

Научная статья

УДК 53.088, 521.3

doi: 10.17223/19988605/70/10

**Исследование точности определения расхождения шкал времени
на основе нелинейных регрессионных моделей****Оксана Сергеевна Черникова¹, Татьяна Александровна Марарескул²**¹ Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия,² АО «Информационные спутниковые системы» имени академика М.Ф. Решетнёва, Железногорск, Россия,¹ chernikova@corp.nstu.ru² mta@iss-reshetnev.ru

Аннотация. Рассмотрена задача описания расхождения бортовых часов, установленных на спутниках ГЛОНАСС, относительно системной шкалы времени линейной комбинацией полиномов Чебышева, нелинейными регрессионными моделями, включающими трендовую (полиномиальную, кусочно-линейную функции, функцию логистического роста), периодическую и индикаторную составляющие. Показано, что поведение расхождения шкал времени с наименьшим средним значением среднеквадратической ошибки, для большинства спутников не превышающего 0,2 нс, описывается нелинейной регрессионной моделью с трендовой, периодической и индикаторной составляющими в комбинации с авторегрессионной моделью.

Ключевые слова: расхождение шкал времени; бортовая шкала времени; синхронизация; частотно-временные поправки; регрессионная модель.

Для цитирования: Черникова О.С., Марарескул Т.А. Исследование точности определения расхождения шкал времени на основе нелинейных регрессионных моделей // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2025. № 70. С. 103–112. doi: 10.17223/19988605/70/10

Original article

doi: 10.17223/19988605/70/10

**Investigation of accuracy of determination of satellite clock bias based
on nonlinear regression models****Oksana S. Chernikova¹, Tatiana A. Marareskul²**¹ Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation² JSC Academician M.F. Reshetnev «Information Satellite System», Zheleznogorsk, Russian Federation¹ chernikova@corp.nstu.ru² mta@iss-reshetnev.ru

Abstract. The problem of determining the discrepancy of the onboard clock installed on GLONASS satellites relative to the system time scale based on regression models is being considered. It has been shown that the divergence behavior of time scales is best described by an additive nonlinear regression model in combination with an autoregressive model, with the mean square error for most satellites not exceeding 0.2 ns.

Keywords: satellite clock bias; onboard time scale; synchronization; frequency-time corrections; regression model.

For citation: Chernikova, O.S., Marareskul, T.A. (2025) Investigation of accuracy of determination of satellite clock bias based on nonlinear regression models. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naja tehnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 70. pp. 103–112. doi: 10.17223/19988605/70/10

Введение

Задача синхронизации разнесенных в пространстве стандартов частоты является одной из актуальных задач для развития глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС). В большинстве случаев достаточно обеспечить высокоточную математическую привязку временных шкал космических аппаратов к выбранной опорной шкале времени без физического приведения их в состояние синхронных. Для этого необходимо определять величину расхождения шкал времени (РШВ) космических аппаратов относительно опорной шкалы времени. Надежное определение поведения часов в режиме реального времени необходимо для обеспечения точных навигационных характеристик и оптимизации интервала между загрузкой поправок к значениям опорной шкалы.

Поправки рассчитываются в виде прогнозов уходов бортовых шкал времени (БШВ) относительно эталонной шкалы центрального синхронизатора системы. Причинами ухода бортовых шкал являются собственная нестабильность квантового перехода стандарта частоты и регулярные воздействия в виде гравитационного влияния на частоту часов совокупности факторов, таких как смещение шкалы собственного времени часов спутника вследствие воздействия неоднородности гравитационного поля Земли, смещение шкалы собственного времени наземных / бортовых часов, вызванное приливными потенциалами Луны и Солнца, смещение времени и частоты задающего генератора наземных часов, вызванное неравномерностью вращения Земли [1, 2].

На современном этапе развития ГНСС ГЛОНАСС одним из актуальных вопросов является выбор математической модели, описывающей поведение РШВ и обеспечивающей наилучшие точностные характеристики (значение среднеквадратической ошибки не более 0,3–0,5 нс с доверительной вероятностью 0,95).

