B0}}{m_B}, \\ \ddot{z} + n^2z = \frac{F_{Ti}f_r \sin \beta}{m_B}. \end{cases} \quad (11)$$

Для поиска коэффициентов управления тягой подруливающих двигателей k_{px} , k_{vx} , k_{py} , k_{vy} , входящих в (8), можно воспользоваться теоремой Ляпунова об асимптотической устойчивости по первому приближению. Подставим (3), (4), (6) в уравнения (11) и линеаризуем правые части первых двух уравнений:

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2n\dot{y} - 3n^2x = bx, \\ \ddot{y}_1 + 2n\dot{x} = nk_{vx}\dot{x} + n^2k_{px}x + nk_{vy}\dot{y}_1 + (n^2k_{py} + c)y_1, \end{cases} \quad (12)$$

где $y_1 = y - y^*$, $b = -\frac{3R_{sp}^2 \cot^2 \alpha_0}{(y^{*2} - R_{sp}^2)m_B y^*} \exp\left(\frac{3R_{sp}^2 \cot^2 \alpha_0}{(R_{sp}^2 - y^{*2})}\right)$, $c = 2b \frac{y^{*2}}{y^{*2} - R_{sp}^2}$.

Запишем систему (12) в матричной форме $q' = Aq$, где $q = [x, y_1, \dot{x}, \dot{y}_1]^T$,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3n^2 + b & 0 & 0 & 2n \\ n^2k_{px} & n^2k_{py} + c & nk_{vx} - 2n & nk_{vy} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Для асимптотической устойчивости положения $x = 0$, $y_1 = 0$ нужно подобрать коэффициенты управления двигателями таким образом, чтобы корни характеристического многочлена

$$\begin{aligned} \lambda^4 - \lambda^3 k_{vy} n - \lambda^2 (b + c + (2k_{vx} + k_{py} - 1)n^2) + \lambda n (bk_{vy} + (3k_{vy} - 2k_{px})n^2) + \\ + (b + 3n^2)(c + k_{py}n^2) = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

имели отрицательные вещественные части. Эта задача может быть решена численно.

Поиск закона оптимального управления силой тяги

Рассмотрим последнее уравнение системы (11). Будем решать задачу о нахождении оптимального по быстродействию управления силой тяги двигателя, генерирующего ионный поток, которое позволит перевести изображающую точку из некоторого начального положения $(z_0, \dot{z}_0)$ в точку $(0, 0)$. Используем принцип Беллмана [19]. Зафиксируем координаты $x = x^* = 0$, $y = y^*$ и разложим третье уравнение системы (11) в ряд Маклорена по z :

$$\ddot{z} = -\frac{3e^{\left(\frac{3R_{sp}^2 \cot^2 \alpha_0}{R_{sp}^2 - x^{*2} - y^{*2}}\right)} F_{Ti} R_{sp}^2 \arccos\left(\frac{y^*}{\sqrt{x^{*2} + y^{*2}}}\right) \cot^2 \alpha_0}{m_B x^* (x^{*2} + y^{*2} - R_{sp}^2)} z - n^2 z + O(z)^2. \quad (15)$$

Обозначим коэффициент

$$a = \frac{3e^{\left(\frac{3R_{sp}^2 \cot^2 \alpha_0}{x_*^2 + y_*^2 - R_{sp}^2}\right)} R_{sp}^2 \arccos\left(\frac{y_*}{\sqrt{x_*^2 + y_*^2}}\right) \cot^2 \alpha_0}{m_B x_* (x_*^2 + y_*^2 - R_{sp}^2)}. \quad (16)$$

Отбрасывая нелинейные члены, перепишем (15) с учетом (16) в виде:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ \dot{z}_2 = -n^2 z_1 - u a z_1, \end{cases} \quad (17)$$

