ВЕСТНИК ТОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
2025 Управление, вычислительная техника и информатика № 70
Tomsk State University Journal of Control and Computer Science

Научная статья
УДК 681.5
doi: 10.17223/19988605/70/7

Робастная фильтрация в дискретных стохастических системах со скачкообразными параметрами и интервальной неопределенностью

Константин Станиславович Ким[1], Валерий Иванович Смагин[2]

[1, 2] *Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск, Российская Федерация*
[1] *kks93@rambler.ru*
[2] *vsm@mail.tsu.ru*

Аннотация. Рассматривается алгоритм робастной фильтрации для дискретной стохастической системы с интервальными параметрами, зависящей от состояния скрытой марковской цепи. Для представления интервальных параметров используется вероятностный подход, в основе которого лежит замена неопределенных параметров интервального типа независимыми случайными величинами с равномерным распределением. Используются рекуррентные схемы калмановской фильтрации и алгоритмы оценивания состояния скачкообразного процесса. Для иллюстрации предложенного подхода приводится пример.

Ключевые слова: робастная фильтрация; интервальная неопределенность; скрытая марковская цепь.

***Для цитирования*:** Ким К.С., Смагин В.И. Робастная фильтрация в дискретных стохастических системах со скачкообразными параметрами и интервальной неопределенностью // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2025. № 70. С. 73–80. doi: 10.17223/19988605/70/7

Original article
doi: 10.17223/19988605/70/7

Robust filtering in discrete stochastic systems with jump parameters and interval uncertainty

Konstantin S. Kim[1], Valery I. Smagin[2]

[1, 2] *National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation*
[1] *kks93@rambler.ru*
[2] *vsm@mail.tsu.ru*

Abstract. A robust filtering algorithm for a discrete stochastic system with interval parameters depending of the hidden Markov chain is considered. To represent the interval parameters, a probabilistic approach is used, which is based on the replacement of indeterminate interval-type parameters with independent random variables with a uniform distribution. Recurrent Kalman filtering schemes and algorithms for estimating the state of jump parameter are used. An example is provided to illustrate the proposed approach.

Keywords: robust filtering; interval uncertainty; hidden Markov chain.

***For citation*:** Kim, K.S., Smagin, V.I. (2025) Robust filtering in discrete stochastic systems with jump parameters and interval uncertainty. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitelnaja tehnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 70. pp. 73–80. doi: 10.17223/19988605/70/7

Введение

Задачи построения оценок и управлений для систем со случайными скачкообразными параметрами актуальны для различных реальных объектов. В качестве примера таких объектов можно рассмотреть, например, энергетические системы [1, 2], системы связи [3, 4], задачи обнаружения неисправностей [5, 6] и др.

В работах [7–11] задачи фильтрации рассматриваются для систем со случайными скачкообразными параметрами и аддитивными мультипликативными возмущениями.

В настоящей работе рассмотрена задача робастной фильтрации в условиях ненаблюдаемости марковской цепи, которая входит в описание линейной стохастической системы с интервальными параметрами. Решение получено с использованием принципа разделения, фильтрации Калмана и оценок неизвестного входного сигнала [12–17].

1. Постановка задачи

Рассмотрим линейную дискретную стохастическую систему со скачкообразными и неопределенными параметрами

$$x(k+1) = \tilde{A}_\gamma x(k) + B_\gamma q(k), \; x(0) = x_0, \tag{1}$$

где $x(k) \in \mathrm{R}^n$ – вектор состояние системы, x_0 – случайный вектор с известным математическим ожиданием и дисперсией $\bar{x}_0 = \mathrm{M}\{x_0\}$, $N_{0,i} = \mathrm{M}\{(x_0 - \bar{x}_0)(x_0 - \bar{x}_0)^{\mathrm{T}} / \gamma = \gamma_i\}$, $i = \overline{1, \tau}$; $\gamma = \gamma(k)$ – марковская цепь с τ состояниями ($\gamma_1 = 1, \gamma_2 = 2, ..., \gamma_\tau = \tau$); $\tilde{A}_\gamma$ – интервальная матрица, зависящая от процесса $\gamma(k)$; B_γ – матрица, зависящая от процесса $\gamma(k)$; $q(k) \in \mathrm{R}^m$ – гауссовские случайные векторы с характеристиками $\mathrm{M}\{q(k)\} = 0$, $\mathrm{M}\{q(k) q^{\mathrm{T}}(j)\} = E\delta_{kj}$, ($\mathrm{M}\{\}$ – математическое ожидание, $^{\mathrm{T}}$ – символ матричного транспонирования, δ_{kj} – символ Кронекера, E – единичная матрица соответствующей размерности).