Для описания поведения РШВ применяются различные подходы: экстраполяция степенным полиномом [3–6], построение моделей авторегрессии и интегрированного скользящего среднего (AR, ARIMA) [7–10], моделей «серого ящика» (GMs) [11–14], моделей спектрального анализа (SA models) [15, 16]. Указанные модели обладают недостатками. Так, увеличение длины мерного интервала приводит к снижению точности экстраполяции степенными полиномами; модели спектрального анализа, авторегрессии и интегрированного скользящего среднего, «серого ящика» более точно определяют поведение РШВ, но зависят от оптимизации ряда параметров, а также наличия выбросов и пропусков в измерительных данных.

В работе авторов [6] приводятся результаты построения линейной регрессионной модели и коррекции ее постоянного члена на основе измерений, полученных на последнем сеансе. Установлено, что средняя погрешность описания РШВ на мерном интервале в зависимости от номера спутника находится в интервале от 0,24 до 0,69 нс, и требуется пересчет постоянного члена линейной модели для получения более высокой точности прогноза.

Для учета колебательных и периодических составляющих в измерительных данных рассмотрим нелинейные модели применительно к описанию РШВ на интервале наблюдения (мерных интервалах). Построение нелинейных модельных структур, с одной стороны, предполагает усложнение используемого математического аппарата и увеличение временных затрат на обработку данных, а с другой – позволит учесть процессы, вызванные геофизическими и (или) космическими факторами, а также наличие скачков в измерительных данных и идентифицировать наилучшую модельную структуру, описывающую поведение РШВ.

В работе исследуется точность описания поведения РШВ космических аппаратов ГЛОНАСС относительно системной шкалы времени на основе нелинейных моделей. Предлагается двухэтапный подход, включающий построение нелинейной модели и учет возможной автокорреляции остатков.

1. Постановка задачи и методы исследования

Апостериорные данные о поведении БШВ космических аппаратов ГЛОНАСС относительно системной шкалы предоставляются системой высокоточного определения эфемерид и временных

поправок (СВОЭВП) [17], размещаются в открытом доступе и могут применяться исследователями для решения широкого круга задач, связанных с анализом поведения и прогнозированием частотно-временных поправок.

Проведенный предварительный анализ апостериорных данных о поведении БШВ на годовом интервале наблюдения с 00:00 01.01.2021 до 23:59 31.12. 2021 показал, что для всех аппаратов измерительные данные содержат пропуски [6] и на большей части 6-часовых мерных интервалов, на которые разбивается годовой интервал наблюдения, исследуемые временные ряды являются нестационарными (для проверки стационарности применялись расширенный тест Дикки–Фуллера (ADF-тест) и тест Квятковского–Филлипса–Шмидта–Шина (KPSS-тест)) [18]. Декомпозиция ряда на эмпирические компоненты методом сингулярного спектрального анализа (Singular Spectrum Analysis, SSA) позволила выявить, что временной ряд значений РШВ в основном характеризуется линейным трендом, но присутствуют также и гармонические процессы. Так, например, первой значимой эмпирической компонентой разложения ряда РШВ для аппарата R01 является линейная функция с вероятностью 0,99, остальные компоненты представляют собой гармонические колебания (см. подробнее: [18]).

Линейный тренд, описывающий временной ряд значений РШВ y_k , характеризуется математическим ожиданием закона распределения первых разностей $\Delta y_k = y_{k+1} - y_k$. Величина $10^{10}\Delta y$ описывается обобщенным нормальным законом с функцией плотности

$$f(x) = \frac{\theta_2}{2\theta_1\Gamma(1/\theta_2)} \exp \left\{ - \left(\frac{|x - \theta_0|}{\theta_1} \right)^{\theta_2} \right\},$$

где параметр сдвига $\theta_0 = 0,168657644$, параметр масштаба $\theta_1 = 0,916965722$, параметр формы $\theta_2 = 1,218194917$, полная гамма-функция $\Gamma(1/\theta_2) = \int_0^{\infty} y^{\frac{1}{\theta_2}-1} e^{-y} dy$ (рис. 1, 2).