где $z_1 = z$, $z_2 = \dot{z}$ – компоненты вектора состояния $\mathbf{z}$; $F_{Ti} = u(z_1, z_2, t) F_{\max}$ – управление, $u(z_1, z_2, t) \in [0, 1]$, $F_{\max}$ – максимальная сила тяги двигателя, $t \in [0, T]$. С учетом введенных замен конечное положение системы определяется вектором $\mathbf{z}_T = (0, 0)$. Функционал качества управления имеет вид:

$$J = \int_0^T dt, \quad \forall \mathbf{z}_0 \in R. \quad (18)$$

Составим уравнение Беллмана и граничное условие:

$$\min_{u \in [0, 1]} \left\{ \frac{\partial \Phi^B}{\partial t} + \frac{\partial \Phi^B}{\partial z_1} z_2 + \frac{\partial \Phi^B}{\partial z_2} (-n^2 - u a) z_1 + 1 \right\} = 0, \quad \Phi^B(T, \mathbf{z}_T) = 0. \quad (19)$$

Так как все траектории системы должны попасть в точку $z = (0, 0)$ при $t = T$, то граничное условие определено только в этой точке. Найдем структуру оптимального управления из условия минимума выражения в фигурных скобках в (19):

$$u(z_1, z_2, t) = -\text{sign}\left(\frac{\partial \Phi^B}{\partial z_2} z_1\right). \quad (20)$$

Выражение (20) говорит о том, что управление будет релейным, т.е. будет обеспечиваться периодическим включением ($u = 1$) и выключением ($u = 0$) двигателя. При $u = 1$ найдем решение уравнения (19):

$$\Phi^B = -\frac{1}{2} \left(\left(\frac{a}{n^2} \right)^2 z_1^2 + z_2^2 \right) - t. \quad (21)$$

Функция (21) удовлетворяет уравнению Беллмана (19) при

$$\frac{\partial \Phi^B}{\partial z_2} z_1 = -z_1 z_2 > 0. \quad (22)$$

Это условие выполняется для точек $(z_1, z_2) \in M_1$, где область M_1 определяется как $M_1 = ((z_1 > 0 \cap z_2 > 0) \cup (z_1 < 0 \cap z_2 < 0))$. В области $M_2 = ((z_1 \geq 0 \cap z_2 \leq 0) \cup (z_1 \leq 0 \cap z_2 \geq 0))$ выполняется условие $\frac{\partial \Phi^B}{\partial z_2} = 0$, соответствующее случаю $u = 0$.

Искомое оптимальное управление имеет вид:

$$u = \begin{cases} 1, & (z_1, z_2) \in M_1, \\ 0, & (z_1, z_2) \in M_2. \end{cases} \quad (23)$$

На рис. 2 показаны области M_1 , M_2 и пример фазовых траекторий, полученных при $u = 1$ и $u = 0$.

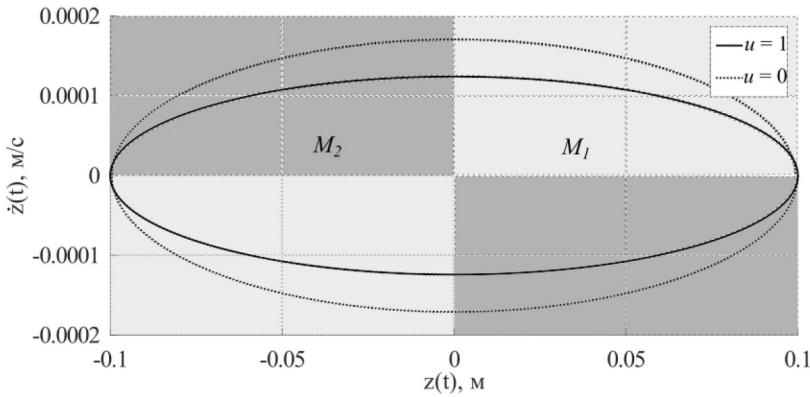


Рис. 2. Фазовые траектории при $u = 1$ и $u = 0$. В области M_1 двигатель включен, в области M_2 – выключен

Fig. 2. Phase trajectories for $u = 1$ and $u = 0$. The ion engine is turned on in area M_1 and off in area M_2

Полученное управление является оптимальным для случая фиксированных координат x и y . В следующем разделе с помощью численного моделирования будет показано, что предлагаемое управление (23) обеспечивает демпфирование внеплоскостных колебаний объекта и в случае использования исходной системы уравнений (11).

