

Научная статья

УДК 531.57

doi: 10.17223/19988621/93/11

О влиянии конусности канала заряда на величины внутрибаллистических параметров РДТТ

Алексей Матвеевич Липанов

Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук, Москва, Россия, lipanov@udman.ru

Аннотация. Рассмотрен вопрос о влиянии одного из конструктивных элементов заряда – конусности его канала – на величины внутрибаллистических параметров. Исследовано влияние небольшой конусности канала заряда с углом наклона его образующей к оси симметрии канала, равным 0.5° . Изучен случай, когда расширение канала заряда направлено в сторону его сопловой границы. Показано, что при этих условиях скорость потока на сопловой границе канала по сравнению с цилиндрическим каналом меньше на 17,68%. На 14,66% уменьшается продольный перепад давления.

Ключевые слова: заряд твердого топлива, канал заряда, скорость потока, перепад давления, двигатель

Для цитирования: Липанов А.М. О влиянии конусности канала заряда на величины внутрибаллистических параметров РДТТ // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2025. № 93. С. 131–139. doi: 10.17223/19988621/93/11

Original article

On the effect of charge channel conicity on the internal ballistic parameters of a solid-propellant rocket motor

Aleksey M. Lipanov

Federal Research Center M.V. Keldysh Institute of Applied Mathematics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation, lipanov@udman.ru

Abstract. This paper considers the influence of a charge design element, namely, the channel conicity, on the internal ballistic parameters. The case of a small conicity of the charge channel with an inclination angle of its generatrix to the channel symmetry axis of 0.5 degrees is studied. The charge channel is expanded toward its nozzle boundary. Under these conditions, the flow velocity at the nozzle boundary of the channel is 17.68% less than that in a cylindrical channel; the longitudinal pressure drop is reduced by 14.66%. The calculations performed have shown that the use of a conical charge channel instead of a cylindrical one, with an inclination angle of the charge channel generatrix to the symmetry axis equal to 0.5 degrees, allows one to significantly reduce the flow velocity

at the nozzle boundary of the charge channel. This creates conditions for erosion-free combustion of solid propellants for charge with dimensions close to those of a charge with a cylindrical channel. At the same time, the longitudinal force effect on the charge is also reduced.

Keywords: solid propellant charge, charge channel, flow rate, pressure drop, engine

For citation: Lipanov, A.M. (2025) On the effect of charge channel conicity on the internal ballistic parameters of a solid-propellant rocket motor. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 93. pp. 131–139. doi: 10.17223/19988621/93/11

Введение

Рассмотрим практически важный вопрос о влиянии конусности канала заряда на величины внутрибаллистических параметров (ВБП). Речь пойдет о конусности канала заряда типа технологической, создаваемой из соображений безопасности при изготовлении крупногабаритных зарядов. Будем рассматривать заряды, длины L которых равны трем и более метрам. Для таких зарядов, чтобы технологическую иглу, формирующую канал заряда в результате полимеризации и отверждения топлива, извлечь из его канала без трения, на канале необходимо создавать конусность [1].

Но это из технологических соображений и соображений безопасности.

Естественно, возникает вопрос, как создание конусного канала заряда сказывается на величинах ВБП РДТТ. В известных автору работах [2–6], в которых анализируются внутрикамерные процессы, этот вопрос не рассматривается. В работе [7] представлены данные по горению заряда в виде «зонтика».

Постановка задачи и описание метода решения

Чтобы ответить на данный вопрос, рассмотрим сначала заряд внутреннего горения (рис. 1) для двигателя с застойной зоной с цилиндрическим каналом, заимствованный из работы [8]. Этот заряд имеет опорный уступ 1 для создания застойной зоны в двигателе. Большая часть наружной поверхности данного заряда, включая опорный уступ и наружную поверхность 3 после него, бронированы. Наружная поверхность, примыкающая к переднему торцу заряда, не бронирована. Для обеспечения зависимости величины поверхности горения заряда $S(e)$ как функции величины сгоревшего свода e , близкой к постоянной, на этом участке наружной поверхности заряда определенным ее отрезок 2 бронирован. Кроме того, для тех же целей на переднем и сопловом торцах заряда сделано по одной проточке. Длины проточек на переднем и сопловом торцах заряда обозначим l_n и l_c соответственно. Их величины и значения других параметров рассматриваемого заряда (без конусности) приведены в табл. 1