Вероятность $p_j(k) = P\{\gamma(k) = j\}$, $j = \overline{1, \tau}$, удовлетворяет уравнению

$$p_j(k+1) = \sum_{i=1}^{r} p_i(k) p_{i,j}, \; p_j(0) = \bar{p}_j, \; j = \overline{1, \tau}. \tag{2}$$

Здесь $p_{i,j}$ – вероятность перехода из состояния i в состояние j за один шаг, $\bar{p}_j$ – начальная вероятность j-го состояния.

Вектор наблюдения

$$y(k) = Sx(k) + v(k), \tag{3}$$

где $v(k)$ – гауссовская случайная последовательность, не зависящая от $q(k)$, с характеристиками $\mathrm{M}\{v(k)\} = 0$, $\mathrm{M}\{v(k) v^{\mathrm{T}}(j)\} = V(k)\delta_{kj}$. Предполагается, что система (1), (2) наблюдаема при параметрических возмущениях матрицы динамики $\tilde{A}_\gamma$.

По наблюдениям (3) требуется найти оценку вектора состояния $\hat{x}(k)$, которую определим из условия минимума критерия

$$J(0,T,i) = \mathrm{M}\left\{ \sum_{k=0}^{T} e^{\mathrm{T}}(k) He(k) / \gamma(0) = \gamma_i \right\}, \tag{4}$$

где $H > 0$ – весовая матрица, $e(k) = x(k) - \hat{x}(k)$.

2. Синтез робастного фильтра

В основу синтеза робастного фильтра положим принцип разделения, поэтому сначала для решения задачи будем использовать рекуррентный фильтр Калмана в предположении, что переменная γ(*k*) доступна точному измерению. Для синтеза такого фильтра воспользуемся вероятностным подходом учета интервальной неопределенности параметров модели [18]. Суть метода заключается в том, что интервальные параметры заменяются независимыми случайными величинами, равномерно распределенными на интервале неопределенности.

Используя вероятностный подход, заменим неопределенные интервальные матрицы $\tilde{A}_\gamma$ матрицами, элементы которых зависят от случайных величин:

$$A_\gamma(\theta) = (A_\gamma + \sum_{r=1}^{m_1} \Phi_{\gamma,r}\theta_r), \tag{5}$$

где θ_r – независимые равномерно распределенные случайные величины на интервале $[-1,+1]$ ($-1 \le \theta_r \le 1$ $(r = \overline{1, m_1})$). Будем считать, что случайные величины θ_r независимы от x_0, $q(k)$ и $v(k)$. В (5) матрица $A_\gamma = \frac{1}{2}(\underline{A}_\gamma + \overline{A}_\gamma)$ является медианой интервальной матрицы $\tilde{A}_\gamma$ (здесь $\underline{A}_\gamma$ и $\overline{A}_\gamma$ – нижняя и верхняя границы интервальной матрицы). Матрицы $\Phi_{\gamma,r}$ $(r = \overline{1, m_1})$ можно задать так, чтобы один элемент, соответствующий неопределенному элементу матриц $\tilde{A}_\gamma$, оставался ненулевым (если один и тот же неопределенный элемент стоит на нескольких позициях матрицы $\tilde{A}_\gamma$, то матрицы $\Phi_{\gamma,r}$ будут иметь несколько соответствующих ненулевых элементов). Значения ненулевых элементов матриц $\Phi_{\gamma,r}$ несложно определить по ширине интервала неопределенности элементов матрицы $\tilde{A}_\gamma$.

