

Научная статья

УДК 62-233.28: 621.822.811

doi: 10.17223/19988621/93/7

О методике выбора рациональной формы роликов подшипников по критерию их усталостной долговечности

Константин Александрович Гордеев¹, Лев Беркович Цвик²

^{1, 2} *Иркутский национальный исследовательский технический университет,
Иркутск, Россия*

¹ *konstantin.gordeev.1999@mail.ru*

² *tsvik_l@mail.ru*

Аннотация. Описана методика рационализации формы профиля тел качения роликовых подшипников по критерию усталостной долговечности, основанная на равномерном поиске в пространстве их конструктивных параметров путем проведения вычислительных экспериментов с использованием метода конечных элементов. Поиск форм осуществлялся в классе степенных функций с отрицательными целыми коэффициентами. Предлагаемый подход позволяет снизить повреждающие факторы и обеспечить их равномерное распределение по длине роликов, а также упрощает процесс рационализации контактирующих тел в различных эксплуатационных ситуациях.

Ключевые слова: долговечность подшипников, профиль тела качения, логарифмический профиль, степенной профиль

Для цитирования: Гордеев К.А., Цвик Л.Б. О методике выбора рациональной формы роликов подшипников по критерию их усталостной долговечности // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2025. № 93. С. 79–95. doi: 10.17223/19988621/93/7

Original article

On the methodology of choosing rational shape of bearing rollers based on their fatigue durability criterion

Konstantin A. Gordeev¹, Lev B. Tsvik²

^{1, 2} *Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, Russian Federation*

¹ *konstantin.gordeev.1999@mail.ru*

² *tsvik_l@mail.ru*

Abstract. This paper proposes a methodology for the rationalization of the shape of a bearing roller profile based on the fatigue durability criterion. Here, the durability criteria are presented as the von Mises stresses and contact pressures, which are determined by the numerical modeling of the contact interaction between the roller and the inner ring of the bearing based on the finite element method. The proposed methodology implies

a uniform search of the design parameters of rollers in the region, where the generatrices represent the fragments of a power function with a negative integer index of power. The analysis results show that the use of power functions as a profile line provides a uniform distribution of contact pressures along the roller length and minimizes the von Mises stresses. The stress-strain state under roller skew is also studied. The results show that the use of the considered profiles provides a sufficiently uniform stress distribution. Thus, the proposed rationalization method is universal for rationalizing the shape of contacting bodies under various conditions and can significantly simplify the choice of the shape of bearing unit elements.

Keywords: bearing durability, rolling element profile, logarithmic profile, power-law profile

For citation: Gordeev, K.A., Tsvik, L.B. (2025) On the methodology of choosing rational shape of bearing rollers based on their fatigue durability criterion. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 93. pp. 79–95. doi: 10.17223/19988621/93/7

Введение

Современные методы оценки усталостной долговечности подшипников позволяют учесть влияние различных параметров, например величины зазора в конструкции подшипника, податливости и перекоса колец, профиля образующей тел качения [1]. Обязательным этапом при расчете долговечности является определение функций контактного давления между кольцами и наиболее нагруженным телом качения [1, 2]. Данные функции оказывают прямое влияние на долговечность, поэтому для повышения ресурса подшипника необходимо обеспечить их минимизацию и гладкость. Следует отметить, что контактное взаимодействие высоконагруженных элементов подшипников (колец и роликов) с прямолинейной образующей вызывает местный подъем напряжений на краях контактных площадок, что существенно ограничивает их усталостный ресурс (рис. 1, а) [3]. В данной работе осуществляется обзор основных подходов решения данной проблемы, а также рассматриваются роликовые подшипники качения, в которых в зоне контакта тел качения и колец происходит усталостное выкрашивание дорожек качения, что приводит к их выходу из строя [4]. В работе также описывается общая методика рационализации (по критерию усталостной долговечности) форм профиля тел качения роликовых буксовых подшипников в пространстве их конструктивных параметров с целью снижения уровня напряжений в зоне контакта. Поиск рациональных конструктивных решений осуществляется на основе численного моделирования контакта ролика и внутреннего кольца подшипника, реализуемого с помощью метода конечных элементов (МКЭ). Для проверки качества получаемых форм профилей проводятся вычислительные эксперименты, позволяющие оценить эффективность результатов реализации предлагаемого подхода в различных расчетных и эксплуатационных ситуациях (оценка работоспособности подшипникового узла в условиях перекоса роликов). Существенно, что предлагаемая методика имеет общий характер: в частности, отмечается возможность его применения в случае роликов подшипников, испытывающих значительную осевую нагрузку.

С целью снижения концентрации напряжения на краю зоны контакта тела качения в ряде случаев изготавливают с выпуклым (бомбинированным) профилем.

Образующей данного профиля является либо дуга окружности, либо комбинация из дуг окружностей и прямолинейного участка [5]. Как показано в [6, 7], данное техническое решение требует существенного уточнения, так как вызывает рост напряжений в центре ролика с последующим усталостным разрушением (рис. 1, б, с).

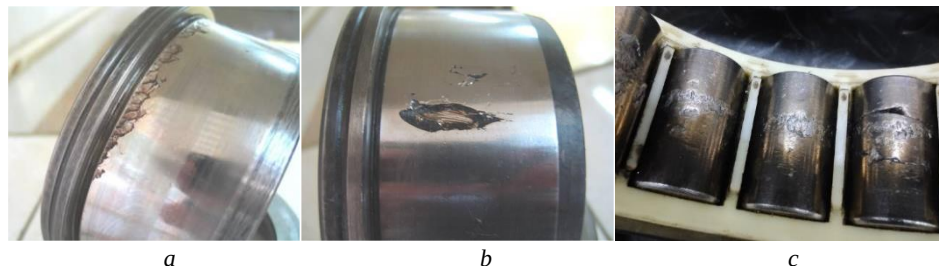


Рис. 1. Усталостное выкрашивание колец подшипников буксовых узлов железнодорожных вагонов: *а* – повреждения кольца подшипника в случае использования роликов с прямолинейной образующей; *б* – повреждения кольца подшипника в случае использования бомбинированных роликов; *с* – разрушенный буксовый подшипник с бомбинированными роликами

Fig. 1. Fatigue chipping of the bearing rings of the axle units of railway cars: (*a*) bearing ring damage when using rollers with a straight generatrix; (*b*) bearing ring damage when using crowning rollers; and (*c*) destroyed axle bearing with crowning rollers

Другой путь снижения уровня напряжений в зоне контакта за счет использования поверхностей контактов более сложной формы, образованных с помощью логарифмической функции, позволяет обеспечить равномерное распределение напряжений с последующим плавным снижением напряжений к торцу ролика.