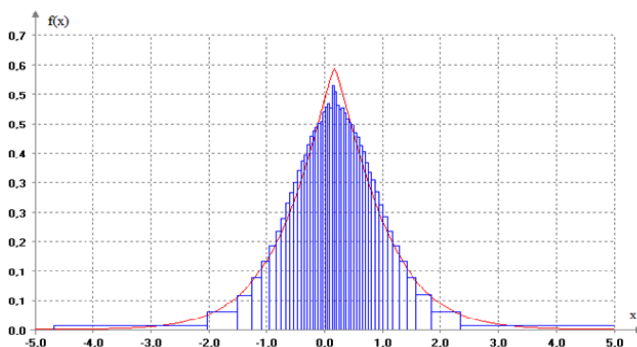


Рис. 1. Гистограмма первых разностей $10^{10}\Delta y$ и функция плотности обобщенного нормального закона

Fig. 1. Histogram of the first differences $10^{10}\Delta y$ and the generalized density function

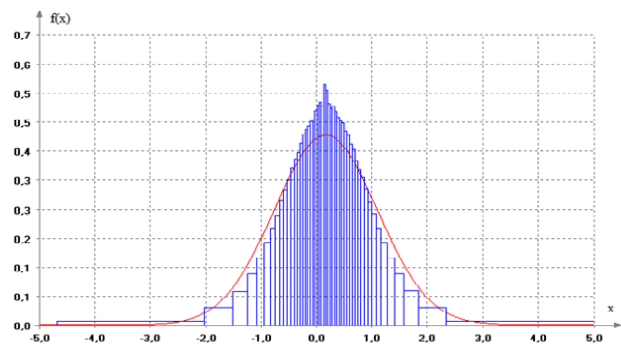


Рис. 2. Гистограмма первых разностей $10^{10}\Delta y$ и функция плотности нормального закона

Fig. 2. Histogram of the first differences $10^{10}\Delta y$ and the normal density function

Нельзя утверждать, что найденный обобщенный нормальный закон наилучшим образом описывает ряд Δy_k , так как в рядах первых разностей обнаруживаются неслучайные последовательности, искажающие реальный (неизвестный) закон распределения Δy_k . Кроме линейной составляющей, обусловленной отклонением частоты генератора от номинального значения, присутствуют колебательные и периодические компоненты, которые могут быть связаны с влиянием на бортовой стандарт частоты и времени как внутренних процессов, протекающих в космическом аппарате, так и внешних, таких как геомагнитная активность, изменения солнечной активности и др.

Для описания РШВ рассмотрим следующие модельные структуры.

Модель 1. Опишем линейной комбинацией полиномов Чебышева РШВ на выбранном мерном интервале:

$$y^M(t) = \alpha_1 T_1(t) + \alpha_2 T_2(t) + \dots + \alpha_m T_m(t) + \varepsilon(t), \quad t \in I_{\text{опред}}, \quad (1)$$

где $T_0(t)=1$, $T_1(t)=t$, $T_2(t)=2t^2-1$, ..., $T_m(t)=2tT_{m-1}(t)-T_{m-2}(t)$, $\varepsilon(t)$ – белый гауссовский шум с нулевым математическим ожиданием и конечной дисперсией.

Коэффициенты α_i в соотношении (1) найдем с помощью взвешенного метода наименьших квадратов (МНК) с весовой матрицей, позволяющей учесть последние серии измерений с наибольшим весом:

$$\Omega = \begin{pmatrix} \Omega_1 & O & O \\ O & \Omega_2 & O \\ O & O & \Omega_3 \end{pmatrix}^k, \quad \Omega_1 = \text{diag}\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{3}\right), \quad \Omega_2 = \text{diag}\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \dots, \frac{2}{3}\right), \quad \Omega_3 = \text{diag}(1, 1, \dots, 1). \quad (2)$$

Количество полиномов m в (1) может оцениваться одновременно с коэффициентами линейной комбинации для достижения требуемой точности.

Модель 2. Рассмотрим нелинейную регрессионную модель вида:

$$y^M(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \sum_{k=1}^n b_k \sin\left(\frac{2\pi t}{p_k} + \varphi_k\right) + \varepsilon(t), \quad (3)$$

где коэффициенты a_k, b_k, p_k, φ_k находятся на основе метода взвешенного МНК с весовой матрицей (2), $\varepsilon(t)$ – белый гауссовский шум с нулевым математическим ожиданием и конечной дисперсией.