Учитывая (5), модель системы (1) примет вид:

$$x(k+1) = (A_\gamma + \sum_{r=1}^{m_1} \Phi_{\gamma,r}\theta_r)x(k) + B_\gamma q(k),\ x(0) = x_0. \tag{6}$$

Для построения оценки вектора состояния $\hat{x}(k)$ в предположении, что переменная $\gamma = \gamma(k)$ известна, воспользуемся рекуррентным оценивателем, совпадающим по структуре с фильтром Калмана:

$$\hat{x}(k+1) = A_i\hat{x}(k) + K_i(k)(y(k+1) - SA_i\hat{x}(k)),\ \hat{x}(0) = \overline{x}_0, \tag{7}$$

где $A_i = A_{\gamma=\gamma_i}$ $(i = \overline{1,\tau})$, $K_i(k)$ – матрица коэффициентов передачи фильтра.

Матрицы $K_i(k)$ определяются на основе минимизации критерия (4). Запишем критерий (4) в виде суммы

$$J(0,T,i) = \sum_{k=0}^{T} \operatorname{tr} N_i(k)H, \tag{8}$$

где tr – след квадратичной матрицы.

Теорема. Пусть существуют положительно определенные матрицы $N_i(k)$, удовлетворяющие следующим матричным разностным уравнениям:

$$\begin{gathered} N_i(k+1) = (A_i - K_i(k)SA_i)(\sum_{j=1}^{\tau} p_{i,j}N_j(k))(A_i - K_i(k)SA_i)^{\mathrm{T}} + \\ + K_i(k)V_iK_i(k)^T + (E - K_i(k)S)D_i(E - K_i(k)S)^{\mathrm{T}}, N_i(0) = N_0\ \ (i = \overline{1,\tau}), \end{gathered} \tag{9}$$

где

$$D_i = \frac{1}{3}\sum_{r=1}^{m_1}\Phi_{i,r}(\sum_{j=1}^{\tau} p_{i,j}N_j(k))\Phi_{i,r}^{\mathrm{T}} + \frac{1}{3}\sum_{r=1}^{m_1}\Phi_{i,r}\hat{x}(k)\hat{x}^{\mathrm{T}}(k)\Phi_{i,r}^{\mathrm{T}} + B_iB_i^{\mathrm{T}}. \tag{10}$$

Тогда оптимальные коэффициенты передачи фильтра определятся по формуле

$$K_i(k) = (A_i(\sum_{j=1}^{\tau} p_{i,j}N_j(k))A_i^{\mathrm{T}}S^{\mathrm{T}} + D_iS^{\mathrm{T}})[SA_i(\sum_{j=1}^{r} p_{i,j}N_j(k))A_i^{\mathrm{T}}S^{\mathrm{T}} + SD_iS^{\mathrm{T}} + V\ ]^{-1}.$$

Доказательство. Уравнение (9) является уравнением для матрицы $N_i(k) = M\{e(k)e(k)^{\mathrm{T}} / \gamma = \gamma_i\}$ $(i = \overline{1,\tau})$.

Введем функцию Ляпунова следующего вида:

$$W(k, N_i(k)) = \operatorname{tr} N_i(k)H + \operatorname{tr}\sum_{t=k}^{T} \bar{\Psi}_i(t)L_i(t), \tag{11}$$

где $\bar{\Psi}_i(t) = (E - K_i(k)S_i)D_i(E - K_i(k)S_i)^{\mathrm{T}} + K_i(t)VK_i(t)^{\mathrm{T}} + \Psi_i(t)$ ($\Psi_i(t)$ – некоторые положительно определенные матрицы). Здесь предполагается, что в (11) матрицы $L_i(t)$ положительно определены и удовлетворяют уравнению

$$\begin{gathered} L_i(t) = (A_i - K_i(t)S_iA_i)^{\mathrm{T}}(\sum_{j=1}^{\tau} p_{i,j}L_j(t+1))(A_i - K_i(t)S_iA_i) + \\ + H + (E - K_i(k)S_i)^{\mathrm{T}}(\sum_{r=1}^{m_1}\Phi_{i,r}^{\mathrm{T}}(\sum_{j=1}^{\tau} p_{i,j}L_j(t+1))\Phi_{i,r})(E - K_i(k)S_i),\ L_i(T) = L_T, \end{gathered} \tag{12}$$

где L_T – некоторая положительно определенная матрица.