Одной из первых работ в рассматриваемом направлении является исследование тел качения с логарифмическим профилем, предложенным в работе Г. Лундберга [8]:

$$h(x) = \frac{2F}{E'l} \ln \frac{1}{1 - \left(\frac{2x}{l}\right)^2}, \quad (1)$$

где $h(x)$ – функция профиля подшипника, F – нагрузка, E' – эквивалентный модуль Юнга, l – длина ролика (контакта), x – координата, изменяемая в диапазоне $\pm l/2$. Недостатками указанного профиля являются сингулярность соответствующего теоретического решения и, как следствие, невозможность его реализации. Указанная трудность преодолена в работе Джонса и Гохара [9], предложивших профиль, описываемый соотношением

$$h(x) = \frac{2F}{E'l} \ln \frac{1}{1 - K_1 \left(\frac{2x}{l}\right)^2}, \quad (2)$$

в котором $K_1 = 1 - 0.3033(b_0/l)$, b_0 – ширина площадки контакта при $x = 0$. В то же время непосредственное применение этого соотношения не позволяет осуществлять оптимизацию проектируемого профиля на множестве различных диаметров тела качения так как D_r – номинальный диаметр ролика – в соотношение (2) не входит.

Описанный выше подход, основанный на расширении пространства используемых параметров [9], был развит в работах [10–13] за счет включения дополнительных параметров. Так Кшеминский-Фреда и Варда [10, 11] включили в состав параметров функции профиля диаметр тела качения и предложили следующую функцию профиля:

$$h(x) = 1.44 \cdot 10^{-4} D_r \frac{h_m}{h_L} \ln \frac{1}{1 + e^{-\left(4.66 - \ln \frac{D_r}{l_1}\right) - \left(\frac{2x}{l}\right)^{2\varepsilon_K}}}, \quad (3)$$

где l_1 – длина ролика без скруглений; h_m – изменение величины радиуса ролика относительно номинального диаметра на расстоянии l от плоскости симметрии ролика (см. рис. 1); h_L – константа, определяемая соотношением

$$h_L = 1.44 \cdot 10^{-4} D_r \left(4.66 - \ln \frac{D_r}{l_1}\right). \quad (4)$$

С этой же целью Каомото и соавт. [12] ввели в рассмотрение профили, зависящие от свойств материала (предел текучести, максимально допустимые касательные напряжения и др.):

$$h(x) = 4Rk_2 \left(\frac{\sigma_T}{0.557E'}\right)^2 \ln \frac{1}{1 - \left(\frac{2k_1x}{l}\right)^2}, \quad (5)$$

где R – эквивалентный радиус сжимаемых тел, k_1 и k_2 – коэффициенты, σ_T – предел текучести.

Представленные выше математические модели работы подшипниковых узлов содержат большое количество как физических, так и геометрических параметров. Указанное обстоятельство, а также развитие компьютерных технологий оптимизации создают принципиальную возможность рационализации рассматриваемых профилей по критерию долговечности подшипникового узла. В частности, такое исследование было представлено в работе [13], описывающей равномерный поиск рационального профиля, реализованного по схеме Розенброка [14]. Рационализация профиля осуществлялась в этом случае в рамках равномерного поиска в пространстве параметров для модифицированной формулы (2) за счет варьирования трех констант k_1 , k_2 , z_m :

$$h(x) = \frac{2k_1F}{\pi E' l} \ln \frac{1}{1 - \left(1 - e^{-\frac{z_m \pi E' l}{2k_1 F}}\right) \left(\frac{x - a}{k_2 a} + 1\right)^2} \quad (6)$$

где a – эффективная длина контакта, k_1 – коэффициент увеличения нагрузки; k_2 – отношение проекции на горизонтальную ось длины логарифмического участка к общей эффективной длине контакта, z_m – изменение величины радиуса ролика на конце эффективной длины контакта.

Экспериментальное исследование [15], направленное на подтверждение теоретических результатов, полученных в работе [13], показало, что ролики подшипников, имеющие полностью логарифмический профиль, обладают большей долговечностью по сравнению с роликами, имеющими прямолинейную часть профиля.

Также одним из направлений совершенствования роликов является повышение их стойкости к возможному перекосу роликов, вызванному перекосом колец подшипника. В работах [9, 11, 13, 16–18] было показано, что использование роликов, спроектированных по приведенным алгоритмам, позволяет повысить их долговечность не только в расчетных режимах эксплуатации, но и в режимах эксплуатации подшипников при наличии перекоса положения колец относительно роликов.

В рамках данной работы предлагается альтернативное решение поиска рационального профиля ролика подшипника с использованием степенной функции с целой отрицательной степенью, имеющей более простое аналитическое описание в сравнении с логарифмическими функциями. Цель работы – продемонстрировать адекватность равномерного поиска при определении рациональных форм профиля тел качения с применением численных методов, что не требует дорогостоящих экспериментов на этапе проектирования подшипников.

Методология

Отметим, что в работе [13] приводится алгоритм поиска рациональных форм тел качения на множестве логарифмических функций с перебором трех параметров, что затрудняет его применение в общем случае. В настоящей работе для нахождения эффективных форм тел качения предлагается общий алгоритм рационализации формы такого тела, основанный на равномерном поиске (метод перебора [19, 20]) в пространстве параметров в классе степенных функций с целой отрицательной степенью. Существенно, что предлагаемый алгоритм позволяет проводить вычислительные эксперименты и для других классов функций. Предлагаемая нами методика имеет общий характер и в данной работе верифицирована на примере воспроизводства известного решения, полученного в работах [9–11]. В процессе рационализации осуществляется минимизация максимальных значений подповерхностных напряжений σ_i и контактных давлений, возникающих в зоне контакта [2, 11]. Данные критерии отвечают за разные механизмы разрушения, но в зоне контакта пропорциональны между собой [21]. Алгоритм, реализующий указанный подход, включает в себя следующие шаги:

- 1) определение конструктивных параметров, подлежащих варьированию;
- 2) построение геометрических и конечно-элементных (КЭ) моделей для начальных значений варьируемых параметров (анализ чувствительности влияния их изменения на критерий σ_i);
- 3) определение необходимого шага значений параметров при последовательном переборе параметров;
- 4) проведение равномерного поиска рациональной (по тем или иным критериям) формы профиля с помощью вычислительных экспериментов;
- 5) исследование контактного взаимодействия при перекосе тела качения;
- 6) анализ результатов.

В качестве объекта исследования выбран роликовый подшипник качения буксового узла вагона. Геометрические размеры конструктивных элементов подшипника представлены на рис. 2 [22, 23]. Материалом тел качения и соответствующих колец для определенности выбрана сталь ШХ15 с модулем Юнга $E = 211\,000$ МПа и коэффициентом Пуассона $\mu = 0.3$. В качестве нагрузки при-

кладывается распределенная по образующей линии сила 58 860 Н [24, 25]. Рассмотрим параметры, которые потенциально подлежат варьированию для общего вида ролика подшипника (см. рис. 2):

- 1) длина прямолинейного участка K_1 ;
- 2) расстояние от торца до начала радиусного перехода (направляющей линии) профиля в зоне перехода от боковой поверхности тела качения к торцевой, имеющей форму части окружности) K_2 ;
- 3) величина изменения радиуса тела качения в точке стыковки кривой профиля ($f(x)$) с радиусным переходом K_3 ;
- 4) величина изменения радиуса тела качения в точке стыковки торцевой части с радиусным переходом K_4 .

