

Научная статья

УДК 532.517+621.929

doi: 10.17223/19988621/88/13

Моделирование гидродинамики, теплообмена и процесса усреднения гранулированных сред в пневматическом циркуляционном аппарате

Александр Вениаминович Шваб¹, Сергей Валерьевич Мусин²

^{1, 2} Томский государственный университет, Томск, Россия

¹ avshvab@inbox.ru

² mmnt98@mail.ru

Аннотация. Проведено теоретическое исследование движения плотного слоя гранулированной среды в инерционном режиме в пневматическом циркуляционном аппарате. Для описания напряжений в такой среде использовалась модель неньютоновской жидкости. Результаты исследования показали существенное влияние граничных условий на динамику движения зернистой среды. На основе полученной гидродинамики проведено моделирование процесса усреднения ключевого и основного компонентов смеси. Показаны возможности увеличения интенсивности процессов смешения и теплообмена за счет введения в аппарат дополнительных кольцевых дисков. Справедливость полученных результатов подтверждается сравнением с опытными данными и аналитическими решениями.

Ключевые слова: неньютоновская среда, гранулы, теплота, скорость, смешивание, математическая модель

Для цитирования: Шваб А.В., Мусин С.В. Моделирование гидродинамики, теплообмена и процесса усреднения гранулированных сред в пневматическом циркуляционном аппарате // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2024. № 88. С. 164–178. doi: 10.17223/19988621/88/13

Original article

Modeling of hydrodynamics, heat transfer, and averaging of granular media in a pneumatic circulation apparatus

Aleksandr V. Shvab¹, Sergey V. Musin²

^{1, 2} Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation

¹ avshvab@inbox.ru

² mmnt98@mail.ru

Abstract. The mathematical modeling of hydrodynamics, heat transfer, and averaging of a highly concentrated granular medium in the working area of a vertical pneumatic circulation apparatus is performed. The hydrodynamics of a dense layer of the granular medium is described by a non-Newtonian model with partial slip conditions on solid walls. Such

a representation of the granular medium dynamics allows one to approve theoretical calculations with available experimental data for a steady flow in a flat channel. The numerical applicability of the partial slip condition for a non-Newtonian fluid is confirmed by the analytical dependences obtained by the authors for a steady flow in a circular tube and a flat channel, which are transformed into the known analytical formulas under no-slip conditions for a non-Newtonian medium. On the basis of the proposed model, the heat exchange intensity is analyzed when setting the constant heat flux density or the constant temperature on the annular shelves in the apparatus. The intensity of the granular mixture averaging in the bunker with the introduction of additional annular shelves is studied, and the efficiency of granular mixture mixing during rotation is considered. A method for analyzing the mixing of a granular medium in dynamics in each local area of the apparatus is proposed, which is based on the determination of the inhomogeneity coefficient. The results of this study can be used when developing powder technology devices for drying, mixing, dosing, and transport.

Keywords: non-Newtonian medium, granules, heat, velocity, mixing, mathematical model

For citation: Shvab, A.V., Musin, S.V. (2024) Modeling of hydrodynamics, heat transfer, and averaging of granular media in a pneumatic circulation apparatus. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 88. pp. 164–178. doi: 10.17223/19988621/88/13

Введение

В химической технологии для получения новых материалов широко используются процессы измельчения, усреднения, классификации и смешения [1–3]. Существуют механические технологии [4], однако в настоящее время более перспективными являются пневматические способы получения порошков с заданными свойствами [5, 6]. Последняя технология снижает энергозатраты за счет использования гравитационных сил и энергии сжатого воздуха. В частности, процессы смешения, усреднения, сушки гранулированных сред могут одновременно осуществляться в пневматическом циркуляционном аппарате (ПЦА) [7]. ПЦА представляет собой аппарат, состоящий из коаксиальной цилиндрической камеры, а также вертикальной трубы и сопла, через которое подается сжатый газ (вид ПЦА представлен на рис. 1, а в разделе «Физико-математическая постановка задачи»). Газ, движущийся из сопла, за счет аэродинамической силы сопротивления захватывает частицы и обеспечивает транспортирование сыпучей среды через вертикальную трубу в рабочую камеру аппарата. Таким образом, обеспечивается циркуляция гранулированной среды в аппарате, которая и осуществляет процессы смешивания и сушки. Основной процесс усреднения или сушки зернистой среды происходит в вертикальном коаксиальном канале под действием гравитационных сил. Перспективным направлением совершенствования такой технологии является разработка математических моделей.

Цель настоящей работы – создание математической модели для описания процесса динамики, смешения и теплопереноса гранулированной среды в коаксиальном цилиндрическом канале ПЦА.

Физико-математическая постановка задачи

Экспериментальные и теоретические исследования в области динамики плотного слоя гранул [8–13] показывают большое разнообразие физических и мате-

матических подходов для описания поведения такой среды. Это объясняется наличием уникальных свойств порошковых материалов и, как следствие, больших трудностей в создании общей теории.

Известно, что вязкое движение плотным слоем может быть описано двумя режимами течения. При малых скоростях динамика такой среды может быть объяснена «теорией предельного равновесия» [14], в которой не учитываются сдвиговые деформации. В другом, «инерционном режиме течения», для описания которого используется термин «быстрое движение гранулированных сред» [8], имеет место течение, аналогичное движению вязкой жидкости. В этом случае в рассматриваемой среде появляются внутренние напряжения, зависящие от тензора скоростей деформаций. Опытные исследования доказывают, что движение среды характеризуется неньютоновским характером течения, причем ее поведение подобно поведению дилатантной жидкости. Поэтому при моделировании напряжений трения в рассматриваемой среде используется известная модель «степенной жидкости» [8, 15].