Суммируя по $k = \overline{t, T-1}$ конечные разности функции $W(k, N_i(k))$ и учитывая формулу (12), получим

$$\begin{gathered} \sum_{k=t}^{T-1}\Delta W(k, N_i(k)) = \sum_{k=t}^{T-1}[W(k+1, N_i(k+1)) - W(k, N_i(k))] = \\ = \sum_{k=t}^{T-1}\operatorname{tr}[N_i(k+1)L_i(k+1) - N_i(k)L_i(k) - \bar{\Psi}_i(k)L_i(k)]. \end{gathered} \tag{13}$$

С другой стороны, это выражение может быть представлено следующим образом:

$$\begin{gathered} \sum_{k=t}^{T-1}\Delta W(k, N_i(k)) = W(t+1, N_i(t+1)) - W(t, N_i(t)) + \ldots + W(T, N_i(T)) - \\ - W(T-1, N_i(T-1)) = \operatorname{tr} N_i(T)L_T - \operatorname{tr} N_i(t)L_i(t) - \operatorname{tr}\sum_{k=t}^{T-1}\bar{\Psi}_i(k)L_i(k). \end{gathered} \tag{14}$$

Добавим в правую часть формулы (8) разность правых частей (13) и (14). В результате критерий (8) примет вид:

$$\begin{gathered} J(0, T, i) = \sum_{k=0}^{T-1}\operatorname{tr} N_i(k)H - \sum_{k=1}^{T-1}\operatorname{tr} N_i(k)L_i(k) + \\ + \sum_{k=0}^{T-1}\operatorname{tr}[(A_i - K_i(k)SA_i)(\sum_{j=1}^{\tau} p_{i,j}N_j(k))(A_i - K_i(k)SA_i)^{\mathrm{T}} + \\ + (E - K_i(k)S)D_i(E - K_i(k)S)^{\mathrm{T}}{}_i + K_i(k)V\,K_i(k)^{\mathrm{T}}]L_i(k+1). \end{gathered} \tag{15}$$

Применяя правила матричного дифференцирования функции tr от произведения матриц [19] и учитывая (15), получим

$$\begin{gathered} \frac{\partial J(0, T, i)}{\partial K_i(k)} = \sum_{k=0}^{T-1}2[-L_i(k+1)A_i(\sum_{j=1}^{\tau} p_{i,j}N_j(k))A_i^{\mathrm{T}}S^{\mathrm{T}} + L_i(k+1)K_i(k)SA_i \times \\ \times(\sum_{j=1}^{\tau} p_{i,j}N_j(k))A_i^{\mathrm{T}}S^{\mathrm{T}} - L_i(k+1)SD_iS^{\mathrm{T}} + L_i(k+1)K_i(k)S\,D_iS^{\mathrm{T}} + L_i(k+1)K_i(k)V\,]. \end{gathered} \tag{16}$$

Приравнивая производную (15) нулевой матрице, получим формулу для определения матриц $K_i(k)$ $(i = \overline{1, \tau})$:

$$K_i(k) = (A_i(\sum_{j=1}^{\tau} p_{i,j}N_j(k))A_i^{\mathrm{T}}S^{\mathrm{T}} + D_iS^{\mathrm{T}})[SA_i(\sum_{j=1}^{r} p_{i,j}N_j(k))A_i^{\mathrm{T}}S^{\mathrm{T}} + SD_iS^{\mathrm{T}} + V\,]^{-1}. \tag{17}$$

Учитывая (12) и (14), можно показать, что конечная разность функции Ляпунова (11) определяется по формуле

$$\begin{gathered} \Delta W(k, N_i(k)) = W(k+1, N_i(k+1)) - W(k, N_i(k)) = \operatorname{tr} N_i(k+1)H - \\ - \operatorname{tr} N_i(k)H - \operatorname{tr}[(E - K_i(k)S\,)D_i(E - K_i(k)S\,)^{\mathrm{T}} + K_i(k)V\,K_i(k)^{\mathrm{T}} + \Psi_i(t)]L_i(k). \end{gathered} \tag{18}$$

В силу того, что решения матричных разностных уравнений (10), (12) положительно определены, функция Ляпунова (11) будет положительной. Устойчивость по Ляпунову динамики фильтра гарантируется тем, что матрицу $\Psi_i(t)$ всегда можно задать так, чтобы выражение (18) стало отрицательным.