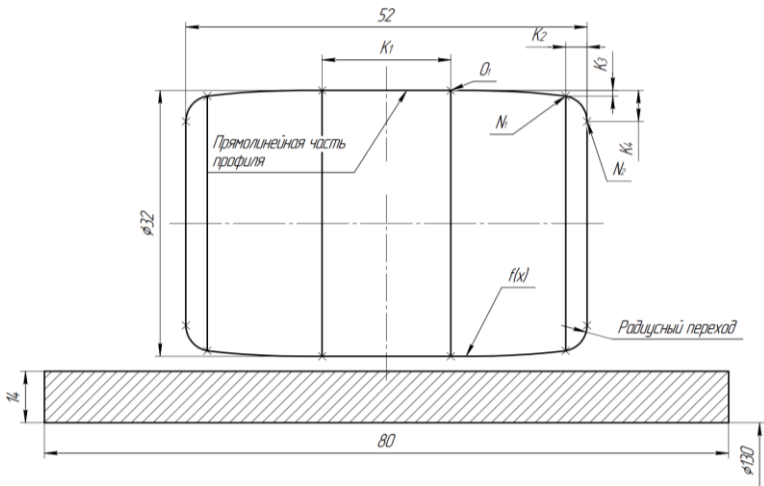


Рис. 2. Геометрические размеры и параметры контактирующих тел
Fig. 2. Geometric dimensions and parameters of contacting bodies

Сравнительный анализ чувствительности величины σ_i на изменение параметров показал, что значимыми параметрами, влияющими на напряженно-деформированное состояние, на дорожке качения являются параметры K_1 и K_3 . По этой причине поиск рациональной формы профиля выполнялся на основе равномерного поиска (перебора) значений данных параметров. При этом для величины K_1 перебор выполнялся для значений $K_1 = 0, 6, 10, 20, 30, 40$ мм. Аналогично параметр K_3 рассматривался для значений, обеспечивающих минимизацию величины критерия σ_i , с шагом 0.012 мм и при необходимости уменьшался. Описанный ниже численный анализ показал относительно невысокую значимость варьирования величин K_2 и K_4 , значения которых в процессе вычислительного эксперимента принимались (в соответствии с [23]) равными 1.

Линия профиля поверхности качения может быть образована с помощью переноса и поворота фрагментов различных линий. При их выборе необходимо выполнение дополнительного условия: функция, описывающая профиль, должна быть достаточно гладкой во всех точках возможного контакта. В противном случае в точке разрыва производных более высокого порядка нарушается гладкость решения с последующим ростом напряжений. Указанное явление описано, напри-

мер, в работе [26]. С этой точки зрения более универсальной (в сравнении с логарифмической функцией) является степенная функция с отрицательным целым показателем. Существенной особенностью такой функции является возможность исключить радиусный переход на всем протяжении функции профиля (рис. 3). Такой подход создает возможность исключения радиусного перехода в линии профиля ролика в целом. Это обстоятельство позволяет предположить, что при возможном перекосе ролика, возникающем в процессе эксплуатации подшипника, точки нарушения гладкости профиля в зоне возможного контакта образовываться не будут.

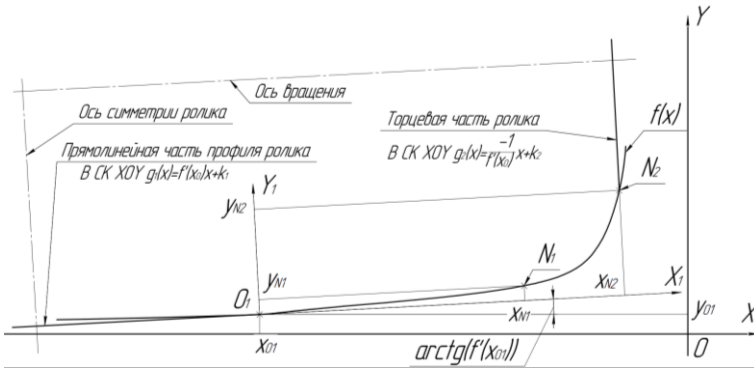


Рис. 3. Определение необходимого фрагмента функции
Fig. 3. Determining of the required function fragment

Рассмотрим формирование профиля с использованием фрагмента степенной функции:

$$f(x) = cx^b. \quad (7)$$

В декартовой системе координат XOY рассмотрим график функции $f(x)$ (см. рис. 3) с положительным коэффициентом c и $b = -2$. На графике произвольно выбирается точка O_1 , через которую проводится новая система координат $X_1O_1Y_1$ таким образом, что ось O_1X_1 является касательной функции $f(x)$ в точке O_1 , как показано на рис. 3. В положительном направлении оси O_1X_1 последовательно выбираются точки N_1 и N_2 с координатами в системе координат $X_1O_1Y_1$ (x_{N1}, y_{N1}) и (x_{N2}, y_{N2}) соответственно. Связь данных координат с параметрами тела качения устанавливается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} x_{N1} = l/2 - K_1 - K_2, \\ y_{N1} = K_3, \\ x_{N2} = l/2 - K_1, \\ y_{N2} = K_4. \end{cases} \quad (8)$$

Данные координаты точек можно представить в системе координат XOY:

$$\begin{cases} x'_{N1} = x_{N1} \cos(\arctan(f'(x_0)) - y_{N1} \sin(\arctan(f'(x_0))) - x_0, \\ y'_{N1} = x_{N1} \sin(\arctan(f'(x_0)) + y_{N1} \cos(\arctan(f'(x_0))) + y_0, \\ x'_{N2} = x_{N2} \cos(\arctan(f'(x_0)) - y_{N2} \sin(\arctan(f'(x_0))) - x_0, \\ y'_{N2} = x_{N2} \sin(\arctan(f'(x_0)) + y_{N2} \cos(\arctan(f'(x_0))) + y_0. \end{cases} \quad (9)$$

Указанные соотношения позволяют составить систему уравнений, разрешимую относительно значений параметров c , x_0 , y_0 :

$$\begin{cases} y_0 = cx_0^{-2}, \\ y'_{N1} = cx_{N1}^{-2}, \\ y'_{N2} = cx_{N2}^{-2}, \end{cases} \quad (10)$$

и построить соответствующую линию профиля рассматриваемых роликов. Существенно, что указанная линия проходит при этом через заданные базовые точки, определяющие контур тела качения (см. рис. 2, 3). После чего строится геометрическая модель в программном комплексе Siemens NX 1899 [27].

С целью определения и минимизации значений σ_i были осуществлены вычислительные эксперименты с использованием численного моделирования процесса контакта ролика и внутреннего кольца подшипника, основанного на применении МКЭ, (использовался программный комплекс Siemens Femap 2020.1 [28]).

Оценка достоверности получаемых значений характеристик НДС контакта осуществлялась на последовательности КЭ-дискретизаций. При этом на каждом шаге этой последовательности размер КЭ уменьшался вдвое по каждому из координатных направлений. Измельчение разбивки принималось достаточным, если на некотором шаге указанного измельчения значение $\sigma_i^{\max}$ изменялось не более чем на 3%. Для достижения необходимой точности использовалась процедура фрагментирования твердых тел на отдельные фрагменты с последующим сопряжением решений (рис. 4) [29].