Численное моделирование

Рассмотрим систему, представленную на рис. 1 с параметрами из таблицы. Проведем численное моделирование спуска объекта космического мусора с высоты $h_0 = 500$ км до $h_k = 100$ км.

Параметры механической системы

Параметры	Значение
Радиус сферы R_{sp} , м	2
Масса космического аппарата m_A , кг	500
Масса космического мусора m_B , кг	5 000
Угол полураствора ионного потока α_0 , °	10
Требуемое расстояние y^* , м	10
Максимальная сила тяги двигателя F_{max} , Н	0.1
Эффективная скорость истечения рабочего тела (ксенон) двигателей V_{eff} , м/с	71 580

Для этого проинтегрируем систему уравнений (11) при начальных условиях $x(0) = 0.001$ м, $y(0) = 10.01$ м, $z(0) = 0.05$ м, $\dot{x}(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 0$, $\dot{z}(0) = 0$. (24)

В качестве коэффициентов управления выберем $k_{px} = 3$, $k_{vx} = -4$, $k_{py} = 1$, $k_{vy} = -1$. В этом случае корни многочлена (14) имеют отрицательные вещественные части $\lambda_{1,2} = -0.000351 \pm 0.003i$, $\lambda_{3,4} = -0.000203 \pm 0.005i$, а значит, положение $x = 0$, $y = y^*$ асимптотически устойчиво по Ляпунову.

Для оценки затрат топлива, необходимых для транспортировки, воспользуемся формулой, полученной в [20]:

$$\dot{m}_T = \dot{m}_{Ti} + \dot{m}_{Tc} + \dot{m}_{Tu} = \frac{|\mathbf{F}_{Ti}| + |\mathbf{F}_{Tc}| + |\mathbf{F}_{Tu}|}{V_{eff}}, \quad (25)$$

где m_{Ti} – масса топлива, затраченного двигателем, генерирующим ионный поток, m_{Tc} – масса топлива, затраченного компенсирующим двигателем, m_{Tu} – масса топлива, затраченного подруливающим двигателем, m_T – суммарная масса топлива, затраченного в процессе транспортировки.

Сравним два случая. В первом случае транспортировка будет осуществлена с постоянной по величине силой тяги $F_{Ti} = F_{\max}$ двигателя. Во втором случае будем использовать закон управления (23). Результаты моделирования представлены на рис. 3–5.

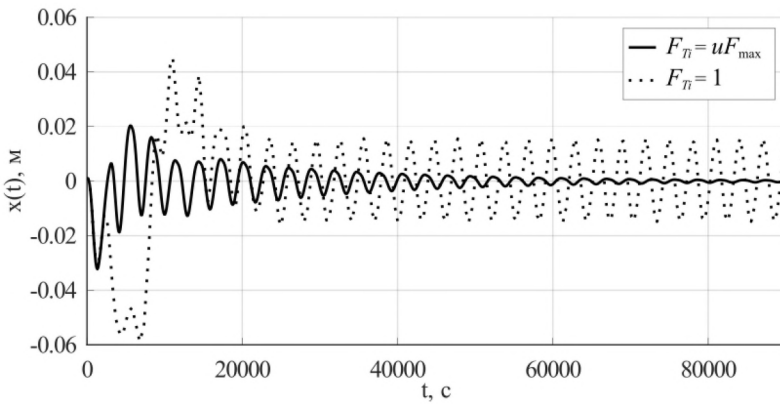


Рис. 3. Зависимость координаты $x(t)$ от времени при управляемом движении (сплошная линия) и неуправляемом движении (точечная линия)
Fig. 3. Relative position of time dependences $x(t)$ for the controlled (solid line) and uncontrolled (dotted line) motion