В настоящей работе рассматривается установившееся осесимметричное течение в рабочем элементе ПЦА, а также исследуются возможности дополнительной интенсификации технологических процессов с помощью введенных кольцевых дисков внутри рабочей камеры, схематически показанных на рис. 1, *b c*, причем анализируется также альтернативный случай вращения дискового элемента (см. рис. 1, *b*) для интенсивного смешения зернистой среды.

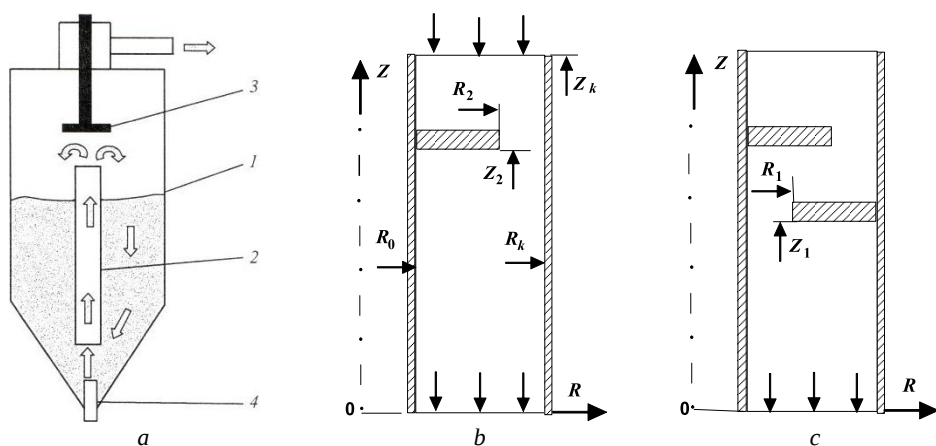


Рис. 1. Схема пневматического циркуляционного аппарата (*a*) и рабочей камеры (*b*, *c*):
1 – цилиндрический корпус, 2 – транспортная труба, 3 – отбойник,
4 – эжекционное устройство

Fig. 1. Design of the (*a*) pneumatic circulation apparatus and (*b*), (*c*) working chamber:
(1) cylindrical body, (2) conveying pipe, (3) bump stop, and (4) ejection device

На входе в исследуемую область сверху поступает смесь гранул с постоянной скоростью U_0 и температурой T_0 и некоторой массовой концентрацией ключевого компонента ε_0 . При постановке задачи считается, что среда состоит из твердых частиц, контактирующих друг с другом, при этом объем отдельной частицы мал по сравнению с объемом аппарата. Известно [8], что рассматриваемую среду

можно считать вязкой, несжимаемой и движущейся в «инерционном режиме течения», для которого выполняется модель «быстрого движения гранулированных сред», причем тензор напряжения в соответствии с вышесказанным определяется на основе известного «степенного закона» [15]:

$$\sigma_{i,j} = \mu^n I_2^{(n-1)/2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right), \quad (1)$$

где I_2 – второй инвариант, который в цилиндрической системе координат в условиях осевой симметрии относительно окружной координаты и в безразмерном виде можно описать формулой

$$A = \frac{I_2 H^2}{U_0^2} = 2 \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{u_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial z} \right)^2. \quad (2)$$

Здесь безразмерные значения скоростей и координат получены с помощью масштабов скорости U_0 и длины $H = (R_k - R_0)$, где U_0 – среднее значение вертикальной составляющей скорости на входе в бункер, а R_k и R_0 – внешний и внутренний радиусы соответственно исследуемой коаксиальной области аппарата.

Система безразмерных уравнений неразрывности, количества движения, теплоты и массовой концентрации ключевого компонента смеси имеют вид:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial r u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0; \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u_r}{\partial \tau} + \frac{\partial u_r^2}{\partial r} + \frac{\partial (u_r u_z)}{\partial z} - \frac{u_\varphi^2}{r} + \frac{u_r^2}{r} = \\ & = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(b \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(b \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) + \frac{b}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial b}{\partial r} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial b}{\partial z} \frac{\partial u_z}{\partial r} - \frac{b u_r}{r^2} \right]; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u_\varphi}{\partial \tau} + \frac{\partial u_r u_\varphi}{\partial r} + \frac{\partial u_z u_\varphi}{\partial z} + \frac{2 u_r u_\varphi}{r} = \\ & = \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(b \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(b \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} \right) + \frac{b}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r} \frac{\partial b}{\partial r} - \frac{b u_\varphi}{r^2} \right]; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u_z}{\partial \tau} + \frac{\partial (u_r u_z)}{\partial r} + \frac{\partial u_z^2}{\partial z} + \frac{u_r u_z}{r} = \\ & = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(b \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(b \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{b}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial b}{\partial r} \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial b}{\partial z} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right]; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial u_r \theta}{\partial r} + \frac{\partial u_z \theta}{\partial z} + \frac{\theta u_r}{r} = \frac{1}{\text{Pe}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right); \quad (7)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} + \frac{\partial (\varepsilon u_r)}{\partial r} + \frac{\partial (\varepsilon u_z)}{\partial z} + \frac{\varepsilon u_r}{r} = \frac{1}{\text{Pe}_d} \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right), \quad (8)$$

где Re – обобщенное число Рейнольдса, Re и Pe_d – тепловое и диффузионное число Пекле соответственно:

$$\tau = \frac{tU_0}{H}; \quad Re = \frac{\rho H^n U_0^{2-n}}{\mu^n}; \quad Pe = \frac{HU_0}{a}; \quad Pe_d = \frac{HU_0}{D}.$$

Здесь также θ – безразмерная температура, которая имеет вид: $\theta = (T - T_0)/(T_1 - T_0)$ в случае задания температуры T_1 на кольцевых дисках и $\theta = \lambda(T - T_0)/(qH)$ при задании плотности теплового потока q там же, причем λ , D и a – эффективные коэффициенты теплопроводности, диффузии и температуропроводности соответственно; ε – массовая относительная концентрация ключевого компонента смеси. В практических расчетах вместо второго инварианта используют коэффициент интенсивности скоростей деформаций, равный $A^{1/2}$. Таким образом, безразмерный коэффициент b определяется зависимостью $b = A^{(n-1)/2}$.