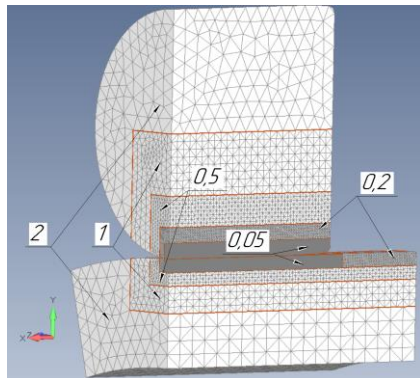


Рис. 4. Дискретизация конечно-элементной сетки модели контактного взаимодействия ролика и внутреннего кольца подшипника

Fig. 4. Discretization of the finite element mesh of the model of contact interaction between the roller and the inner ring of the bearing

Для повышения точности описываемого КЭ-моделирования в зоне контакта (во фрагментах, примыкающих к поверхностям контакта) использовались гексагональные КЭ [30]. Для достижения указанной точности потребовалась дискретизация рассматриваемых тел на 11 фрагментов тел. В целом используемая дискретизация содержала не менее 1 млн КЭ, а размер наименьшего КЭ не превышал при этом 0.05 мм. Полученные результаты верифицированы на примере воспроизводства известного решения, полученного в работах [9–11], и дополнительно

также с помощью численного решения модельной задачи (задача Герца) [21, 31, 32]. При этом соответствующее решение указанной модельной задачи рассматривалось для цилиндров, диаметры которых соответствовали диаметрам элементов подшипников. Аналитическое решение поставленной модельной задачи дает максимальное (в сечении ролика) значение интенсивности напряжений, равное 1 003 МПа [21, 31, 32]. Вычислительное моделирование рассматриваемого контактного взаимодействия осуществлялось на основе линейных уравнений теории упругости с применением МКЭ. Расчетное значение указанной максимальной интенсивности составило при этом 1 020 МПа. Близость уровня НДС в случае решения задачи Герца и соответствующего численного решения также подтверждает необходимую точность моделирования рассматриваемых НДС.

Анализ результатов моделирования

Рассмотрим процесс рационализации формы ролика, осуществляемый в пространстве геометрических параметров, представленных на рис. 2. Результаты проведенного равномерного поиска в пространстве параметров K_1 и K_3 тела качения для степенных функций с отрицательными целыми коэффициентами представлены на рис. 5–7.

Полученные результаты показывают, что наибольшее снижение значений $\sigma_i^{\max}$ достигается при выполнении равенства $K_1 = 0$. При этом возможно изготавливать ролики с частично (до значения $K_1 = 20$, что составляет 38% длины ролика) прямолинейной образующей (прямолинейная часть профиля образует серединную часть боковой поверхности ролика, представленной на рис. 2). Повышение напряжений (по сравнению с ситуацией, когда $K_1 = 0$) не превышают 1.5%. При уменьшении показателя b величина минимально возможного значения $\sigma_i(K_3)$ возрастает, при этом увеличивается значение аргумента K_3 , при котором величина $\sigma_i^{\max}$ достигает минимального значения. Наибольший эффект минимизации при этом достигается для степенных профилей (7) образованных при $b = -1$.

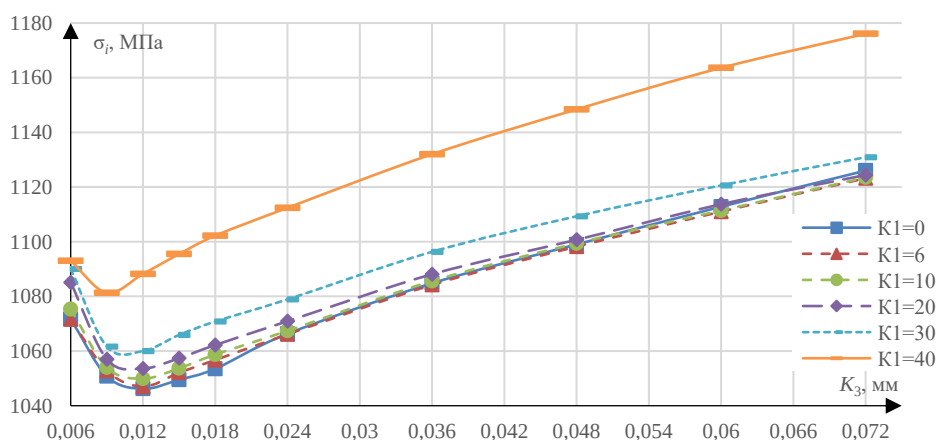


Рис. 5. Результаты вычислительных экспериментов для степенной функции со степенью $b = -1$

Fig. 5. Results of computational experiments for a power function with degree $b = -1$

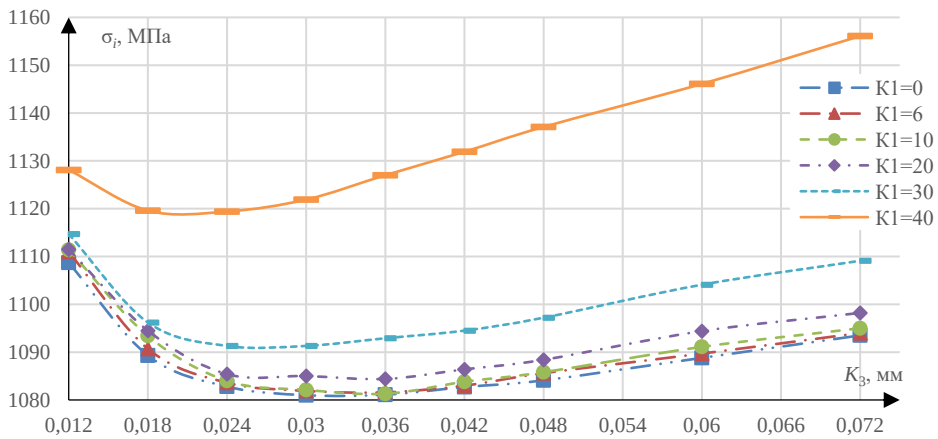


Рис. 6. Результаты вычислительных экспериментов для степенной функции со степенью $b = -2$

Fig. 6. Results of computational experiments for a power function with degree $b = -2$

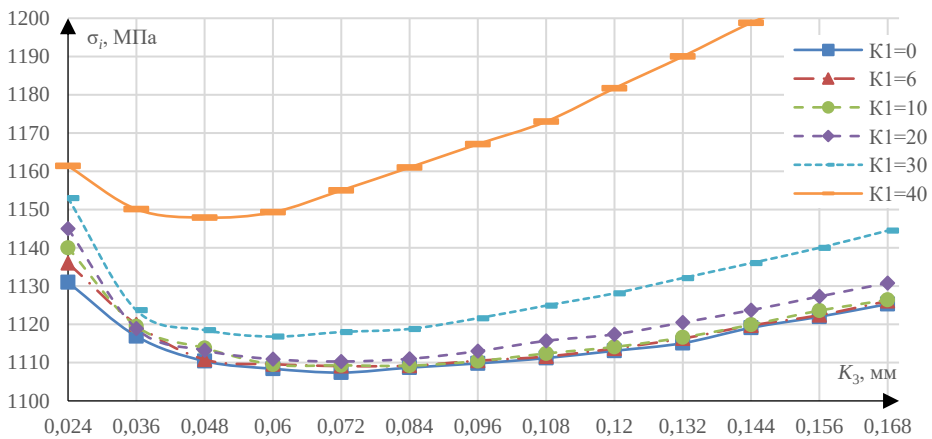


Рис. 7. Результаты вычислительных экспериментов для степенной функции со степенью $b = -3$