Модель 3. Опишем временной ряд РШВ нелинейной регрессионной моделью, представляющей собой сумму трех основных составляющих [19]:

$$y^M(t) = g(t) + s(t) + h(t) + \varepsilon(t), \quad (4)$$

где $g(t)$ – кусочно-линейная функция или логистическая функция роста, моделирующие непериодические изменения значений РШВ (аппроксимация трендовой составляющей ряда значений РШВ):

$$g(t) = (k + a^T(t)\delta)t + \bar{m} + a^T(t)\gamma \quad \text{или} \quad g(t) = \frac{C(t)}{1 + \exp(-(k + a^T(t)\delta)(t - (\bar{m} + a^T(t)\gamma)))},$$

где k – скорость роста, $\bar{m}$ – параметр смещения, δ – вектор, корректирующий скорость роста,

$a_j(t) = \begin{cases} 1, & t > s_j, \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$ – функция, отражающая изменения трендовой составляющей (s_j – множество точек излома тренда).

Отметим, что включение в функцию $g(t)$ точек изменения трендовой составляющей позволяет адаптировать модель к скачкам в измерительных данных РШВ. Так, скорость роста в любой момент t равна сумме скорости k и ее корректировок до этой точки $k + \sum_{j:t>s_j} \delta_j$, где δ_j – изменение скорости в момент s_j .

При изменении скорости k для обеспечения гладкости кривой тренда $g(t)$ вводится функция γ :

$$\gamma_j = \left(s_j - \bar{m} - \sum_{l<j} \gamma_l \right) \left(1 - \frac{k + \sum_{l<j} \delta_l}{k + \sum_{l\leq j} \delta_l} \right).$$

В (4) $s(t)$ – функция, позволяющая учесть периодические колебания, описываемые рядом Фурье:

$$s(t) = \sum_{n=1}^N \left(a_n \cos\left(\frac{2\pi n t}{P}\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi n t}{P}\right) \right),$$

$h(t)$ – функция-индикатор, учитывающая аномальные значения в измерительных данных:

$$h(t) = Z(t)q, q \in \text{Norm}(0, v^2),$$

где $Z(t) = \begin{cases} 1, & t \in L, \\ 0, & t \notin L, \end{cases}$, L – набор точек, в которых ожидаются аномальные измерения (выбросы или пропущенные значения); $\varepsilon(t)$ – белый гауссовский шум с нулевым математическим ожиданием и конечной дисперсией.

Модель (4), построение которой относят к методам машинного обучения, основывается на одномомерном сглаживании измерительных данных с последующим построением непараметрической регрессии. Данный подход был впервые предложен в [20] и зарекомендовал себя как более гибкий и удобный в сравнении с традиционной линейной регрессией.

Перспективным направлением по повышению точности модельных структур является комбинированный подход [18, 21], сочетающий модели разных типов. В работе [18] авторами показана целесообразность двухэтапного подхода, предполагающего после определения трендовой составляющей построение альтернативной модели остаточной составляющей. В предлагаемом двухэтапном подходе к построению модели РШВ (рис. 3) на первом этапе процедуры, в отличие от [18], по результатам измерений РШВ на выбранном мерном интервале строится нелинейная модель тренда (выбирается одна из приведенных модельных структур 1–3).