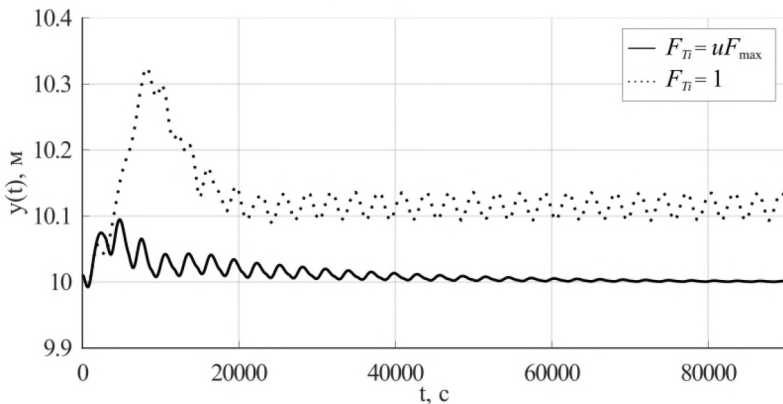


Рис. 4. Зависимость координаты $y(t)$ от времени при управляемом движении (сплошная линия) и неуправляемом движении (точечная линия)
Fig. 4. Relative position of time dependences $y(t)$ for the controlled (solid line) and uncontrolled (dotted line) motion

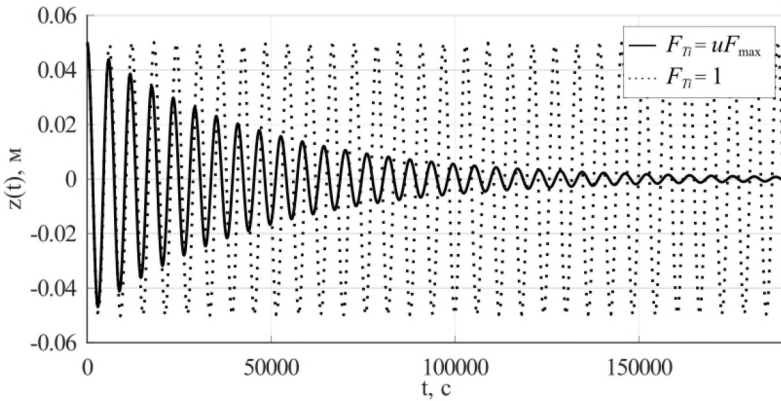


Рис. 5. Зависимость координаты $z(t)$ от времени при управляемом движении (сплошная линия) и неуправляемом движении (точечная линия)
Fig. 5. Relative position of time dependences $z(t)$ for the controlled (solid line) and uncontrolled (dotted line) motion

Из рис. 3, 4 видно, что при транспортировке без управления тягой $F_{Ti} = F_{\max}$ наблюдаются колебания вдоль координаты z . Наличие этих колебаний приводит к тому, что управление (8) неспособно перевести объект космического мусора в требуемое положение $x = 0, y = y^*$. При использовании управления (23) совместно с (8) наблюдается демпфирование колебаний по всем направлениям.

Задача демпфирования колебаний космического мусора была сведена к довольно простой математической модели, которая позволила с помощью известных математических методов получить закон оптимального управления. При приближении к реальной ситуации неизбежно возникают ошибки, связанные с неточными показаниями датчиков, измеряющих положение и скорость активного космического аппарата относительно космического мусора.