Метод численного решения

Векторное уравнение переноса импульса представим в безразмерном виде:

$$\frac{\mathbf{V}^{n+1} - \mathbf{V}^n}{\Delta t} + \mathbf{K} - \mathbf{D} = -\nabla p^n - \nabla(\delta p), \quad (9)$$

где $\mathbf{K}$ и $\mathbf{D}$ – слагаемые, отвечающие за конвективно-диффузионный перенос количества движения, δp определяет поправку к давлению на новом временном слое. В результате временного разделения поля скорости и давления соотношение (9) примет вид:

$$\frac{\mathbf{V}^+ - \mathbf{V}^n}{\Delta t} + \mathbf{K} - \mathbf{D} = -\nabla p^n; \quad (10)$$

$$\frac{\mathbf{V}^{n+1} - \mathbf{V}^+}{\Delta t} = -\nabla(\delta p), \quad (11)$$

где $\mathbf{V}^+$ – промежуточное сеточное значение вектора скорости. После скалярного умножения уравнения (11) на градиент с учетом выполнения уравнения неразрывности на новом временном слое получим соотношение для определения поправки к давлению, которое записано в нестационарном виде:

$$\frac{\partial(\delta p)}{\partial t} - \nabla^2(\delta p) = -\frac{\nabla \cdot \mathbf{V}^+}{\Delta t}. \quad (12)$$

После решения системы уравнений (10) определялась скорость $\mathbf{V}^+$, далее из уравнения (12) находился градиент давления $\nabla(\delta p)$ и, следовательно, ∇p^{n+1} . Из зависимости (11) определялись составляющие вектора скорости на новом временном слое:

$$\mathbf{V}^{n+1} = \mathbf{V}^+ - \Delta t \nabla(\delta p).$$

Решение полученной системы уравнений осуществляется методом установления по времени. Для решения уравнений переноса использовалась неявная обобщенная схемы чередующихся направлений в Δ -форме [16]. Для записи конвективно-диффузионных слагаемых использовалась экспоненциальная схема [17] на разнесенных сетках с применением метода контрольного объема. Для получения более точного коэффициента кажущейся вязкости b дополнительно определялись значения радиальной скорости в разностных точках сетки для осевой скорости и, наоборот, для горизонтальной составляющей скорости, а также коэффициент вязкости b определялся как в центре разностной ячейки, так и в узловых точках сетки.

Граничные условия

На входе в рассматриваемую область задавались следующие условия для безразмерных значений скорости: $u_z = -1$, $u_\varphi = 0$, $\partial u_r / \partial z = 0$. Для температуры использовалось условие $\theta = 0$, а для ключевого компонента применялось постоянное значение ϵ_0 в центральной области входного сечения.

В выходном сечении ставились условия Неймана для всех составляющих вектора скорости, температуры и ключевого компонента смеси.

На твердых стенках для составляющих вектора скорости использовались следующие условия. Нормальные значения скорости u_n на стенках принимались равными нулю, а для касательных к поверхности стенки скоростей u_t использовались условия частичного скольжения [9]:

$$-\frac{\partial u_t}{\partial n} = \beta u_t; \quad u_n = 0. \quad (13)$$

Здесь формула (13) записана в безразмерной форме с помощью ранее введенных масштабов длины и скорости, причем безразмерный коэффициент скольжения среды на стенке β с учетом масштаба длины имеет вид:

$$\beta = \gamma H,$$

где γ (1/м) – размерный коэффициент скольжения среды на стенке. Для температуры на стенках аппарата, за исключением кольцевых дисков, задавались условия тепловой изоляции – $\partial\theta/\partial n = 0$. Для задания температуры на кольцевых дисках использовалось два условия. В первом случае принималось условие для температуры $\theta = 1$, причем для этого случая безразмерная температура определялась формулой $\theta = (T - T_0)/(T_1 - T_0)$. Во втором – задавалась постоянная плотность теплового потока q , т.е. для вводимой в этом случае безразмерной температуры $\theta = \lambda(T - T_0)/(qH)$ использовалось граничное условие в виде: $\partial\theta/\partial n = 1$. Для массовой концентрации ϵ на всех твердых поверхностях использовалось условие Неймана $\partial\epsilon/\partial n = 0$.

Интенсивность скоростей деформаций на границах определялась по значениям производных в соответствии с формулой (2), используя при этом дополнительные вычисления скоростей и кажущейся вязкости, указанные в методе численного расчета.

Анализ численных результатов

Справедливость проведенного численного моделирования динамики плотного слоя зернистой среды в рабочей зоне ПЦА подтверждается путем сравнения с аналитическими решениями и опытными данными. Так, на рис. 2 представлено рассчитанное распределение осевой скорости в круглой кольцевой трубе при различном отношении радиусов стенок внешнего и внутреннего канала для установившегося режима течения ньютоновской среды ($n = 1$) в сопоставлении с известной аналитической зависимостью [18]:

$$\frac{u_z}{u_{z,s}} = 2 \frac{(r_k^2 - r^2) \ln \frac{r_0}{r_k} - (r_k^2 - r_0^2) \ln \frac{r}{r_k}}{r_k^2 - r_0^2 + (r_k^2 + r_0^2) \ln \frac{r_0}{r_k}}. \quad (14)$$

Здесь $u_{z,s}$ – среднее значение осевой скорости по сечению, причем на данном графике расчет представлен сплошными кривыми, а точки соответствуют формуле (14).