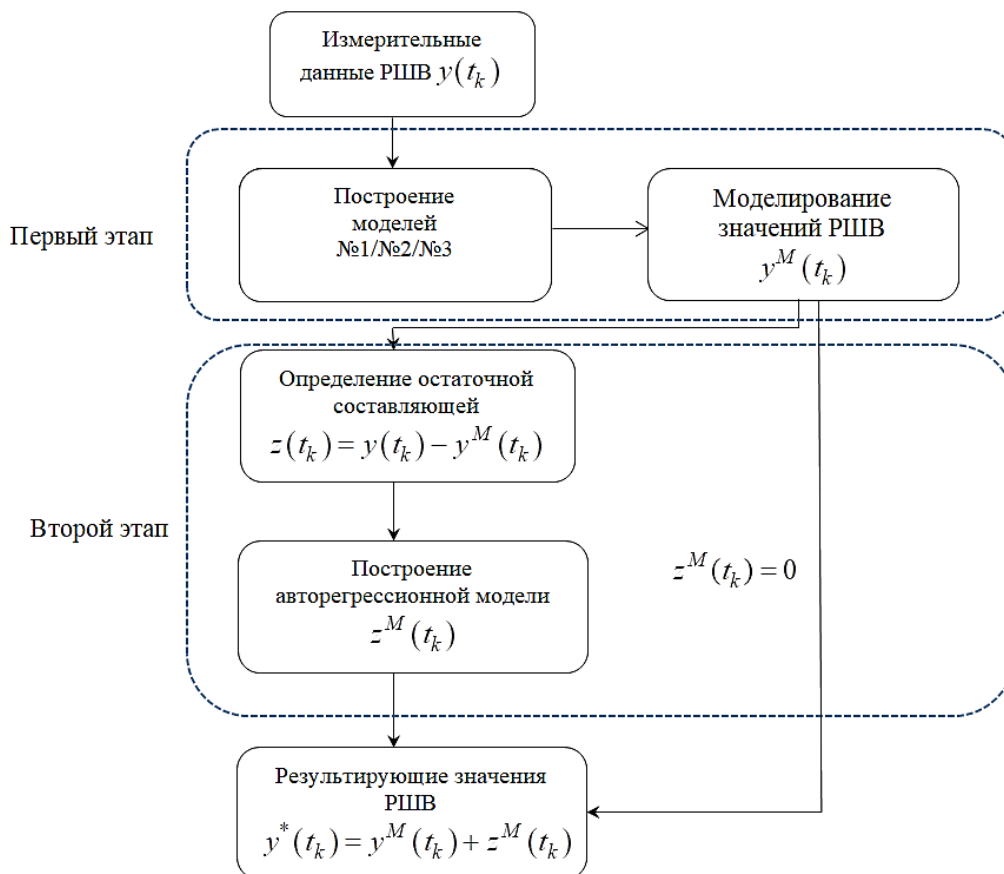


Рис. 3. Схема двухэтапного подхода построения модели РШВ

Fig. 3. Scheme of the two-stage approach to constructing the model of the satellite clock bias

На втором этапе определяется неучтенная остаточная составляющая ряда значений РШВ:

$$z(t_k) = y(t_k) - y^M(t_k), k = 0, 1, \dots, N,$$

где $y(t_k)$ – величины расхождения шкалы времени спутника относительно системной шкалы времени, $y^M(t_k)$ – значения, вычисленные с помощью выбранной модели, и строится описывающая ее модель, отличная от модели тренда. В качестве такой модели используется авторегрессионная модель с параметрами $\alpha_1, \dots, \alpha_p$ вида:

$$z^M(t_k) = \sum_{j=1}^p \alpha_j z^M(t_{k-j}) + \varepsilon(t_k), \quad (5)$$

где p – порядок модели, определяемый на основе информационного критерия Акаике, исходя из выбранной точности, $\varepsilon(t_k)$ – последовательность независимых одинаково распределенных случайных

величин с нулевым математическим ожиданием и конечной дисперсией. Для определения параметров модели может применяться как классический метод наименьших квадратов, так и метод взвешенных наименьших квадратов, учитывающий в том числе и наличие аддитивных ошибок измерений [22].

Следует отметить, что точность идентификации модельных структур повышается при проведении предварительной обработки исходных апостериорных данных, а именно восстановлении пропущенных данных, возникших, например, в результате аппаратного сбоя или передачи данных. Преимуществом использования на первом этапе модели вида (4) является отсутствие необходимости предварительной интерполяции пропущенных значений РШВ.

3. Численные результаты и обсуждение

Для численного исследования эффективности двухэтапного подхода построения моделей РШВ использовались апостериорные данные СВОЭВП для аппаратов R01–R24 на годовом интервале с 00:00 01.01.2021 до 23:59 31.12. 2021 (исключение составили R06, R09, R10, R23).