3. Оценка скачкообразного параметра

При вычислении оценок скачкообразного параметра используется подход диагностики состояния скачкообразного параметра, предложенный в [11]. Для системы будем использовать тот факт, что при ошибочном определении значения параметра $\gamma(k)$ модель (5) можно представить в эквивалентном виде, но с дополнительным вектором входа. Действительно, когда система (5) находится в j-м состоянии ($\gamma = \gamma_j$), и это состояние ошибочно определено как i-е ($j \neq i$), уравнение (5) представляется как модель с дополнительным входом:

$$x(k+1) = (A_i + \sum_{r=1}^{m_1} \Phi_{i,r}\theta_r)x(k) + f_i(k) + B_i q(k), \;\; x(0) = x_0, \qquad (19)$$

где вектор дополнительного входа определяется по формуле

$$f_i(k) = (A_j - A_i)x(k) + \sum_{r=1}^{m_1} \Phi_{j,r}x(k)\theta_r(k) - \sum_{r=1}^{m_1} \Phi_{i,r}x(k)\theta_r(k) + B_j q_j(k) - B_i q_i(k). \qquad (20)$$

Заметим также, так как j-е состояние нам неизвестно, то дополнительный вход $f_i(k)$ также является неизвестным.

Оценку дополнительного входа определим из условия минимума критерия

$$J^{<LMS>}(f_i(k)) = \sum_{t=1}^{k+1} \left\{ \| y(t) - S(A_i\,\hat{x}(t-1) + f_i(t-1)) \|^2_{\Omega_1} + \| f_i(t-1) \|^2_{\Omega_2} \right\}. \qquad (21)$$

В результате имеем следующую МНК оценку:

$$\hat{f}_i(k) = (S^{\mathrm{T}}\Omega_1 S + \Omega_2)^{-1} S^{\mathrm{T}}\Omega_1 [y(k+1) - S\ (A_i\,\hat{x}(k))]. \qquad (22)$$

В (21) Ω_1, Ω_2 – положительно определенные весовые матрицы.

Из (20) видно, что дополнительный вход в модели (19) будет иметь нулевое математическое ожидание, если состояние скачкообразного параметра определено правильно, т.е. $j = i$. Поэтому предлагается алгоритм оценивания параметра $\gamma(k)$ (определение номера состояния системы i) строить на основе поиска такого номера i, для которого евклидова норма оценки (22) $\left\| \hat{f}_i(k) \right\|$ минимальна. Отметим, что для повышения точности определения значения оценки скачкообразного параметра $\hat{\gamma}(k)$ в [11] предлагается использовать экспоненциальное сглаживание значения нормы $\left\| \hat{f}_i(k) \right\|$.

Оценку γ_i определим по следующему алгоритму:

1) вычисляется норма оценки неизвестного вектора $\psi(i,k) = \| \hat{f}_i(k) \|$ для всех $\gamma = \gamma_i$ $(i = \overline{1,\tau})$;

2) выполняется экспоненциальное сглаживание для значений $\psi(i,k)$:

$$\omega(i,k+1) = \lambda\,\psi(i,k+1) + (1-\lambda)\omega(i,k), \;\; \omega(i,1) = \psi(i,1), \;\; i = \overline{1,\tau}, \qquad (23)$$

где λ – коэффициент сглаживания;

3) для каждого момента времени k определяется значение i, для которого сглаженное значение нормы $\omega(i,k)$ минимально ($i = \arg\min\{\omega(i,k)\}$). В качестве оценки $\hat{\gamma}(k)$ выбирается γ_i.

Таким образом, в качестве робастной оценки фильтрации $\hat{x}(k)$ выбирается оценка (7), в которой в каждый момент k используется значение i, полученное в п. 3 описанного выше алгоритма, при этом коэффициенты передачи $K_i(k)$ определяются по формуле (17).

4. Результаты моделирования

Рассмотрим задачу фильтрации с помощью предлагаемого алгоритма для дискретной системы с интервальными параметрами и тремя состояниями марковской цепи γ(*k*) со следующей матрицей вероятностей перехода:

$$[p_{i,j}] = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,2 & 0,4 \\ 0,3 & 0,5 & 0,2 \\ 0,3 & 0,3 & 0,4 \end{pmatrix}.$$