Fig. 7. Results of computational experiments for a power function with degree $b = -3$

Отметим, что идеальным (при заданной нагрузке и длине контакта) решением рассматриваемой технической задачи о минимизации максимального уровня напряжений в зоне контакта является распределение напряжений, соответствующее решению задачи Герца. Сравнение полученных результатов минимизации для степенных (7) и логарифмических профилей (2), (3), а также результатов, определяемых решением задачи Герца, представлено в таблице. Такое сравнение показывает, что применяемый в данной работе алгоритм позволяет минимизировать σ_i до значения, отличающегося менее чем на 5% от идеального решения рассматриваемой задачи минимизации.

Для оценки НДС, возникающего при перекосе роликов (рис. 8), проведено исследование влияния величины угла перекоса $\varphi = 0, 0.1, 0.2^\circ$.

Сравнение результатов вычислительных экспериментов

№	Функция профиля	σ_i , МПа	%	Примечание
1	$h(x) = 0.003 \ln \frac{1}{1 - 0.97 \left(\frac{2x}{26} \right)^2}$	1 070	6.7	Профиль Джонса и Гохара
2	$h(x) = 0.014 \ln \frac{1}{1.006 - \left(\frac{2x}{25} \right)^6}$	1 110	10.7	Профиль Кшеминьского-Фреды и Варда
3	$f(x) = 0.012x^{-1}$	1 050	4.7	$K_1 = 0, K_3 = 0.012$
4	$f(x) = 0.055x^{-1}$	1 100	9.7	$K_1 = 0, K_3 = 0.048$
5	Решение задачи Герца для цилиндров одинаковой длины, соответствующих элементам подшипникового узла	1 003	—	

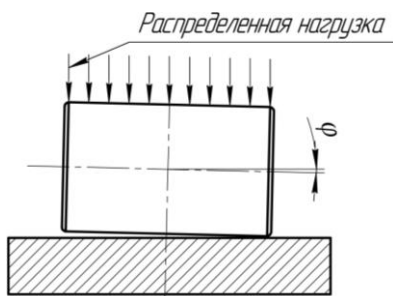


Рис. 8. Угол перекоса ролика

Fig. 8. Roller skew angle

Наиболее наглядно влияние перекоса роликов видно на графиках распределения контактных давлений по длине ролика, которые должны быть монотонными и не иметь локальных всплесков напряжений. Результаты вычислительных экспериментов с учетом перекоса роликов представлены на рис. 9–11.

Приведенные на рис. 9 распределения контактных давлений показывают, что рассмотренные профили с точки зрения повышения ресурса работы близки друг к другу.

Из графиков видно, что при использовании профиля Джонса и Гохара возникает резкий скачок контактных давлений, что вызывает резкое повышение σ_i . Профиль степенной функции $f(x) = 0.012x^{-1}$ дает лучшее распределение контактных давлений и лучший результат по критерию σ_i при $\varphi = 0^\circ$. В то же время при увеличении φ (так же, как и при использовании профиля Джонса и Гохара) вблизи торца ролика возникает зона концентрации напряжений. Соответственно, по мере накопления усталостных повреждений возникает зона кромочного износа (см. рис. 1, а). По этой причине данный профиль не является наиболее рациональным. Наибольшую рациональность (по критерию минимизации $\sigma_i^{\max}$) в различных эксплуатационных ситуациях демонстрируют профили Кшеминьского-Фреды и Варды и степенной профиль $f(x) = 0.055x^{-1}$. Данные профили незначительно отличаются по характеристикам возникающего в процессе эксплуатации НДС. При этом существенно, что степенной профиль описывается более простой ана-

литической функцией, что упрощает практическую реализацию предлагаемого процесса рационализации формы роликов.

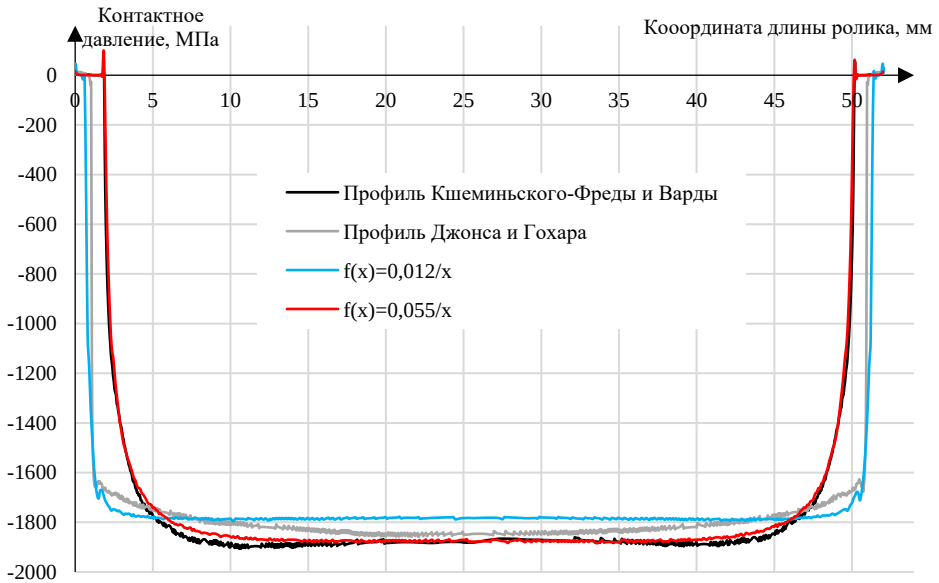


Рис. 9. Распределение контактных давлений по длине ролика при угле перекоса $\varphi = 0^\circ$
Fig. 9. Distribution of contact pressures along the roller length at skew angle $\varphi = 0^\circ$