Для построения моделей годовой интервал наблюдения разбивался на k некоррелированных 6-часовых мерных интервалов, на каждом из которых для определения трендовой составляющей строились модели 1–3, а для остаточной составляющей ряда значений РШВ – авторегрессионная модель (5).

В качестве характеристик точности построения модели на интервале наблюдения использованы минимальное, среднее и максимальное среднеквадратические отклонения (СКО) по уровню доверительной вероятности 0,95, определяемые по всем k -мерным интервалам.

В таблице приведены минимальное, среднее и максимальное СКО РШВ, полученные для описанных модельных структур по годовым апостериорным данным. На рис. 4 представлена соответствующая результатам таблицы графическая интерпретация.

Минимальное, среднее и максимальное среднеквадратическое отклонения РШВ, полученные для различных модельных структур по годовым апостериорным данным РШВ, нс¹

Спутник	Модель №1			Модель №2			Модель №3		
	Минимальное СКО	Среднее СКО	Максимальное СКО	Минимальное СКО	Среднее СКО	Максимальное СКО	Минимальное СКО	Среднее СКО	Максимальное СКО
R01	2,816E-08	0,661	1,078	2,787E-08	0,346	0,571	0,006	0,142	0,248
R02	2,811E-07	1,315	1,648	2,784E-07	0,687	1,089	0,086	0,278	0,425
R03	2,827E-08	0,609	0,815	2,786E-08	0,312	0,512	0,001	0,126	0,194
R04	1,214E-10	0,593	1,116	2,848E-08	0,264	0,475	0,001	0,114	0,177
R05	2,885E-08	0,621	1,187	2,778E-08	0,311	0,546	0,001	0,132	0,204
R07	2,812E-08	0,684	1,143	2,742E-08	0,363	0,622	0,002	0,150	0,243
R08	2,876E-08	0,841	1,129	2,879E-08	0,446	0,752	0,009	0,182	0,275
R11	6,482E-11	0,687	1,122	2,879E-09	0,334	0,756	3,034E-05	0,124	0,368
R12	2,788E-07	0,574	0,832	2,761E-07	0,279	0,484	0,033	0,141	0,211
R13	2,781E-08	1,476	2,441	2,773E-08	0,803	1,366	0,008	0,298	0,475
R14	2,882E-08	0,548	1,187	2,781E-08	0,277	0,476	0,002	0,121	0,181
R15	2,877E-07	0,546	1,133	2,785E-07	0,267	0,461	4,115E-04	0,121	0,194
R16	8,697E-09	0,812	1,775	8,657E-09	0,474	0,748	2,161E-04	0,163	0,319
R17	2,867E-07	0,533	0,954	2,855E-07	0,263	0,462	0,091	0,164	0,254
R18	2,689E-08	0,654	1,171	2,687E-08	0,336	0,565	0,004	0,137	0,200
R19	2,873E-07	0,709	1,801	2,682E-07	0,462	0,741	0,006	0,189	0,295
R20	2,686E-08	0,733	1,454	3,049E-08	0,376	0,688	0,005	0,166	0,288
R21	2,702E-07	0,520	1,155	2,684E-07	0,271	0,465	0,023	0,136	0,211
R22	2,885E-08	1,139	2,302	2,890E-08	0,478	0,917	0,006	0,211	0,542
R24	2,877E-08	0,737	1,127	2,568E-08	0,316	0,664	0,001	0,146	0,229

¹ Серым цветом выделены наименьшие минимальные, средние и максимальные СКО, найденные по приведенным модельным структурам.