В табл. 1 D – наружный диаметр (калибр) заряда; d_0 – начальный диаметр цилиндрического канала заряда; $\bar{S}$ – сумма поверхностей горения (переднего торца, передней проточки и не бронированной наружной поверхности, примыкающей к переднему торцу заряда), ПС с которых поступают в канал заряда через его переднюю границу; S_c – сумма поверхностей горения соплового торца заряда и сопловой проточки; ΔR – величина опорного уступа заряда; ω – масса заряда.

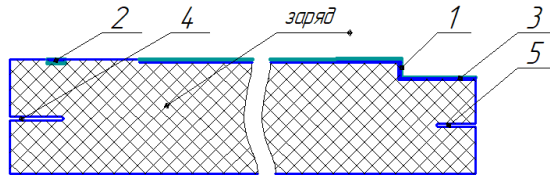


Рис. 1. Заряд внутреннего горения для РДТТ с застойной зоной: 1 – опорный уступ заряда; 2 – дополнительный забронированный участок наружной поверхности заряда; 3 – забронированная наружная поверхность заряда после опорного уступа; 4 – передняя проточка; 5 – сопловая проточка

Fig. 1. Internal combustion charge for a solid-propellant rocket motor with a stagnation zone: 1, charge support step; 2, additional armored section of the outer surface of the charge; 3, armored outer surface of the charge following the support step; 4, front groove; and 5, nozzle groove

Таблица 1

Величины параметров рассматриваемого заряда

D , м	d_0 , м	L , м	l_n , м	l_c , м	$\bar{S}$, м ²	S_c , м ²	ΔR , м	ω , кг
1	0.27	3	0.22	0.2			0.07	3 200

Заряд имеет длину 3 м и наружный диаметр $D = 0.975$ м. Начальный диаметр d_0 канала заряда, если канал цилиндрический, равен 0.27 м. Если канал конический, угол α_k наклона одной его стороны к оси симметрии канала заряда принимаем равным $\alpha_k = 0.5^\circ$. При этом средний радиус канала заряда оставляем равным 0.135 м. На длине в 3 м изменение радиуса канала заряда составляет 0.026 м. Масса заряда равна 3.2 т. Его время горения при давлении $p = 4$ МПа и температуре топлива 20°C равно 36,5 с, а скорость u_T горения твердого топлива при тех же условиях равна $u_T = 0.01$ м/с. Используем степенной закон зависимости скорости горения топлива от давления $u_T = u_1 p^\nu$. Величину показателя степени ν принимаем равной $\nu = 0.3$. Коэффициент u_1 скорости горения определим, учитывая условие, что при $p = 4$ Мпа скорость u_T горения топлива равна 0.01 м/с.

Величину площади критического сечения сопла находим при гипотезе осреднения ВБП по свободному объему двигателя. Коэффициент расхода $\varphi_2 = 0.98$. Отношение k изобарной c_p и изохорной c_v теплоемкостей равно $k = 1.2$. Функция $B(k) = 0.64853$ [2]. Произведение $RT_p = 10^6$ м²/с². При этих условиях величина площади $F_{кр}$ критического сечения сопла $F_{кр} = 0.034486$ м².

Чтобы ответить на вопрос о влиянии конусности канала заряда на величины ВБП, решим одномерную гомогенную квазистационарную газодинамическую задачу для начального этапа квазистационарной работы РДТТ. На этом этапе работы двигателя при переменной по длине канала заряда площади F его поперечного сечения имеем два дифференциальных уравнения [2]:

уравнение неразрывности

$$\frac{dF \rho v}{dx} = \frac{\rho_T u_T}{\cos \alpha_k} \quad (1)$$

и импульса

$$\frac{dF \rho v^2}{dx} + F \frac{dp}{dx} = 0 \quad (2)$$

и две конечные связи:
интеграл Бернулли

$$\frac{v^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{p}{\rho} = \frac{k}{k-1} RT_p \quad (3)$$

и уравнение состояния

$$\frac{p}{\rho} = RT. \quad (4)$$

В уравнениях (1)–(4) x – продольная пространственная координата, ρ_T – плотность топлива, ρ , v – плотность и скорость движения продуктов сгорания соответственно, R – газовая постоянная, T – температура продуктов сгорания соответственно.