Моделирование выполнено на интервале времени $k \in [0, T]$ для следующих исходных данных:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0,85 & 0,1 \\ -0,05 & 0,91 \end{pmatrix},\ A_2 = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,05 \\ -0,02 & 0,45 \end{pmatrix},\ A_3 = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,12 \\ -0,04 & 0,62 \end{pmatrix},$$

$$B_1 = B_2 = B_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\ \Phi_{1,1} = \begin{pmatrix} 0,06 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},\ \Phi_{2,1} = \begin{pmatrix} 0,2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},\ \Phi_{3,1} = \begin{pmatrix} 0,15 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\Phi_{1,2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0,05 \end{pmatrix},\ \Phi_{2,2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0,2 \end{pmatrix},\ \Phi_{3,2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0,2 \end{pmatrix},\ Q = \begin{pmatrix} 0,02 & 0 \\ 0 & 0,01 \end{pmatrix}, \quad (24)$$

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\ V = \begin{pmatrix} 3,2 & 0 \\ 0 & 4,0 \end{pmatrix},\ \Omega_1 = 1,\ \Omega_2 = \begin{pmatrix} 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{pmatrix},$$

$$N_1(0) = N_2(0) = N_3(0) = \begin{pmatrix} 2,0 & 0 \\ 0 & 2,0 \end{pmatrix},\ x(0) = \begin{pmatrix} 200 \\ 200 \end{pmatrix},\ \hat{x}(0) = \begin{pmatrix} 200 \\ 200 \end{pmatrix}.$$

Параметр γ(*k*) оценивался с помощью алгоритма, описанного в разделе 3.

Результаты моделирования, приведенные в таблице, иллюстрируют качество оценивания алгоритма робастной фильтрации по сравнению с алгоритмом фильтрации Калмана, синтезированным для системы с заданными матрицами $A_\gamma = \frac{1}{2}(\underline{A}_\gamma + \overline{A}_\gamma)$ без учета интервальной неопределенности (при моделировании в самом объекте интервальная неопределенность параметров присутствовала). В этом случае в алгоритме расчета коэффициентов передачи фильтра матрицы $\Phi_{1,1},\ \Phi_{2,1},\ \Phi_{3,1},\ \Phi_{1,1},\ \Phi_{2,1},\ \Phi_{3,1}$ задавались нулевыми.

Качество фильтрации оценивалось путем сравнения стандартных ошибок отклонений оценок вектора состояния

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{\sum_{k=0}^{T} (x_s(k) - \hat{x}_s(k))^2}{T}}, \quad (s = \overline{1,2})$$

для следующих алгоритмов:

- (I) робастный алгоритм фильтрации;
- (II) интервальная неопределенность в модели не учитывается (фильтр строится по медианным значениям элементов матрицы A_γ).

Стандартные ошибки отклонений оценок фильтрации состояний системы для первой и второй компоненты вектора состояний σ_1 и σ_2 приведены в таблице. Результаты моделирования получены при $T = 400$ с усреднением по 1 000 реализациям.

Результаты сравнения стандартных ошибок отклонений оценок σ_i вектора состояния

s номер компоненты	Алгоритм	
	(I)	(II)
	σ_s	σ_s
1	1,61	1,80
2	1,92	2,15

Как показали результаты моделирования, применение робастного алгоритма позволяет уменьшить стандартные ошибки отклонений σ_i на 12%.

Заключение

Получено решение задачи синтеза алгоритма робастной фильтрации для дискретной стохастической системы с интервальными параметрами, зависящей от состояния скрытой марковской цепи. Для представления интервальных параметров используется вероятностный подход, в основе которого лежит замена неопределенных параметров интервального типа независимыми случайными величинами с равномерным распределением. Робастный алгоритм фильтрации строится с использованием принципа разделения, фильтрации Калмана и оценок неизвестного дополнительного входа. Результаты моделирования показали, что применение робастного алгоритма позволяет уменьшить стандартные ошибки отклонений оценок.