Построим численно область в пространстве начального положения и скорости $(z_0, \dot{z}_0)$, для которой управление (23) позволяет перевести изображающую точку в начало координат (рис. 6). Равномерно разобьем диапазоны $z_0 \in [-0.15, 0.15]$ с шагом 0.002 и $\dot{z}_0 \in [-0.00015, 0.00015]$ с шагом 0.000001. Взяв полученные точки в качестве начальных условий, будем численно интегрировать систему уравнений (11), используя закон управления (23). Если в ходе управляемого движения точка (x, y, z) последовательно приближается к положению равновесия $(0, y^*, 0)$, т.е. максимумы функции $\sqrt{x^2 + (y - y^*)^2 + z^2}$ уменьшаются с течением времени, то предлагаемое управление позволяет решить рассматриваемую задачу. Такая точка $(z_0, \dot{z}_0)$ показана на диаграмме (см. рис. 6) серым цветом (область M). Если с течением времени максимумы функции $\sqrt{x^2 + (y - y^*)^2 + z^2}$ увеличиваются, то управление неэффективно. Такие точки показаны на диаграмме белым цветом.

Поскольку при спуске с управлением u двигатель, генерирующий ионный поток, периодически выключается, то изменится время транспортировки. В рассматриваемом примере время спуска с высоты 500 км до 100 км без использова-

ния управления при силе тяги $F_{Ti} = 0.1 \text{ Н}$ составляет 138 дней [20]. Всего за время транспортировки будет израсходовано приблизительно 33.56 кг топлива.

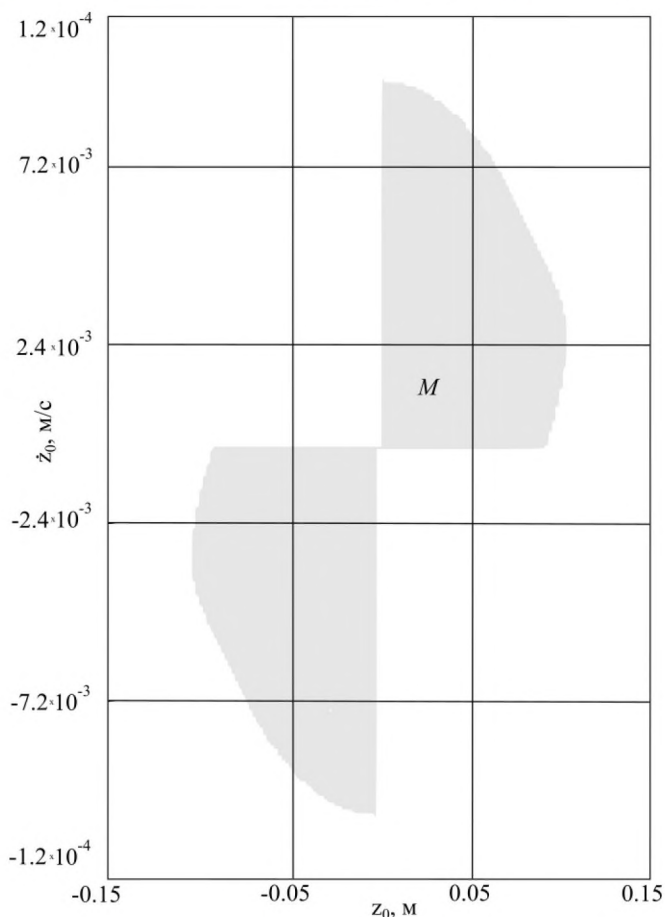


Рис. 6. Область M устойчивого управления

Fig. 6. Stable control area M

При спуске с использованием управления (23) $F_{Ti} = F_{\max}$ и процесс транспортировки потребует 32.75 кг топлива и займет 139 дней.

Заключение

В работе рассмотрен процесс транспортировки объекта космического мусора сферической формы с помощью ионного потока. Исследовано движение центра масс космического мусора относительно активного космического аппарата. С помощью метода Беллмана найдено оптимальное по быстродействию управление, обеспечивающее демпфирование колебаний активного космического аппарата в направлении, перпендикулярном плоскости орбиты. Проведено численное моделирование спуска объекта космического мусора с орбиты, результаты которого

показали корректность работы закона управления. Выявлено, что периодическое выключение двигателя, генерирующего ионный поток, незначительно влияет на время транспортировки. Полученные результаты дают очень грубую оценку по затратам топлива и предназначены для иллюстрации перспективности предлагаемого закона управления при транспортировке космического мусора ионным потоком. При подготовке конкретных миссий требуются разработка более точных математических моделей и проведение экспериментальных исследований с целью верификации и валидации полученных результатов.