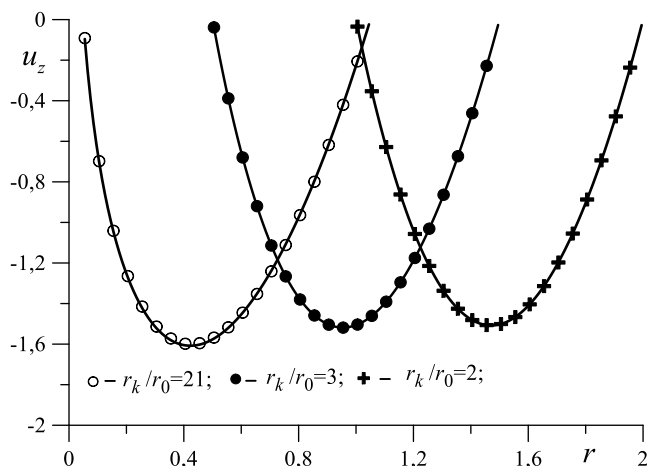


Рис. 2. Сравнение расчета с данными формулы (14) в кольцевом круглом канале для случая ньютоновской среды

Fig. 2. Comparison of the calculation with the data obtained by formula (14) in a circular annular channel for a Newtonian medium

Проверка правильности численных расчетов в рамках модели «степенной жидкости» (1) проводилась для динамики дилатантной и псевдопластичной жидкостей в круглой трубе и плоском канале в сопоставлении с аналитическими зависимостями для этих установившихся течений. Следует отметить, что при рассмотрении движения гранулированных сред в вертикальных каналах имеет место скольжение среды на стенках. Поэтому было получено аналитическое решение для установившегося течения неньютоновской среды «степенной жидкости» с учетом скольжения (13), которое для круглой трубы имеет следующий вид:

$$\frac{u_z}{u_{z,s}} = \frac{1 - \left(\frac{r}{r_k}\right)^{(n+1)/n} + \frac{n+1}{n\beta}}{\frac{n+1}{3n+1} + \frac{n+1}{n\beta}}. \quad (15)$$

Формула (15) при $\beta \rightarrow \infty$ переходит в зависимость, с условиями прилипания жидкости на стенке, которая имеет вид:

$$\frac{u_z}{u_{z,s}} = \frac{3n+1}{n+1} \left[1 - \left(\frac{r}{r_k}\right)^{(n+1)/n} \right].$$

Последняя формула полностью совпадает с известным аналитическим решением для установившегося течения степенной жидкости в круглой трубе [19].

На рис. 3 представлены результаты сравнения численного решения (сплошные кривые) с данными (значки) формулы (15) для псевдопластичной (см. рис. 3, а) и дилатантной среды (см. рис. 3, б) при различных значениях безразмерного коэффициента скольжения $\beta = \gamma H$ и при условии прилипания жидкости к стенке ($\beta \rightarrow \infty$).

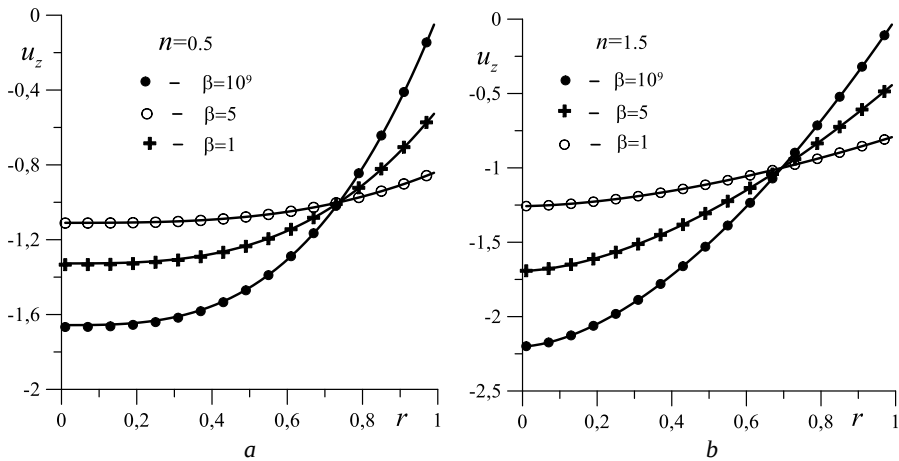


Рис. 3. Сравнение расчетов с данными формулы (15) для неньютоновского течения с учетом частичного скольжения среды на стенках
Fig. 3. Comparison of calculations with the data obtained by formula (15) for a non-Newtonian fluid flow with a partial slip condition on the walls

Аналогичное тестовое исследование было проведено для установившегося течения неньютоновской среды для плоского течения в канале. В частности, была получена формула, обобщающая известное аналитическое решение задачи об установившемся течении в половине плоского канала для модели «степенной жидкости» с учетом скольжения неньютоновской среды (13):

$$\frac{u_z}{u_{z,s}} = \frac{\frac{n}{(n+1)} \left[1 - \left(\frac{r}{r_k} \right)^{(n+1)/n} \right] + \frac{1}{\beta}}{\frac{n}{2n+1} + \frac{1}{\beta}}. \quad (16)$$

Формула (16) при условии $\beta \rightarrow \infty$ переходит в известную аналитическую зависимость [19], которая получается при применении условий прилипания жидкости на стенке:

$$\frac{u_z}{u_{z,s}} = \frac{2n+1}{n+1} \left[1 - \left(\frac{r}{r_k} \right)^{(n+1)/n} \right].$$

Здесь следует отметить, что значение r_k составляет половину сечения плоского канала, а начало координаты r находится в середине плоского канала.