Список источников

1. Ugrinovskii V.A., Pota H.R. Decentralized control of power systems via robust control of uncertain Markov jump parameter systems // Int. J. Control. 2005. V. 78. P. 662–677.
2. Sales-Setien E., Penarrocha-Alos I. Markovian jump system approach for the estimation and adaptive diagnosis of decreased power generation in wind farms // Iet Control Theory and Applications, 2019. V. 13 (18). P. 3006–3018.
3. Zhu Y., Zhong Z., Zheng W.X. et al. HMM-based H-infinity filtering for discrete-time Markov jump LPV systems over unreliable communication channels // IEEE Transactions on Systems Man Cybernetics-Systems. 2018. V. 48, is. 12. P. 2035–2046.
4. Wang J., Yao F., Shen H. Dissipativity-based state estimation for Markov jump discrete-time neural networks with unreliable communication links // Neurocomputing. 2014. V. 139/SI. P. 107–113.
5. Yao X., Wu L., Zheng W.X. Fault detection filter design for Markovian jump singular systems with intermittent measurements // IEEE Transactions on Signal Processing. 2011. V. 59/7. P. 3099–3109.
6. Gagliardi G., Casavola A., Famularo D.A. Fault detection and isolation filter design method for Markov jump linear parameter-varying systems // Int. Journal of Adaptive Control and Signal. Processing, 2012, V. 26, is. 3/SI. P. 241–257.
7. Costa O.L.V., Benites G.R.A.M. Linear minimum mean square filter for discrete-time linear systems with Markov jumps and multiplicative noises // Automatica. 2011. V. 47 (3). P. 466–476.
8. Liu W. On state estimation of discrete-time linear systems with multiplicative noises and markov jumps // 32nd Chinese Control Conference. Xian, CHINA. July 26–28, 2013. P. 3744–3749.
9. Costa O.L.V., Benites G.R.A.M. Robust mode-independent filtering for discrete-time Markov jump linear systems with multiplicative noises // Int. J. of Control. 2013. V. 86 (5). P. 779–793.
10. Ломакина С.С., Смагин В.И. Робастная фильтрация в непрерывных системах со скачкообразными изменениями параметров в случайные моменты времени // Автометрия. 2005. Т. 41, № 2. С. 36–43.
11. Ким К.С., Смагин В.И. Фильтрация и диагностика в дискретных стохастических системах со скачкообразными параметрами и мультипликативными возмущениями // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2020. № 51. С. 79–86.
12. Janczak D., Grishin Y. State estimation of linear dynamic system with unknown input and uncertain observation using dynamic programming // Control and Cybernetics. 2006. V. 35 (4). P. 851–862.
13. Gillijns S., Moor B. Unbiased minimum-variance input and state estimation for linear discrete-time systems // Automatica. 2007. V. 43. P. 111–116.
14. Smagin V., Koshkin G., Udod V. State estimation for linear discrete-time systems with unknown input using nonparametric technique // ACSR-Advances in Computer Science Research. 2015. V. 18. P. 675–677.
15. Smagin V., Koshkin G. Kalman filtering and conrol algorithms for systems with unknown disturbances and parameters using nonparametric technique // Proc. 20th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR 2015), 24–27 August 2015, Miedzyzdroje, Poland. P. 247–251.
16. Koshkin G., Smagin V. Kalman filtering and forecasting algorithms with use of nonparametric functional estimators // Springer Proc. in Mathematical Statistics / R. Cao et al. (Eds.). 2016. V. 175. P. 75–84.
17. Kim K.S., Smagin V.I. Robust filtering for discrete systems with unknown inputs and jump parameters // Automatic Control and Computer Sciences. 2020. V. 54 (1). P. 1–9.
18. Barmish B.R., Polyak B.T. A new approach to open robustness problems based on probabilistic predication formulae // Proc. 13th World IFAC Congr., 30 June – 5 July, San Francisco, USA. 1996. V. H. P. 1–6.
19. Athans M. The matrix minimum principle // Information and Control. 1968. V. 11. P. 592–606.