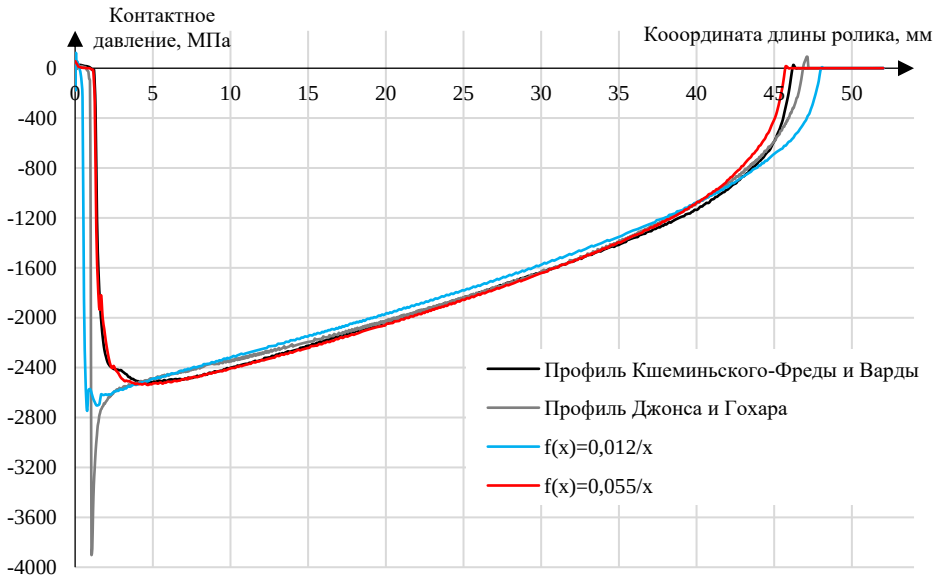


Рис. 10. Распределение контактных давлений по длине ролика при угле перекоса $\varphi = 0.1^\circ$
Fig. 10. Distribution of contact pressures along the roller length at skew angle $\varphi = 0.1^\circ$

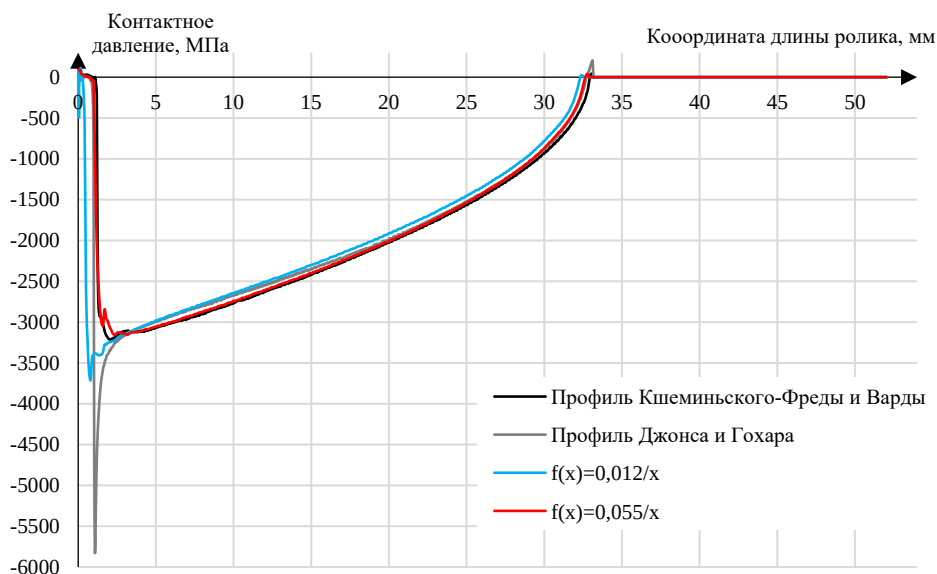


Рис. 11. Распределение контактных давлений по длине ролика при угле перекоса $\varphi = 0.2^\circ$

Fig. 11. Distribution of contact pressures along the roller length at skew angle $\varphi = 0.2^\circ$

Отметим, что предлагаемый подход к рационализации формы контактирующих тел, основанный на использовании степенной функции, описывающей профиль ролика, не опирается на известные аналитические решения каких-либо задач о контактном взаимодействии цилиндрических тел и может быть эффективно использован при исследовании различных конструктивных элементов подшипниковых узлов. В том числе при рассмотрении конических роликов, при рационализации формы тороидальных подшипников, роликовых подшипников, воспринимающих значительные осевые нагрузки на торце ролика, в частности упорных роликовых подшипников.

Заключение

Полученные результаты математического моделирования процесса контактного взаимодействия показывают, что достаточно рациональными и одновременно универсальными являются профили, описываемые степенной функцией с показателем $b = -1$. Использование таких профилей позволяет достичь минимального (на рассмотренных классах функций) значения $\sigma_i^{\max}$ по длине контакта. Также в случае перекоса ролика сохраняется возможность достичь равномерного распределения контактных давлений, не имеющего значительных местных подъемов. Получаемые характеристики НДС при этом практически не отличаются от известных зарубежных решений.

В целом представленные в данной работе результаты показывают, что методика рационализации (по критерию долговечности) формы высоконагруженных элементов подшипников может осуществляться в процессе равномерного поиска в пространстве их конструктивных параметров, основанного на использовании

простейших степенных функций с отрицательным целым показателем путем вычислительных экспериментов. Это обстоятельство существенно упрощает и ускоряет рациональный выбор значений геометрических параметров рассматриваемых конструктивных элементов.

Список источников

1. ISO 16281:2008. Rolling bearings. Methods for calculating the modified reference rating life for universally loaded bearings. 2008.
2. *Иванников В.В., Дегтярев С.А., Леонтьев М.К.* Расчеты на долговечность с учетом сложного нагружения роликоподшипника и распределения усилий по телам качения // Климовские чтения – 2018: перспективные направления развития авиадвигателестроения : сб. докл. междунар. науч.-техн. конф., СПб., 2018. СПб : Скифия-принт, 2018. С. 168–177.
3. *Привалихин Р.С.* Напряженное состояние в зоне контакта двух цилиндрических тел конечной длины // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2011. Т. 13, № 1-3. С. 599–603
4. ЦВТ-22. Классификатор дефектов и повреждений подшипников качения / ОАО «РЖД». 2007. URL: <https://rcit.su/techinfo66.html>
5. 3-ЦВПК. Инструктивные указания по эксплуатации и ремонту вагонных букс с роликовыми подшипниками / Министерство путей сообщения РФ. 1998. URL: <https://rcit.su/techinfo52.html>
6. *Попова Д.Д., Самойленко Н.А., Семенов С.В., Шустеров В.А.* Анализ эффективности применения бомбинированных роликов для снижения контактных напряжений в роликоподшипнике // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. 2020. № 60. С. 96–104. doi: 10.15593/2224-9982/2020.60.11
7. *Клебанов Я.М., Петров В.Р., Адеянов И.Е.* Решение задачи контактного взаимодействия кольца роликового подшипника и ролика на основе уравнения Буссинеску // Фундаментальные основы механики. 2019. № 4. С. 93–100. doi: 10.26160/2542-0127-2019-4-93-100
8. *Lundberg G.* Elastic contact between two semi-infinite bodies // Forschung auf den Gebiete des Ingenieurwesens. 1939. V. 10 (5). P. 201–211. doi: 10.1007/BF02584950
9. *Johns P.M., Gohar R.* Roller bearings under radial and eccentric loads // Tribology International. 1981. V. 14 (3). P. 131–136. doi:10.1016/0301-679X(81)90058-X
10. *Krzemiński-Freda H., Warda B.* Correction of the roller generators in spherical roller bearings // Wear. 1996. V. 192. P. 29–39. doi:10.1016/0043-1648(95)06739-6
11. *Warda B., Chudzik A.* Effect of ring misalignment on the fatigue life of the radial cylindrical roller bearing // International Journal of Mechanical Sciences. 2016. V. 111-112. P. 1–11. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2016.03.019
12. *Kamamoto S., Fujimoto K., Yamamoto T.* Research on crowning profile to obtain the maximum load carrying capacity for roller bearings // KOYO Engineering Journal. 2001. V. 159E. P. 47–52
13. *Fujiwara H., Kawase T.* Logarithmic Profile of Rollers in Roller Bearing and Optimization of the Profile // Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series. 2006. P. 3022–3029. doi: 10.1299/kikaic.72.3022
14. *Bazaraa M.S., Sherall H.D., Shetty C.M.*, Nonlinear Programming, New York : John Wiley and Sons, 2006. 853 p.
15. *Fujiwara H., Kobayashi T., Kawase T., Yamauchi K.* Optimized Logarithmic Roller Crowning Design of Cylindrical Roller Bearings and Its Experimental Demonstration // Tribology Transactions. 2010. V. 53. P. 909–916. doi: 10.1080/10402004.2010.510619
16. *Harris T.A.* Rolling Bearing Analysis. New York : John Wiley and Sons, 1966. 760 p.