Для решения уравнений (1) и (2) необходимо задать граничные условия. На входе в канал при $x = 0$ (параметры с индексом 0) имеем равенства

$$F_0 \rho_0 v_0 = \bar{S} \rho_T u_T(\bar{p}), \quad (5)$$

$$p_0 + \rho_0 v_0^2 = \bar{p}. \quad (6)$$

В равенстве (5) $\bar{S}$ – величина площади поверхности горения, с которой ПС поступают в канал заряда. В данном случае $\bar{S} = 1.2 \text{ м}^2$, $\bar{p}$ – давление в переднем объеме двигателя.

Добавим к уравнениям (5) и (6) интеграл Бернулли (3), записанный при $x = 0$:

$$\frac{v_0^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{p_0}{\rho_0} = \frac{k}{k-1} RT_p. \quad (7)$$

Используя уравнения (5)–(7), сможем найти переменные v_0 , p_0 , ρ_0 . Для нахождения переменной $\bar{p}$ воспользуемся условием равенства расхода ПС на сопловой границе заряда расходу через критическое сечение сопла [3]:

$$F_c \rho_c v_c + S_c \rho_T u_T(p_c) = \varphi_2 \frac{F_{kp} B(k)}{\sqrt{RT_p}} p_{*c}^3. \quad (8)$$

В равенстве (8)

$$B(k) = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{0.5 \frac{k+1}{k-1}} \sqrt{k}, \quad (9)$$

p_c^* – давление торможения в сопле. Его величина равна давлению торможения p_{*c}^3 на сопловой границе заряда. Для определения значения давления торможения p_{*c}^3 используем равенство

$$p_{*c}^3 = \frac{F_c \rho_c v_c p_{*c} + S_c \rho_T u_T(p_c) p_c}{F_c \rho_c v_c + S_c \rho_T u_T(p_c)}. \quad (10)$$

Здесь p_{*c} – давление торможения на сопловой границе канала заряда. Давление торможения на сопловом торце заряда в виду малой скорости оттока ПС от поверхности горения приравниваем статическому давлению p_c на сопловой границе канала заряда. Для нахождения величины давления торможения p_{*c} на сопловой границе канала заряда воспользуемся выражением для энтропийной функции

$$\frac{p_{*c}}{\rho_{*c}^k} = \frac{p_c}{\rho_c^k} \quad (11)$$

и уравнением состояния

$$\frac{p_{*c}}{\rho_{*c}} = RT. \quad (12)$$

Решая уравнения (11) и (12), получим

$$p_{*c} = \frac{(\rho_c RT_p)^{\frac{k}{k-1}}}{\rho_c^{\frac{1}{k-1}}}. \quad (13)$$

В результате имеем необходимую совокупность соотношений для решения уравнений (1), (2).

Сначала рассмотрим случай, когда канал заряда цилиндрический. В этом случае уравнение (2) интегрируется и приводится к виду:

$$p + \rho v^2 = \bar{p}. \quad (14)$$

Уравнение (1) запишется в виде:

$$\frac{d\rho v}{dx} = \frac{\rho_T u_1}{F} p^v. \quad (15)$$

Обозначим плотность тока ρv буквой m :

$$m = \rho v, \quad (16)$$

и получим для давления p формулу в зависимости от m . Учитывая обозначение (16), из уравнения (3) находим

$$\frac{mv}{2} + \frac{k}{k-1} p = \frac{k}{k-1} RT_p \rho.$$

Давление p в полученном равенстве исключим с помощью уравнения (14). Получим

$$-\frac{k+1}{2} mv + k\bar{p} = kRT_p \rho.$$

Умножим найденное уравнение слева и справа на v . Получим квадратное уравнение для определения v :

$$v^2 - \frac{2k}{k+1} \frac{\bar{p}}{m} v + \frac{2k}{k+1} RT_p = 0. \quad (17)$$