Список источников

1. Вениаминов С.С., Червонов А.М. Космический мусор – угроза человечеству // Механика, управление и информатика. 2012. № 4. С. 2–191.
2. Kessler D.J., Cour-Palais B.G. Collision frequency of artificial satellites: The creation of a debris belt // Journal of Geophysical Research: Space Physics. 1978. V. 83 (A6). P. 2637–2646. doi: 10.1029/JA083iA06p02637
3. Ledkov A., Aslanov V. Review of contact and contactless active space debris removal approaches // Progress in Aerospace Sciences. 2022. V. 134. Art. 100858. doi: 10.1016/j.paerosci.2022.100858
4. Zhang W., Li F., Li J., Cheng Q. Review of On-Orbit Robotic Arm Active Debris Capture Removal Methods // Aerospace. 2023. V. 10 (1). Art. 13. doi: 10.3390/aerospace10010013
5. Sizov D.A., Aslanov V.S. Optimal thrust control during tether deployment after harpoon capture of space debris // AIP Conference Proceedings. AIP Publishing LLC. 2021. V. 2318 (1). Art. 050005. doi: 10.1063/5.0035876
6. Huang W., He D., Li Y., Zhang D., Zou H., Liu H., Yang W., Qin L., Fei Q. Nonlinear dynamic modeling of a tether-net system for space debris capture // Nonlinear Dynamics. 2022. V. 110 (3). P. 2297–2315. doi: 10.1007/s11071-022-07718-7
7. Bombardelli C., Pelaez J. Ion beam shepherd for contactless space debris removal // Journal of guidance, control, and dynamics. 2011. V. 34 (3). P. 916–920. doi: 10.2514/1.51832
8. Fang Y. Dynamic deorbit of small-sized space debris in near-Earth orbit in view of space-based pulse laser // Journal of Laser Applications. 2022. V. 34 (2). Art. 022018. doi: 10.2351/7.0000662
9. Aslanov V.S. Exact solutions and adiabatic invariants for equations of satellite attitude motion under Coulomb torque // Nonlinear Dynamics. 2017. V. 90. P. 2545–2556. doi: 10.1007/s11071-017-3822-5
10. Aslanov V.S. Gravitational trap for space debris in geosynchronous orbit // Journal of Spacecraft and Rocket. 2019. V. 56 (4). P. 1277–1281. doi: 10.2514/1.A34384
11. Colpari R., Sajjad N., Kiran A., Chakraborty M., Tripathi V., Baranwal P., Janardhana B., Stepanova D., Wischert D. Conceptual analysis for a technology demonstration mission of the ion beam shepherds. *CEAS Space Journal*. 2022. V. 15. P. 567–584. doi: 10.1007/s12567-022-00464-x
12. Obukhov V.A., Kirillov V.A., Petukhov V.G., Pokryshkin A.I., Popov G.A., Svitina V.V., Testoyedov N.A., Usovik I.V. Control of a service satellite during its mission on space debris removal from orbits with high inclination by implementation of an ion beam method // Acta Astronautica. 2022. V. 194. P. 390–400. doi: 10.1016/j.actaastro.2021.09.041
13. Obukhov V.A., Pokryshkin A.I., Svitina V.V. Thruster Rotation Angle Control During Contactless Removal of Space Debris Objects // Applied Mathematics and Computational Mechanics for Smart Applications. Singapore : Springer, 2021. P. 127–139. doi: 10.1007/978-981-33-4826-4
14. Khoroshylov S. Out-of-plane relative control of an ion beam shepherd satellite using yaw attitude deviations // Acta Astronautica. 2019. V. 164. P. 254–261. doi: 10.1016/j.actaastro.2019.08.016