17. Клебанов Я.М., Петров В.Р., Адеянов И.Е. Численное исследование влияния профиля ролика и перекоса колец на нормальное давление в области контакта ролика с дорожками качения цилиндрического роликового подшипника // Инженерный журнал: наука и инновации. 2019. № 10 (94). С. 1–18. doi: 10.18698/2308-6033-2019-9-1927
18. Shuting Li. Strength analysis of the roller bearing with a crowning and misalignment error // Engineering Failure Analysis. 2021. V. 123. P. 1–15. doi: 10.1016/j.engfailanal.2021.105311
19. Гончаров В.А. Методы оптимизации : учеб. пособие для вузов. М. : Юрайт, 2024. 191 с.
20. Цвик Л.Б., Зеньков Е.В., Запольский Д.В., Еремеев В.К. Проектирование профиля железнодорожных колес методом равномерного поиска в пространстве радиусов галтельных переходов // Транспорт Урала. 2015. № 3 (46). С. 67–70.
21. Биргер И.А. и др. Прочность, устойчивость, колебания : справочник : в 3 т. М. : Машиностроение, 1968. Т. 2. 465 с.
22. ГОСТ 18572–2014. Подшипники буксовые роликовые цилиндрические железнодорожного подвижного состава. Введ. 01.07.2015. М. : Стандартинформ, 2015. 79 с.
23. ГОСТ 22696–2013. Подшипники качения. Ролики цилиндрические. Технические условия. Введ. 01.06.2015. М. : Стандартинформ, 2015. 33 с.
24. Лукин В.В., Шадура Л.А., Котуранов В.Н. Конструирование и расчет вагонов : учеб. пособие. М. : УМК МПС, 2000. 731 с.
25. Ефремова И.А., Павлюков А.Э. Исследование изменения нагрузки на ролики в подшипнике железнодорожного вагона с использованием численных методов // Новые материалы и технологии в машиностроении. 2004. № 3. С. 27–31.
26. Цвик Л.Б., Тармаев А.А., Бочаров И.С. Гладкость контуров тел качения подшипников с цилиндрическими роликами и ресурс их циклической работы // Транспорт Урала. 2019. № 3 (62). С. 20–27. doi: 10.20291/1815-9400-2019-3-20-27
27. Бутко А.О., Прудников В.А., Цырклов Г.А. Основы моделирования в САПР NX : учеб. пособие. 2-е изд. М. : ИНФРА-М, 2018. 199 с.
28. Рычков С.П. Моделирование конструкций в среде Femap with NX Nastran : практ. руководство. 2-е изд. М. : ДМК Пресс, 2023. 785 с.
29. Запольский Д.В., Цвик Л.Б., Зеньков Е.В., Еремеев В.К. Сравнительный анализ деформирования дисковой части цельнокатаных железнодорожных колес различного конструктивного оформления // Вестник ВНИИЖТ. 2013. № 5. С. 29–36.
30. Цвик Л.Б., Зеньков Е.В., Бочаров И.С. Вычислительная механика деформирования деталей вагонов. Иркутск : Иркут. гос. ун-т путей сообщения, 2020. 164 с.
31. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости : пер. с англ. / под ред. Г.С. Шапиро. 2-е изд. М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1979. 560 с.
32. Беляев Н.М. Местные напряжения при сжатии упругих тел // Инженерные сооружения и строительная механика. Л. : Путь, 1924. С. 27–108.

References

1. ISO 16281:2008 (2008) *Rolling bearings. Methods for calculating the modified reference rating life for universally loaded bearings.*
2. Ivannikov V.V., Degtyarev S.A., Leont'ev M.K. (2018) Raschety na dolgovechnost' s uchetom slozhnogo nagruzheniya rolikopodshipnika i raspredeleniya usilii po telam kacheniya [Durability calculations taking into account complex roller bearing loading and force distribution across rolling elements]. *Klimovskie chteniya-2018: perspektivnye napravleniya razvitiya aviadvigatelistroeniya: sbornik dokladov mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii. Saint Petersburg, 2018. pp. 168–177.*
3. Privalikhin R.S. (2011) Napryazhennoe sostoyanie v zone kontakta dvukh tsilindricheskikh tel konechnoy dliny [Tension in contact zone of two cylindrical final length bodies]. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra rossyskoy akademii nauk – Izvestia of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences.* 13(1–3). pp. 599–603.