Решая его, будем иметь

$$v = \frac{k}{k+1} \frac{\bar{p}}{m} - \sqrt{\left(\frac{k}{k+1} \frac{\bar{p}}{m}\right)^2 - \frac{2k}{k+1} RT_p}. \quad (18)$$

Выражение для v подставим в уравнение (14). Учитывая обозначение (16), получим давление p как функцию плотности тока m :

$$\begin{aligned} p &= \bar{p} \frac{k}{k+1} \bar{p} - \sqrt{\left(\frac{k}{k+1} \frac{\bar{p}}{m}\right)^2 - \frac{2k}{k+1} RT_p} m^2 = \\ &= \frac{\bar{p}}{k+1} \left(1 - \sqrt{k^2 - 2k(k+1)RT_p \left(\frac{m}{\bar{p}}\right)^2} \right). \end{aligned} \quad (19)$$

После этого уравнение (15) можно проинтегрировать и записать в виде:

$$\int_{m_0}^m \frac{d\xi}{\left(1 - \sqrt{k^2 - 2k(k+1)RT_p \left(\frac{\xi}{\bar{p}}\right)^2}\right)^v} = \frac{\Pi \rho_T u_1}{F} \left(\frac{\bar{p}}{k+1}\right)^v. \quad (20)$$

Квадратуру в левой части уравнения (20) будем находить численно, используя метод трапеций [9]. Она определяет зависимость плотности тока m от пространственной координаты x .

При известных величинах параметров канала заряда, ПС и топлива, чтобы данную квадратуру найти, необходимо задать величину давления $\bar{p}$, найти плотность тока m_0 на входе в канал и решить трансцендентное уравнение (20) при заданной величине координаты x . Для нахождения величины $m_0 = \rho_0 v_0$ используем граничное условие (5). Уравнение (20) будем решать при $x = L = 3$ м. Варьируя величину давления $\bar{p}$, чтобы удовлетворить условию (8), находим $\bar{p} = 4.328$ МПа. Этой величине давления $\bar{p}$ соответствуют: $m_0 = 558.6218$ кг/(м²с²); $m_c = 1\,319.6438$ кг/(м²с²); $v_c = 336.6131$ м/с; $p_c = 3.8833$ МПа; $p_{*c} = 4.1108$ МПа; $p_c^3 = 4.07116$ МПа. При этих величинах записанных ВБП разница между левой и правой частями уравнения (8) оказалась равной $2.0523 \cdot 10^{-4}$ кг/с. При величине расхода ПС на входе в сопло, равной 91.50483 кг/с, это составляет $2.243 \cdot 10^{-4}\%$.

Среднее по длине канала заряда давление равно 4.1056 МПа, т.е. достаточно близкое к 4 МПа, имеющим место при гипотезе осреднения в двигателе.

Давление торможения p_c^3 на сопловой границе заряда, равное 4.07116 МПа, тоже близко к давлению в двигателе при гипотезе осреднения.

При этом скорость потока на сопловой границе канала заряда, равная 336.6131 м/с, достаточно велика и близка к началу эрозионного горения [10]. Перепад давления по длине канала заряда равен 0.4447 МПа.

Далее рассмотрим конусный канал. Поскольку в цилиндрическом канале максимальная скорость потока ПС достаточно велика, сужение канала в сторону сопла направлять не будем. Это приведет к дальнейшему росту скорости потока ПС и возникновению эрозионного горения ТТ. Поэтому будем рассматривать канал заряда, расширяющийся в направлении его сопловой границы. При этом канал будет таким, что посередине длины канала его радиус равен цилиндрическому. Это значит, что увеличение канала на его сопловой границе по сравнению с цилиндрическим каналом составит 0.012 м, если угол α_k наклона его образующей к оси симметрии равен 0.5°.

Уравнение (1), учитывая обозначение (16), после интегрирования запишем в виде:

$$m = \frac{F_0}{F} m_0 + 2\pi \frac{\rho_T u_T (\bar{p})}{F} \int_0^x (R_0 + x \operatorname{tg} \alpha_k) \left(\frac{p}{\bar{p}}\right)^{0.3} dx. \quad (21)$$

Переменную $y = \left(\frac{p}{\bar{p}}\right)^{0.3}$ как функцию координаты x , будем аппроксимировать четным полиномом

$$y = y_0 + \beta_1 x^2 + \beta_2 x^4 + \dots \quad (22)$$

Здесь $y_0 = \left(\frac{p_0}{\bar{p}} \right)^{0.3}$ относится к передней границе канала заряда при $x = 0$.