На рис. 4 представлено аналогичное рис. 3 сравнение численного решения с аналитической формулой (16).

Справедливость предложенной физико-математической модели устанавливалась путем сравнения численных результатов с экспериментальными данными [12] по установившемуся течению плотного слоя гранулированной среды в вертикально расположенном плоском канале. Численные исследования при сопоставлении опытных данных с расчетом показали отсутствие совпадения в случае прилипания среды на стенках при любом реологическом параметре n . Однако при граничном условии частичного скольжения среды на стенках канала удается получить удовле-

творительное согласование теории и опыта. Так, на рис. 5 представлено такое сравнение при параметре нелинейности $n = 1.3$ и коэффициенте скольжения $\beta = 20$.

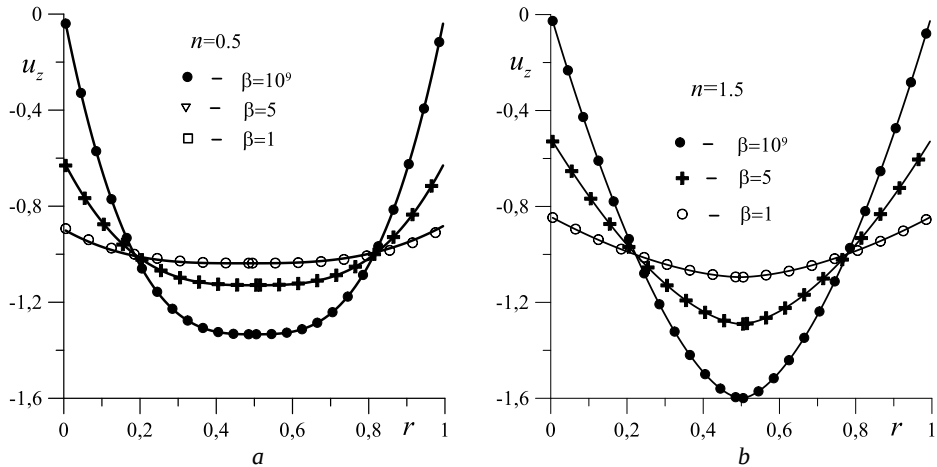


Рис. 4. Сравнение расчета с данными формулы (16) для установившегося течения неньютоновской среды в плоском канале

Fig. 4. Comparison of the calculation with the data obtained by formula (16) for a steady flow of a non-Newtonian medium in a flat channel

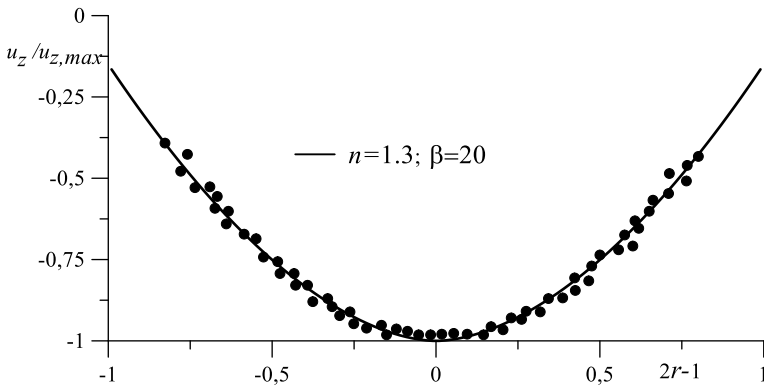


Рис. 5. Сопоставление численных и опытных данных [12] для течения высококонцентрированной гранулированной среды в плоском канале

Fig. 5. Comparison of numerical and experimental data [12] for the highly concentrated granular medium flow in a flat channel

Представленная математическая модель позволяет рассматривать практические задачи, касающиеся процессов смешения, усреднения и сушки гранулированных сред. Так, процесс усреднения зернистой среды в ПЦС рассматривался на основе системы уравнений (2)–(8), в которой непосредственный процесс смешения гранул основывался на конвективном и диффузионном механизме уравнения (8). Предполагалось, что основной и ключевой компоненты смеси имели одинаковые физические свойства, но отличались лишь цветом, причем значение ключевого компонента на входе в исследуемую область принималось за единицу, а основно-

го – за ноль. Кроме того, расчеты показали, что во входном сечении необходимо вводить ключевой компонент смеси в центральной зоне для более эффективного процесса смешения.

На практике результаты процесса смешения определяются расчетом коэффициента неоднородности K после завершения процесса смешения. Сам коэффициент неоднородности определяется, как правило, среднеквадратичным значением разности между локальной концентрацией и средней по всему объему смеси. С точки зрения моделирования процесса смешения наиболее интересным является определение коэффициента неоднородности $K(z)$ в каждом сечении по высоте аппарата, так как это позволяет исследовать процесс смешения в каждой локальной области, что открывает перспективы к совершенствованию конструкции рабочего элемента аппарата. Кроме того, такой график $K(z)$ позволяет определять процесс перемешивания ключевого и основного компонентов в процессе динамики смеси в аппарате. Значение коэффициента неоднородности $K(z)$ в некотором кольцевом сечении Δz аппарата можно рассчитать по следующей формуле:

$$K(z) = \frac{\int_{r_a}^{r_b} |(\varepsilon - \varepsilon_s)| u_z r dr}{\int_{r_a}^{r_b} u_z r dr}.$$

Здесь ε_s – среднее значение концентрации ключевого компонента ε в данном горизонтальном сечении между радиусами стенок от $r = r_a$ до $r = r_b$, где ε_s имеет вид:

$$\varepsilon_s = \frac{\int_{r_a}^{r_b} \varepsilon u_z r dr}{\int_{r_a}^{r_b} u_z r dr}.$$

На рис. 6. представлено изменение коэффициента неоднородности $K(z)/K_0$ по высоте аппарата, причем здесь значение K_0 соответствует значению коэффициента неоднородности во входном сечении.