4. TsVT–22 (2007) *Klassifikator defektov i povrezhdeniy podshipnikov kacheniya* [Classifier of defects and damages of rolling bearings]. OAO «RZHD».
5. 3–TsVRK (1998) *Instruktivnye ukazaniya po ekspluatatsii i remontu vagonnykh buks s rolikovymi podshipnikami* [Guidelines for the operation and repair of wagon axle boxes with roller bearings]. Ministerstvo putey soobshcheniya RF.
6. Popova D.D., Samoylenko N.A., Semenov S.V., Shisterov V.A. (2020) Analiz effektivnosti primeneniya bombinirovannykh rolikov dlya snizheniya kontaktnykh napryazheniy v rolkopodshipnike [Analysis of the efficiency of application of bombined rollers to reduce the contact tensions in the roller bearing]. *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Aerokosmicheskaya tekhnika – PNRPU Aerospace Engineering Bulletin*. 60. pp. 96–104. doi: 10.15593/2224-9982/2020.60.11
7. Klebanov Ya.M., Petrov V.R., Adeyanov I.E. (2019) Reshenie zadachi kontaktnogo vzaimodeystviya kol'tsa rolikovogo podshipnika i rolika na osnove uravneniya Bussinesku [Solving the problem of contact interaction of a roller bearing ring and a roller based on the Bousinescu equation]. *Fundamental'nye osnovy mekhaniki*. 4. pp. 93–100. doi: 10.26160/2542-0127-2019-4-93-100
8. Lundberg G. (1939) Elastic contact between two semi-infinite bodies. *Forschung auf den Gebiete des Ingenieurwesen*. 10(5). pp. 201–211. doi: 10.1007/BF02584950
9. Johns P.M., Gohar R. (1981) Roller bearings under radial and eccentric loads. *Tribology International*. 14(3). pp. 131–136. doi: 10.1016/0301-679X(81)90058-X
10. Krzemiński-Freda H., Warda B. (1996) Correction of the roller generators in spherical roller bearings. *Wear*. 192. pp. 29–39. doi: 10.1016/0043-1648(95)06739-6
11. Warda B., Chudzik A. (2016) Effect of ring misalignment on the fatigue life of the radial cylindrical roller bearing. *International Journal of Mechanical Sciences*. 111–112. pp. 1–11. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2016.03.019
12. Kamamoto S., Fujimoto K., Yamamoto T. (2001) Research on crowning profile to obtain the maximum load carrying capacity for roller bearings. *KOYO Engineering Journal*. 159E. pp. 47–52.
13. Fujiwara H., Kawase T. (2006) Logarithmic profile of rollers in roller bearing and optimization of the profile. *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series*. pp. 3022–3029. doi: 10.1299/kikaic.72.3022
14. Bazaraa M.S., Sherali H.D., Shetty C.M. (2006) *Nonlinear Programming*. New York: John Wiley and Sons.
15. Fujiwara H., Kobayashi T., Kawase T., Yamauchi K. (2010) Optimized logarithmic roller crowning design of cylindrical roller bearings and its experimental demonstration. *Tribology Transactions*. 53. pp. 909–916. doi: 10.1080/10402004.2010.510619
16. Harris T.A. (1966) *Rolling Bearing Analysis*. New York: John Wiley and Sons.
17. Klebanov J.M., Petrov V.R., Adeyanov I.E. (2019) Chislennoe issledovanie vliyaniya profilya rolika i perekosa kolets na normal'noe davlenie v oblasti kontakta rolika s dorozhkami kacheniya tsilindricheskogo rolikovogo podshipnika [Numerical study of the effect of roller profile and ring skew on roller raceways contact pressure in cylindrical roller bearing]. *Inzhenernyy zhurnal: Nauka i innovatsii – Engineering Journal: Science and Innovation*. 10(94). pp. 1–15. doi: 10.18698/2308-6033-2019-9-1927
18. Li S. (2021) Strength analysis of the roller bearing with a crowning and misalignment error. *Engineering Failure Analysis*. 123. pp. 1–15. doi: 10.1016/j.engfailanal.2021.105311
19. Goncharov V.A. (2024) *Metody optimizatsii: uchebnoe posobie dlya vuzov* [Optimization methods: a textbook for universities]. Moscow: Yurayt.
20. Tsvik L.B., Zenkov E.V., Zapol'sky D.V., Ereemeev V.K. (2015) Proektirovanie profilya zheleznodorozhnykh koles metodom ravnomernogo poiska v prostranstve radiusov galtel'nykh perekhodov [Design of a railway wheel profile by uniform search in fillet radius space]. *Transport Urala – Transport of the Urals*. 3(46). pp. 67–70.
21. Birger I.A. (1968) *Prochnost', ustoychivost', kolebaniya. Spravochnik. Tom 2* [Strength, stability, vibrations. A reference book. Volume 2]. Moscow: Mashinostroenie.

22. GOST 18572-2014. *Podshipniki bukovye rolkovye tsilindricheskie zheleznodorozhnogo podvizhnogo sostava* [Cylindrical roller axle bearings for railway rolling stock]. Moscow: Standartinform.
23. GOST 22696-2013. *Podshipniki kacheniya. Roliki tsilindricheskie. Tekhnicheskie usloviya* [Rolling bearings. Cylindrical rollers. Technical conditions]. Moscow: Standartinform.
24. Lukin V.V., Shadur L.A., Koturanov V.N. (2000) *Konstruirovaniye i raschet vagonov: uchebnoye posobie* [Design and calculation of railway cars: a textbook]. Moscow: UMK MPS.
25. Efremova I.A., Pavlyukov A.E. (2004) Issledovanie izmeneniya nagruzki na rolki v podshipnike zheleznodorozhnogo vagona s ispol'zovaniem chislennykh metodov [Study of changes in the load on rollers in a railway car bearing using numerical methods]. *Novye materialy i tekhnologii v mashinostroyenii*. 3. pp. 27–31.
26. Tsvik L.B., Tarmaev A.A., Bocharov I.S. (2019) Gladkost' konturov tel kacheniya podshipnikov s tsilindricheskimi rolkami i resurs ikh tsiklicheskoj raboty [Smoothness of rolling elements contours of bearings with cylindrical rollers and their life time]. *Transport Urala – Transport of the Urals*. 3(62). pp. 20–27. doi: 10.20291/1815-9400-2019-3-20-27
27. Butko A.O., Prudnikov V.A., Tsirkov G.A. (2018) *Osnovy modelirovaniya v SAPR NX: uchebnoye posobie* [Basics of modeling in NX CAD: a textbook]. Moscow: INFRA-M.
28. Rychkov S.P. (2023) *Modelirovaniye konstruksiy v srede Femap with NX Nastran: prakticheskoe rukovodstvo* [Modeling of structures in the Femap with NX Nastran environment: a practical guide]. Moscow: DMK Press.
29. Zapol'sky D.V., Tsvik L.B., Zenkov E.V., Ereemeev V.K. (2013) Sravnitel'nyy analiz deformirovaniya diskovoy chasti tsel'nokatanykh zheleznodorozhnykh koles razlichnogo konstruktivnogo oformleniya [Comparative analysis of disk part deformations of various design solid wheels]. *Vestnik VNIIZhT – Russian Railway Science Journal*. 5. pp. 29–36.
30. Tsvik L.B., Zenkov E.V., Bocharov I.S. (2020) *Vychislitel'naya mekhanika deformirovaniya detaley vagonov* [Computational mechanics of deformation of railway car parts]. Irkutsk: Irkutsk State Transport University.
31. Timoshenko S.P., Goodier J.N., Abramson H.N. (1970) Theory of Elasticity. In: *ASME. Journal of Applied Mechanics*. doi: 10.1115/1.3408648
32. Belyaev N.M. (1924) Mestnye napryazheniya pri szhatii uprugikh tel [Local stresses during compression of elastic bodies]. *Inzhenernye sooruzheniya i stroitel'naya mekhanika*. pp. 27–108.

Сведения об авторах:

Гордеев Константин Александрович – аспирант кафедры конструирования и стандартизации в машиностроении Иркутского национального исследовательского технического университета (ИРНИТУ) (Иркутск, Россия). E-mail: konstantin.gordeev.1999@mail.ru

Цвик Лев Беркович – доктор технических наук, профессор кафедры конструирования и стандартизации в машиностроении Иркутского национального исследовательского технического университета (ИРНИТУ) (Иркутск, Россия). E-mail: tsvik_l@mail.ru

Information about the authors:

Gordeev Konstantin A. (Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, Russian Federation). E-mail: konstantin.gordeev.1999@mail.ru

Tsvik Lev B. (Doctor of Technical Sciences, Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, Russian Federation). E-mail: tsvik_l@mail.ru

Статья поступила в редакцию 05.09.2024; принята к публикации 07.02.2025

The article was submitted 05.09.2024; accepted for publication 07.02.2025