Применяя метод последовательных приближений для нахождения величины плотности тока m , коэффициенты β_i ($i = 1, 2, \dots$) определяем, используя результаты предыдущего приближения. В первом приближении величину y считаем константой, равной y_0 .

Попутно отметим, что в рассматриваемом случае $\operatorname{tg}(\alpha_k)$ – это малая величина, равная $\operatorname{tg}(\alpha_k) = 8.7269 \cdot 10^{-3}$, а $\cos(\alpha_k)$ принимаем равным единице.

Уравнение (2) сначала запишем в виде:

$$\frac{dF(p + \rho v^2)}{dx} = p \frac{dF}{dx} = 2\pi p (R_0 + x \operatorname{tg}(\alpha_k)) \operatorname{tg}(\alpha_k). \quad (23)$$

После этого уравнение (23), учитывая граничное условие (6), после интегрирования запишем в виде:

$$p + \rho v^2 = \bar{p} \frac{F_0}{F} + \frac{2\pi \bar{p}}{F} \operatorname{tg}(\alpha_k) \int_0^x (R_0 + x \operatorname{tg}(\alpha_k)) \frac{p}{\bar{p}} dx. \quad (24)$$

Отношение $z = \frac{p}{\bar{p}}$ в подынтегральном выражении уравнения (24) как функцию координаты x будем аппроксимировать четным полиномом

$$z = z_0 + \gamma_1 x^2 + \gamma_2 x^4 + \dots \quad (25)$$

Здесь $z_0 = \frac{p_0}{\bar{p}}$ относится к передней границе канала заряда при $x = 0$. Как и выше,

коэффициенты γ_i ($i = 1, 2, \dots$) определяем, используя результаты предыдущего приближения. В первом приближении величину z считаем константой, равной z_0 . Как следует из результатов расчетов, трех приближений оказывается достаточно, чтобы вычислительный процесс сошелся.

Варьируя величину давления $\bar{p}$, чтобы удовлетворить условие (8), находим $\bar{p} = 4.319$ МПа, при котором уравнение (8) удовлетворяется с точностью 0.1%. Этому давлению соответствуют величины ВБП, приведенные в табл. 2.

Таблица 2

Величины ВБП в двигателе с коническим каналом заряда

m_0 , кг/(м ² ·с)	v_0 , м/с	p_0 , МПа	m_c , кг/(м ² ·с)	v_c , м/с	p_c , МПа	p_{c^*} , МПа	$p_{c^*}^3$, МПа
688.5555	163.322	4.2065	1 098.3744	277.0908	3.9386	4.0932	4.0665

Видим, что при переходе от цилиндрического канала заряда к коническому, обусловленном технологическими условиями изготовления заряда, как давление $\bar{p}$, так и большинство других параметров изменились незначительно. Однако величина скорости потока изменилась заметно и уменьшилась на 59.5223 м/с, или на 17.68%. Достаточно заметно уменьшился и перепад давления, действующий на заряд

(0.4447 и 0.3804). В данном случае уменьшение перепада давления составило 14.66%. Как видим, оба фактора создают более благоприятные условия для работы двигателя.

Заключение

Выполненные расчеты показали, что использование конического канала заряда вместо цилиндрического при угле наклона образующей канала заряда к его оси симметрии, равном 0.5° , позволяет значительно уменьшить величину скорости потока на сопловой границе канала заряда. Это создает условия для безэрозионного горения ТТ для заряда в габаритах, близких к заряду с цилиндрическим каналом. Одновременно уменьшается и продольное силовое воздействие на заряд.