15. Aslanov V.S., Ledkov A.S. Fuel costs estimation for ion beam assisted space debris removal mission with and without attitude control // *Acta Astronautica*. 2021. V. 187. P. 123–132. doi: 10.1016/j.actaastro.2021.06.028
16. Bombardelli C. Relative dynamics and control of an ion beam shepherd satellite // *Advances in the Astronautical Sciences*. 2012. V. 143. P. 2145–2158.
17. Alpatov A., Cichocki F., Fokov A., Khoroshylov S., Merino M., Zakrzhevskii A. Determination of the force transmitted by an ion thruster plasma plume to an orbital object // *Acta Astronautica*. 2016. V. 119. P. 241–251. doi: 10.1016/j.actaastro.2015.11.020
18. Alpatov A., Khoroshylov S., Bombardelli C. Relative control of an ion beam shepherd satellite using the impulse compensation thruster // *Acta Astronautica*. 2018. V. 151. P. 543–554. doi: 10.1016/j.actaastro.2018.06.056
19. Пятелев А.В., Бортаковский А.С. Теория управления в примерах и задачах. М. : Высшая школа, 2003. 585 с.
20. Ледков А.С., Белов А.А., Тчанников И.А. Сравнение эффективности использования лазерной абляции и ионного потока для бесконтактной уборки космического мусора с квазикруговой орбиты // *Труды МАИ*. 2022. № 127. doi: 10.34759/trd-2022-127-01

References

1. Veniaminov S.S., Chervonov A.M. (2012) Kosmicheskiy musor-ugroza chelovechestvu [Space debris is a threat to mankind]. Moscow: SIC RKO FBU.
2. Kessler D.J., Cour-Palais B.G. (1978) Collision frequency of artificial satellites: The creation of a debris belt. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. 83(A6). pp. 2637–2646. doi: 10.1029/JA083iA06p02637
3. Ledkov A., Aslanov V. (2022) Review of contact and contactless active space debris removal approaches. *Progress in Aerospace Sciences*. 134. Article 100858. doi: 10.1016/j.paerosci.2022.100858
4. Zhang W., Li F., Li J., Cheng Q. (2023) Review of on-orbit robotic arm active debris capture removal methods. *Aerospace*. 10(1). Article 13. doi: 10.3390/aerospace10010013
5. Sizov D.A., Aslanov V.S. (2021) Optimal thrust control during tether deployment after harpoon capture of space debris. *AIP Conference Proceedings*. 2318. Article 050005. doi: 10.1063/5.0035876
6. Huang W., He D., Li Y., Zhang D., Zou H., Liu H., Yang W., Qin L., Fei Q. (2022) Nonlinear dynamic modeling of a tether-net system for space debris capture. *Nonlinear Dynamics*. 110(3). pp. 2297–2315. doi: 10.1007/s11071-022-07718-7
7. Bombardelli C., Pelaez J. (2011) Ion beam shepherd for contactless space debris removal. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 34(3). pp. 916–920. doi: 10.2514/1.51832
8. Fang Y. (2022) Dynamic deorbit of small-sized space debris in near-Earth orbit in view of space-based pulse laser. *Journal of Laser Applications*. 34(2). Article 022018. doi: 10.2351/7.0000662
9. Aslanov V.S. (2017) Exact solutions and adiabatic invariants for equations of satellite attitude motion under Coulomb torque. *Nonlinear Dynamics*. 90. pp. 2545–2556. doi: 10.1007/s11071-017-3822-5
10. Aslanov V.S. (2019) Gravitational trap for space debris in geosynchronous orbit. *Journal of Spacecraft and Rockets*. 56(4). pp. 1277–1281. doi: 10.2514/1.A34384
11. Colpari R., Sajjad N., Kiran A., Chakraborty M., Tripathi V., Baranwal P., Janardhana B., Stepanova D., Wischert D. (2022) Conceptual analysis for a technology demonstration mission of the ion beam shepherds. *CEAS Space Journal*. 15. pp. 567–584. doi: 10.1007/s12567-022-00464-x
12. Obukhov V.A., Kirillov V.A., Petukhov V.G., Pokryshkin A.I., Popov G.A., Svotina V.V., Testoyedov N.A., Usovik I.V. (2022) Control of a service satellite during its mission on space debris removal from orbits with high inclination by implementation of an ion beam method. *Acta Astronautica*. 194. pp. 390–400. doi: 10.1016/j.actaastro.2021.09.041