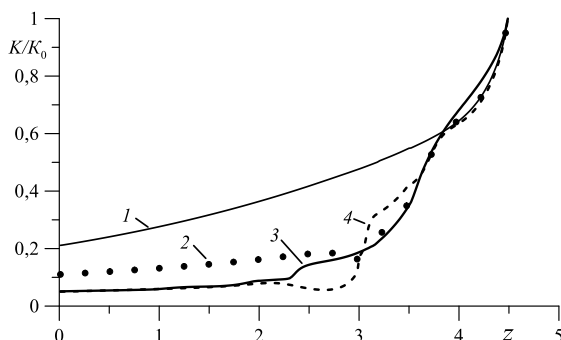


Рис. 6. Распределение коэффициента неоднородности по высоте исследуемой области при разном количестве полок в аппарате при параметрах $n = 1.3$; $\beta = 20$; $Re = 10$; $Pe_d = 120$

Fig. 6. Distribution of the heterogeneity coefficient along the height of the area under study with at different number of shelves in the apparatus with parameters $n = 1.3$; $\beta = 20$; $Re = 10$; $Pe_d = 120$

На этом графике кривая 1 соответствует случаю отсутствия кольцевых дисков в аппарате, кривая 2 – наличию одного диска, кривая 3 – двух дисков. Кривая 4 соответствует присутствию одного дискового кольца с учетом его вращения в исследуемой области. Для всех режимов течения концентрация ключевого компонента во входном сечении была равной $\varepsilon_0 = 1/3$. Распределение изолиний концентрации в исследуемой области для рассмотренных первых трех случаев показано на рис. 7.

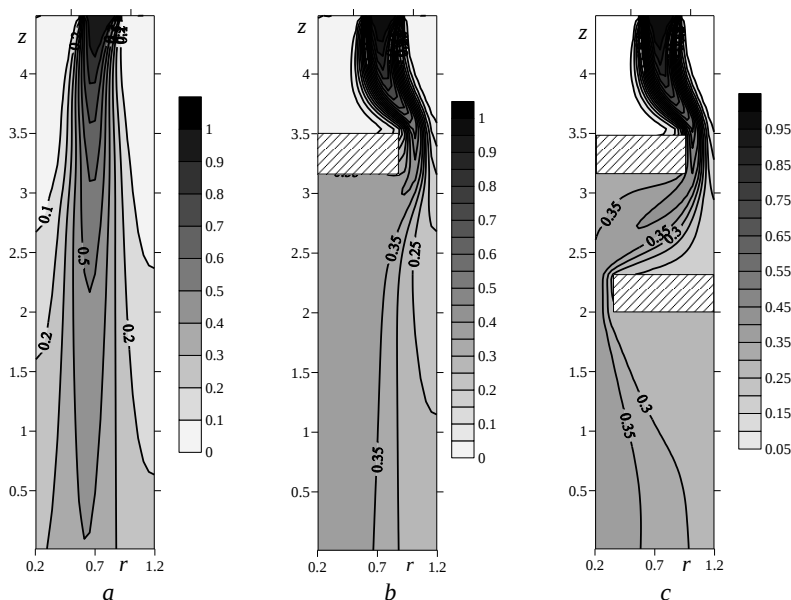


Рис. 7. Распределение изолиний концентрации ключевого компонента:
а – при отсутствии полок, b, c – в их присутствии

Fig. 7. Distribution of isoconcentration contours for the key component:
(a) without shelves, (b) and (c) with shelves

На рис. 8 показано распределение изолиний концентрации и изолиний окружающей составляющей скорости при наличии одного диска с учетом его вращения. Влияние вращения определяется обратным критерием Россби ($Rw=15$), где $Rw=\omega H/U_0$, и ω – угловая скорость вращения дискового элемента. Для этого случая характер поведения коэффициента неоднородности определяется кривой 4 на рис. 6. Немонотонный характер поведения коэффициентов неоднородности объясняется поведением модуля разности средней и локальной концентрации, а также резким изменением формы полок. Расчеты показывают, что, по-видимому, нецелесообразно при смещении использовать вращение полок, так как установкой нужного количества полок за счет сил гравитации удастся увеличить конвективное перемешивание смеси и добиться того же эффекта смешения и, при этом, не используя дополнительной энергии на вращение.

На рис. 9, а представлено температурное поле гранулированной смеси, нагревание которой в аппарате осуществляется за счет нагрева полок с постоянной плотностью теплового потока. Эффективное число Пекле ($Pe = 60$) [20].