Список источников

1. Внутренняя баллистика РДТТ / под ред. А.М. Липанова, Ю.М. Милёхина. М. : Машиностроение, 1996. 761 с.
2. Соркин Р.Е. Теория внутрикамерных процессов в системах на твердом топливе. М. : Наука, 1983. 286 с.
3. Шишков А.А. Газодинамика пороховых ракетных двигателей. М. : Машиностроение, 1974. 156 с.
4. Ерохин Б.Т., Липанов А.М. Нестационарные и квазистационарные режимы работы РДТТ. М. : Машиностроение, 1967.
5. Соркин Р.Е. Газотермодинамика ракетных двигателей на твердом топливе. М. : Наука, 1967. 368 с.
6. Калинин В.В., Ковалёв Ю.Н., Липанов А.М. Нестационарные процессы и методы проектирования узлов РДТТ. М. : Машиностроение, 1976. 216 с.
7. Кирюшкин А.Е., Миньков Л.Л. Моделирование внутрикамерных процессов в ракетном двигателе на твердом топливе с учетом движения поверхности горения // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2021. № 71. С. 90–105.
8. Липанов А.М., Колесникова Л.Н., Лещёв А.Ю. Об эффективности использования реального закона скорости горения твердого топлива // Физика горения и взрыва. 2020. Т. 56, № 2. С. 55–64.
9. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. М. : Наука, 1986. 544 с.
10. Виллюнов В.Н. К теории эрозионного горения порохов // Доклады Академии наук СССР. 1960. Т. 136, № 2. С. 381–383.

References

1. Lipanov A.M., Milekhin Yu.M. (1996) *Vnutrennyaya ballistika RDTT* [Internal ballistics of solid-propellant rocket motors]. Moscow: Mashinostroenie.
2. Sorkin R.E. (1983) *Teoriya vnutrikamernykh protsessov v sistemakh na tvyordom toplive* [Theory of intra-chamber processes in solid propellant systems]. Moscow: Nauka.
3. Shishkov A.A. (1974) *Gazodinamika porokhovykh raketnykh dvigateley* [Gas dynamics of powder rocket engines]. Moscow: Mashinostroenie.
4. Erokhin B.T., Lipanov A.M. (1967) *Nestatsionarnye i kvazistatsionarnye rezhimy raboty RDTT* [Unsteady and quasi-stationary modes of operation of solid-propellant rocket motors]. Moscow: Mashinostroenie.
5. Sorkin R.E. (1967) *Gazotermodinamika raketnykh dvigateley na tvyordom toplive* [Gas thermodynamics of solid-propellant rocket motors]. Moscow: Nauka.

6. Kalinin V.V., Kovalev Yu.N., Lipanov A.M. (1976) *Nestatsionarnye protsessy i metody proektirovaniya uzlov RDTT* [Unsteady processes and methods of designing units of solid-propellant rocket motors]. Moscow: Mashinostroenie.
7. Kiryushkin A.E., Min'kov L.L. (2021) Modelirovanie vnutrikamernykh protsessov v raketnom dvigatele na tverdom toplive s uchetoм dvizheniya poverkhnosti goreniya [Numerical simulation of intra-chamber processes in a solid rocket motor with account for burning surface motion]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 71. pp. 90–105. doi: 10.17223/19988621/71/8
8. Lipanov A.M., Kolesnikova L.N., Leshchev A.Y. (2020) On the effectiveness of using the real law of solid propellant burning rate as a function of solid rocket motor pressure. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 56(2). pp. 172–180. doi: 10.1134/S0010508220020082
9. Bronstein I.N., Semendyaev K.A. (1986) *Spravochnik po matematike* [Handbook of mathematics]. Moscow: Nauka.
10. Vilyunov V.N. (1961) K teorii erozionnogo goreniya porokhov [On the theory of erosive combustion of gunpowders]. *Doklady akademii nauk*. 136(2). pp. 381–383.

Сведения об авторе:

Липанов Алексей Матвеевич – академик РАН, доктор технических наук, главный научный сотрудник Федерального исследовательского центра «Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук» (Москва, Россия). E-mail: lipanov@udman.ru

Information about the author:

Lipanov Aleksey M. (Academician of the Russian Academy of Sciences, Doctor of Technical Sciences, Chief Researcher, Federal Research Center M.V. Keldysh Institute of Applied Mathematics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation). E-mail: lipanov@udman.ru

Статья поступила в редакцию 17.09.2024; принята к публикации 07.02.2025

The article was submitted 17.09.2024; accepted for publication 07.02.2025