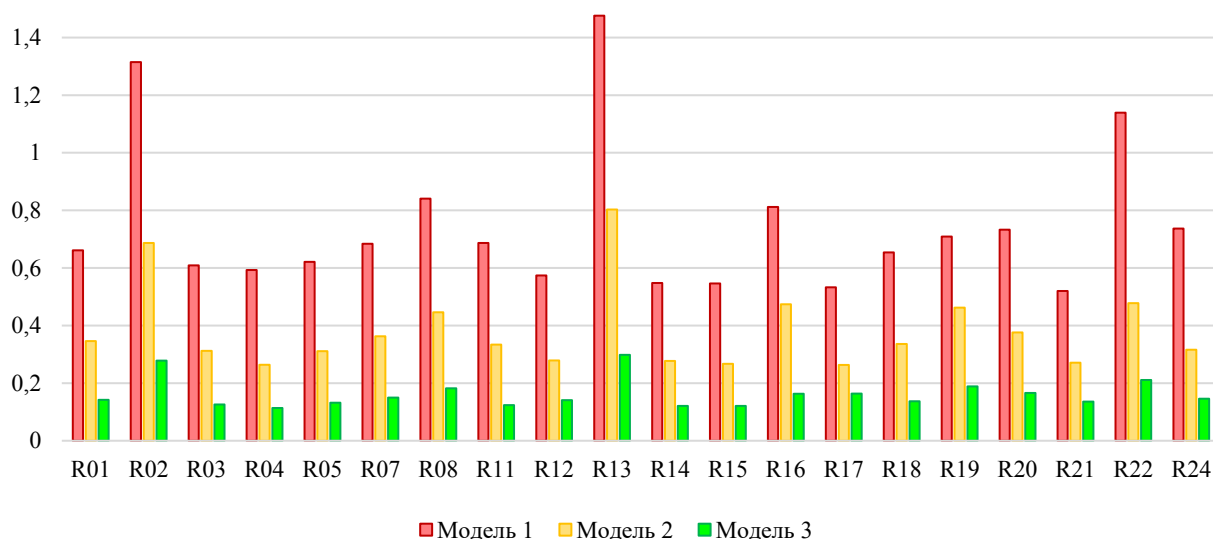


Рис.4. Среднее значение СКО для различных моделей, нс
Fig.4. Average RMSE for different models, ns

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы:

- Для всех спутников наибольшие среднее и максимальное СКО были получены при использовании на первом этапе модели 1; минимальное СКО также оказалось наибольшим, за исключением спутников R04, R08, R11, R20.
- Наименьшее минимальное СКО для большинства спутников, за исключением R04, R08, R11, R20, было получено при использовании модели 2; среднее СКО в этом случае у 14 спутников превысило 0,3 нс и варьировало от 0,263 до 0,803 нс, максимальное СКО у всех аппаратов было выше 0,3 нс и варьировало от 0,461 до 1,366 нс.
- Для всех спутников наименьшие среднее и максимальное СКО были получены при использовании на первом этапе модели 3, при этом для всех спутников среднее СКО оказалось меньше 0,3 нс и варьировало от 0,114 до 0,298 нс; максимальное СКО у 5 спутников превысило 0,3 нс и варьировало от 0,177 до 0,542 нс.
- В группу спутников, для которых были получены наибольшие средние и максимальные значения СКО, можно включить R02, R13, R16, R22.

Заключение

Для описания поведения РШВ спутников ГЛОНАСС рассмотрены линейная комбинация полиномов Чебышева и нелинейные регрессионные модели, включающие полиномиальную, кусочно-линейную функцию и функцию логистического роста, периодическую и индикаторную составляющие.

Показано, что поведение РШВ с наименьшим СКО описывается нелинейной моделью, включающей трендовую, периодическую и индикаторную составляющие (модель 3). Применение двухэтапного подхода, сочетающего построение данной модели с авторегрессией, позволяет для всех спутников описать поведения РШВ на интервале наблюдения со средним и максимальным СКО меньше 0,3 нс.

Отметим, что предложенный двухэтапный подход к идентификации поведения РШВ является устойчивым к отсутствию измерительных данных и достаточно хорошо учитывает выбросы в измерительных данных, однако в качестве недостатка следует отметить существенные временные затраты, необходимые для построения модельных структур при использовании годовых измерительных данных для каждого спутника, которые могут быть сокращены при использовании параллельных вычислительных технологий.