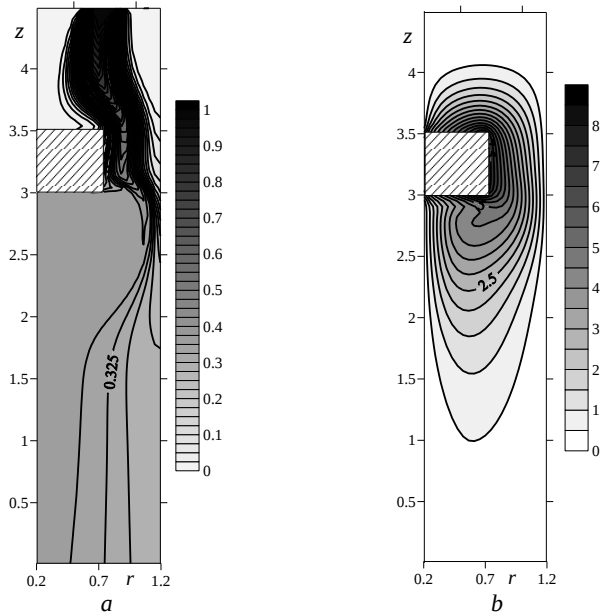


Рис. 8. Распределение изолиний концентрации (a) и окружной составляющей скорости (b) при параметрах $Re = 10$; $Rw = 15$; $n = 1.3$; $\beta = 20$; $Pe_d = 120$

Fig. 8. Distributions of (a) isoconcentration contours and (b) circumferential velocity component with parameters $Re = 10$; $Rw = 15$; $n = 1.3$; $\beta = 20$; $Pe_d = 120$

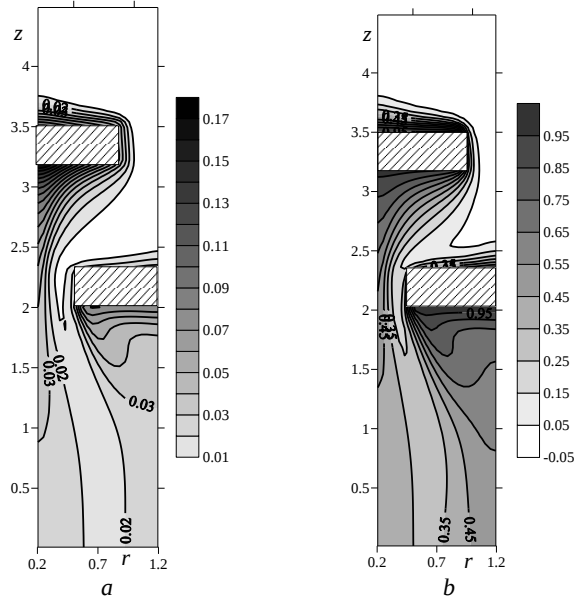


Рис. 9. Распределение изотерм в рассматриваемой области при параметрах $Re = 10$; $Pe = 60$; $n = 1.3$; $\beta = 20$; a – $q = \text{const}$ на полках; b – постоянная температура на полках

Fig. 9. Distribution of isotherms in the region under consideration with parameters $Re = 10$; $Pe = 60$; $n = 1.3$; $\beta = 20$ at: (a) $q = \text{const}$ on the shelves and (b) constant temperature on the shelves

Для случая постоянной температуры полок ($\theta = 1$), которая выше температуры смеси во входном сечении ($\theta = 0$), на рис. 9, *b* показано распределение температурного поля смеси при том же числе Пекле. Для получения более однородного поля температур, по-видимому, необходимо использовать большее число нагревательных устройств и с различной плотностью теплового потока.

Заключение

В работе представлена математическая модель динамики движения высококонцентрированной гранулированной среды в рабочей зоне ПЦА. Полученные результаты наглядно демонстрируют важность эффекта частичного скольжения плотного слоя зернистой среды на стенках, учет которого позволяет согласовывать опытные и расчетные данные. Справедливость численного применения скольжения среды на стенках для неньютоновской жидкости подтверждается аналитическими зависимостями, полученными авторами.

На основе рассмотренной гидродинамики проведен анализ особенностей температурного поля гранулированной среды при нагреве полок, а также исследован процесс усреднения гранулированной среды. Представлена методика анализа процесса смешения в каждой локальной области аппарата на основе определения коэффициента неоднородности. Предложенный теоретический подход для исследования процессов переноса количества движения, теплоты и вещества высококонцентрированной гранулированной среды имеет перспективы его применения в области химической технологии.

Список источников

1. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии. М. : Химия, 2004. 750 с.
2. Кафаров В.В., Дорохов И.Н. Системный анализ процессов химической технологии. М. : Наука, 1976. 499 с.
3. Муштаев В.И., Ульянов В.М. Сушка дисперсных материалов. М. : Химия, 1988. 352 с.
4. Макаров Ю.И. Аппараты для смешения сыпучих материалов. М. : Машиностроение, 1973. 215 с.
5. Матур К., Эпстайн Н. Фонтанирующий слой : пер. с англ. Л. : Химия, 1978. 288 с.
6. Росляк А.Т., Бирюков Ю.А., Пачин В.Н. Пневматические методы и аппараты порошковой технологии. Томск : Изд-во Том. ун-та, 1990. 272 с.
7. Авторское свидетельство СССР №770520 Пневматический смеситель / В.А. Шваб, Ю.А. Бирюков, Л.Н. Богданов. [Б.и.], 1980. № 38.
8. Широко И.В. Механика гранулированных сред. Теория быстрых движений. М. : Мир, 1985. 280 с.
9. Шваб А.В., Марценко А.А. Динамика плотного слоя гранулированной среды в пневматическом циркуляционном аппарате // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2016. № 4. С. 115–122.
10. Неодерман Р., Девис С., Хортон Д. Течение гранулированных материалов вокруг препятствий // Механика гранулированных сред. Теория быстрых движений. М. : Мир, 1985. С. 228–241.
11. Генцев Г.А. Вопросы динамики сыпучей среды. М. : Госстройиздат, 1958. 122 с.
12. Savage S.B. Gravity flow of cohesionless granular materials in chutes and channels // J. Fluid Mech. 1979. V. 92, pt. 1. P. 53–96.