13. Obukhov V.A., Pokryshkin A.I., Svotina V.V. (2021) Thruster rotation angle control during contactless removal of space debris objects. In: *Applied Mathematics and Computational Mechanics for Smart Applications: Proceedings of AMMAI 2020*. Singapore: Springer Singapore. pp. 127–139. doi: 10.1007/978-981-33-4826-4
14. Khoroshylov S. (2019) Out-of-plane relative control of an ion beam shepherd satellite using yaw attitude deviations. *Acta Astronautica*. 164. pp. 254–261. doi: 10.1016/j.actaastro.2019.08.016
15. Aslanov V.S., Ledkov A.S. (2021) Fuel costs estimation for ion beam assisted space debris removal mission with and without attitude control. *Acta Astronautica*. 187. pp. 123–132. doi: 10.1016/j.actaastro.2021.06.028
16. Bombardelli C., Urrutxua H., Merino M., Ahedo E., Peláez J. (2012) Relative dynamics and control of an ion beam shepherd satellite. *Advances in the Astronautical Sciences*. 143. pp. 2145–2158.
17. Alpatov A., Cichocki F., Fokov A., Khoroshylov S., Merino M., Zakrzhevskii A. (2016) Determination of the force transmitted by an ion thruster plasma plume to an orbital object. *Acta Astronautica*. 119. pp. 241–251. doi: 10.1016/j.actaastro.2015.11.020
18. Alpatov A., Khoroshylov S., Bombardelli C. (2018) Relative control of an ion beam shepherd satellite using the impulse compensation thruster. *Acta Astronautica*. 151. pp. 543–554. doi: 10.1016/j.actaastro.2018.06.056
19. Pantelev A.V., Bortakovskiy A.S. (2003) *Teoriya upravleniya v primerakh i zadachakh* [Control theory in examples and problems]. Moscow: Vysshaya shkola.
20. Ledkov A.S., Belov A.A., Tchannikov I.A. (2022) Svrnenie effektivnosti ispol'zovaniya lazernoy ablyatsii i ionnogo potoka dlya beskontaktnoy uborki kosmicheskogo musora s kvazikrugovoy orbity [Comparison of laser ablation and ion beam efficiency for contactless space debris deorbiting from a quasi-circular orbit]. *Trudy MAI*. 127. doi: 10.34759/trd-2022-127-01

Сведения об авторах:

Ледков Александр Сергеевич – кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической механики Самарского национального исследовательского университета им. С.П. Королева (Самара, Россия). E-mail: ledkov@inbox.ru

Белов Алексей Александрович – лаборант НИГ-63 (научно-исследовательская группа механики), бакалавр Самарского национального исследовательского университета им. С.П. Королева (Самара, Россия). E-mail: belov-developer@mail.ru

Information about the authors:

Ledkov Aleksandr S. (Candidate of Technical Sciences, Samara National Research University, Samara, Russian Federation). E-mail: ledkov@inbox.ru

Belov Aleksey A. (Samara National Research University, Samara, Russian Federation). E-mail: belov-developer@mail.ru

Статья поступила в редакцию 14.03.2023; принята к публикации 03.06.2024

The article was submitted 14.03.2023; accepted for publication 03.06.2024