References

1. Ugrinovskii, V.A. & Pota, H.R. (2005) Decentralized control of power systems via robust control of uncertain Markov jump parameter systems. *International Journal of Control.* 78. pp. 662–677.
2. Sales-Setien, E. & Penarrocha-Alos, I. (2019) Markovian jump system approach for the estimation and adaptive diagnosis of decreased power generation in wind farms. *Iet Control Theory and Applications.* 13(18). pp. 3006–3018.
3. Zhu, Y., Zhong, Z., Zheng, W.X. et al. (2018) HMM-based H-infinity filtering for discrete-time Markov jump LPV systems over unreliable communication channels. *IEEE Trans. on Systems Man Cybernetics-Systems*. 48(12). pp. 2035–2046.
4. Wang, J., Yao, F. & Shen, H. (2014) Dissipativity-based state estimation for Markov jump discrete-time neural networks with unreliable communication links. *Neurocomputing*. 139/SI. pp. 107–113.
5. Yao, X., Wu, L. & Zheng, W.X. (2011) Fault detection filter design for Markovian jump singular systems with intermittent measurements. *IEEE Transactions on Signal Processing.* 59/7. pp. 3099–3109.
6. Gagliardi, G., Casavola, A. & Famularo, D.A. (2012) Fault detection and isolation filter design method for Markov jump linear parameter-varying systems. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing.* 26(3/SI). pp. 241–257.
7. Costa, O.L.V. & Benites, G.R.A.M. (2011) Linear minimum mean square filter for discrete-time linear systems with Markov jumps and multiplicative noises. *Automatica*. 47(3). pp. 466–476.
8. Liu, W. (2013) On State Estimation of Discrete-Time Linear Systems with Multiplicative Noises and Markov Jumps. *32nd Chinese Control Conference.* Xian, China. July 26–28. pp. 3744–3749.
9. Costa, O.L.V. & Benites, G.R.A.M. (2013) Robust mode-independent filtering for discrete-time Markov jump linear systems with multiplicative noises. *International Journal of Control.* 86(5). pp. 779–793.
10. Lomakina, S.S. & Smagin, V.I. (2005) Robastnaya fil'tratsiya v nepreryvnykh sistemakh so skachkoobraznymi izmeneniyami parametrov v sluchaynye momenty vremeni [Robust filtering in continuous systems with step-like parameters changes at random time moment]. *Avtometriya – Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. 41(2). pp. 36–43.
11. Kim, K.S. & Smagin, V.I. (2020) Filtration and diagnostics in discrete stochastic systems with jump parameters and multiplicative perturbations. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 51. pp. 79–86. DOI: 10.17223/19988605/51/9
12. Janczak, D. & Grishin, Y. (2006) State estimation of linear dynamic system with unknown input and uncertain observation using dynamic programming. *Control and Cybernetics*. 35(4). pp. 851–862.
13. Gillijns, S. & Moor, B. (2007) Unbiased minimum-variance input and state estimation for linear discrete-time systems. *Automatica.* 43. pp. 111–116.
14. Smagin, V., Koshkin, G. & Udod, V. (2015) State estimation for linear discrete-time systems with unknown input using nonparametric technique. *ACSR-Advances in Computer Science Research*. 18. pp. 675–677.
15. Smagin, V. & Koshkin, G. (2015) Kalman filtering and conrol algorithms for systems with unknown disturbances and parameters using nonparametric technique. *Proceedings of the 20th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics* (*MMAR 2015*). 24–27 August 2015. Miedzyzdroje, Poland. pp. 247–251.
16. Koshkin, G. & Smagin, V. (2016) Kalman filtering and forecasting algorithms with use of nonparametric functional estimators. In: Cao, R. et al. (eds) *Springer Proceeding in Mathematical Statistics*. Vol. 175. pp. 75–84.
17. Kim, K.S. & Smagin, V.I. (2020) Robust filtering for discrete systems with unknown inputs and jump parameters. *Automatic Control and Computer Sciences*. 54(1). pp. 1–9.
18. Barmish, B.R. & Polyak, B.T. (1996) A new approach to open robustness problems based on probabilistic predication formulae. *Proceedings of the 13th World IFAC Congr.* 30 June – 5 July. San Francisco. USA. vol. H. pp. 1–6.
19. Athans, M. (1968) The matrix minimum principle. *Information and Control*. 11. pp. 592–606.

***Информация об авторах*:**

Ким Константин Станиславович – кандидат физико-математических наук, доцент Высшей IT школы Национального исследовательского Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: kks93@rambler.ru

Смагин Валерий Иванович – профессор, доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики Национального исследовательского Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: vsm@mail.tsu.ru

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

***Information about the authors*:**

Kim Konstantin S. (Candidate of Physical and Mathematical Sciences, National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: kks93@rambler.ru

Smagin Valery I. (Doctor of Technical Science, Professor, National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: vsm@mail.tsu.ru

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Поступила в редакцию 15.11.2024; принята к публикации 03.03.2025

Received 15.11.2024; accepted for publication 03.03.2025