13. Шваб А.В., Марценко М.С., Рыжих Ю.Н. Моделирование гидродинамики и процесса усреднения высококонцентрированной гранулированной среды в аппаратах порошковой технологии. // Инженерно-физический журнал. 2011. Т. 84, № 4. С. 676–681.
14. Соколовский В.В. Статика сыпучей среды. М. : Физматгиз, 1960. 243 с.
15. Шульман З.П. Конвективный теплоперенос реологически сложных жидкостей. М. : Энергия, 1975. 351 с.
16. Пейре Р. Тейлор Т.Д. Вычислительные методы в задачах механики жидкости. Л. : Гидрометеоиздат, 1986. 352 с.
17. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М. : Энергоатомиздат, 1984. 149 с.
18. Петухов Б.С. Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах. М. : Энергия, 1967. 412 с.
19. Берд Р., Стюарт В., Лайтфут Е. Явления переноса. М. : Химия, 1974. 688 с.
20. Горбис З.Р. Теплообмен и гидромеханика дисперсных сквозных потоков. М. : Энергия. 1970. 424 с.

References

1. Kasatkin A.G. (2004) *Osnovnye protsessy i aparaty khimicheskoy tekhnologii* [Basic processes and apparatuses of chemical technology]. Moscow: Khimiya.
2. Kafarov V.V., Dorokhov I.N. (1976) *Sistemnyy analiz protsessov khimicheskoy tekhnologii* [System analysis of chemical technology processes]. Moscow: Nauka.
3. Mushtaev V.I., Ul'yanov V.M. (1988) *Sushka dispersnykh materialov* [Drying of dispersed materials]. Moscow: Khimiya.
4. Makarov Yu.I. (1973) *Apparaty dlya smesheniya syvuchikh materialov* [Devices for mixing bulk materials]. Moscow: Mashinostroenie.
5. Mathur K., Epstein N. (1974) *Spouted Beds*. New York: Academic Press.
6. Roslyak A.T., Biryukov Yu.A., Pachin V.N. (1990) *Pnevmaticheskie metody i apparaty poroshkovoy tekhnologii* [Pneumatic methods and powder technology devices]. Tomsk: Izdatel'stvo TGU.
7. Shvab V.A. Biryukov Yu.A., Bogdanov L.N. (1980) *Pnevmaticheskii smesitel'* [Pneumatic mixer]. The copyright certificate of the USSR 770520.
8. Shirko I.V. (1985) *Mekhanika granulirovannykh sred. Teoriya bystrykh dvizheniy* [Mechanics of granular media. Theory of fast motions]. Moscow: Mir.
9. Shvab A.V., Martsenko A.A. (2016) Dinamika plotnogo sloya granulirovannoy sredy v pnevmaticheskom tsirkulyatsionnom apparate [The dynamics of a dense layer of granular medium in the circulating pneumatic apparatus]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 42. pp. 115–122. doi: 10.17223/19988621/42/10
10. Nedderman R., Davis S., Horton D. (1985) Tehenie granulirovannykh materialov vokrug prepyatstviya [Flow of granular materials around obstacles]. In: *Mekhanika granulirovannykh sred. Teoriya bystrykh dvizheniy* [Mechanics of granular media. Theory of fast motions]. Moscow: Mir. pp. 228–241.
11. Geniev G.A. (1958) *Voprosy dinamiki syvuchey sredy* [Issues of the dynamics of loose media]. Moscow: Gosstroyizdat.
12. Savage S.B. (1979) Gravity flow of cohesionless granular materials in chutes and channels. *Journal Fluid Mechanics*. 92(1). pp. 53–96. doi: 10.1017/S0022112079000525
13. Shvab A.V., Martsenko M.S., Ryzhikh Yu.N. (2011) Modeling of hydrodynamics and the averaging process of a highly concentrated granular medium in powder technology apparatuses. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 84. pp. 730–735. doi: 10.1007/s10891-011-0528-2
14. Sokolovskiy V.V. (1960) *Statika syvuchey sredy* [Statics of loose media]. Moscow: Fizmatgiz.

15. Shul'man Z.P. (1975) *Konvektivnyy teplomassoperenos reologicheskikh zhidkostey* [Convective heat and mass transfer of rheologically complex liquids]. Moscow: Energiya.
16. Peire R., Taylor T.D. (1983) *Computational Methods for Fluid Flow*. New York: Springer-Verlag.
17. Patankar S.V. (1980) *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. New York: Hemisphere Publishing Corporation.
18. Petukhov B.S. (1967) *Teploobmen i soprotivlenie pri laminarnom techenii zhidkosti v trubakh* [Heat transfer and resistance during the laminar fluid flow in pipes]. Moscow: Energiya.
19. Byrd R., Stewart V., Lightfoot E. (1974) *Yavlenie perenosa* [Transfer phenomena]. Moscow: Khimiya.
20. Gorbis Z.R. (1970) *Teploobmen i gidromekhanika dispersnykh skvoznykh potokov* [Heat transfer and hydromechanics of dispersed through flows]. Moscow: Energiya.

Сведения об авторах:

Шваб Александр Вениаминович – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры прикладной аэромеханики Томского государственного университета, Томск, Россия. E-mail: avshvab@inbox.ru

Мусин Сергей Валерьевич – аспирант физико-технического факультета Томского государственного университета, Томск, Россия. E-mail: mmnt98@mail.ru

Information about the authors:

Shvab Aleksandr V. (Doctor of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: avshvab@inbox.ru

Musin Sergey V. (Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: mmnt98@mail.ru

Статья поступила в редакцию 05.07.2023; принята к публикации 10.04.2024

The article was submitted 05.07.2023; accepted for publication 10.04.2024