Список источников

1. Фатеев В.Ф. К вопросу о релятивистских эффектах смещения шкал времени и частоты наземных и спутниковых квантовых часов в глобальных навигационных спутниковых системах // Альманах современной метрологии. 2023. № 2 (34). С. 43–64.
2. Сальцберг А.В., Тимошенко Е.В., Шупен К.Г. Влияние космической среды на ход бортовых часов // Труды Института прикладной астрономии РАН. 2020. Вып. 52. С. 51–56.
3. Bidikar B., Rao G.S., Laveti G., Kumar M.S. Satellite Clock Error and Orbital Solution Error Estimation for Precise Navigation Applications // Positioning. 2014. Is. 05 (01). P. 22–26. doi: 10.4236/pos.2014.51003
4. Liu X., Wu X., Tian Y. Study on atomic prediction of time based on interpolation model with tchebychev polynomials // Journal of Geodesy and Geodynamics. 2010. Is. 30 (1). P. 77–82.
5. Wang Y., Lu Z., Sun D., Wang N. A new navigation satellite clock bias prediction method based on modified clock-bias quadratic polynomial model // Acta Astronomica Sinica. 2016. Is. 57 (1). P. 78–90.
6. Черникова О.С., Марарескул Т.А. Прогнозирование расхождения шкал времени на основе скорректированной линейной модели // Системы анализа и обработки данных. 2022. Т. 87, № 3. С. 37–58. doi: 10.17212/2782-2001-2022-3-37-58
7. Xu X., Hu X., Zhou Y., Song Y. Research on high accuracy prediction model of satellite clock bias // China Satellite Navigation Conference (CSNC): Lecture Notes in Electrical Engineering. 2014. Is. 3 (1). P. 155–164. doi: 10.1007/978-3-642-54740-9_14
8. Liu Q., Sun J., Chen X., Liu J., Zhang Q. Application analysis of CPSO-LSSVM algorithm in AR clock error prediction // Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition). 2014. Is. 44 (3). P. 807–811. doi: 10.13229/j.cnki.jdxbgxb201403036
9. Zhao L., Lan X.Q., Sheng J.Y. Application of ARIMA model in satellite clock error forecasting // J. Water Resour Archit. Eng. 2014. V. 10 (1). P. 135–137.
10. Han S., Gong Y., Li J., Li G., Li X., Guo J. The AR model with trend item and the corresponding algorithm of AO detection and satellite clock error prediction // Mapping Intimacies. 2021. P. 584–598. doi: 10.1007/978-981-16-3138-2_54
11. Cui X.Q., Jiao W.H. Grey system model for the satellite clock error predicting // Geomatics and Information Science of Wuhan University. 2005. Is. 30 (5). P. 447–450.
12. Liang Y., Ren C., Yang X., Pang G., Lan L. A grey model based on first differences in the application of satellite clock bias prediction // Chinese Astronomy and Astrophysics. 2015. Is. 40 (1). P. 79–93. doi: 10.1016/j.chinastron.2016.01.008
13. Yu Y., Huang M., Duan T., Wang C., Hu R. Enhancing satellite clock bias prediction accuracy in the case of jumps with an improved grey model // Hindawi Mathematical Problems in Engineering. 2020. Is. 3. P. 1–11. doi: 10.1155/2020/8186568
14. Yu Y., Huang M., Wang C., Hu R., Duan T. A new BDS-2 satellite clock bias prediction algorithm with an improved exponential smoothing method // Applied Sciences. 2020. V. 10 (21). Art. 7456. doi: 10.3390/app10217456
15. Zhang B., Qu J.K., Yuan Y.B. et al. Fitting method for GPS satellites clock errors using wavelet and spectrum analysis // Geomatics and Information Science of Wuhan University. 2007. Is. 32 (8). P. 715–718.
16. Zheng Z.Y., Dang Y.M., Lu X.S., Xu W.M. Prediction model with periodic item and its application to the prediction of GPS satellite clock bias // Acta Astronomica Sinica. 2010. Is. 51 (1). P. 95–102.
17. Система высокоточного определения эфемерид и временных поправок (СВОЭВП) // Филиал «Прецизионного навигационно-баллистического обеспечения» АО «НПК «СПП». URL: <http://www.glonass-svoevp.ru/> (дата обращения: 20.12.2023).
18. Черникова О.С., Марарескул Т.А. Двухэтапный подход к прогнозированию расхождения шкал времени на основе скорректированной линейной модели // Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика. 2023. № 2. С. 80–93. doi: 10.33581/2520-6508-2023-2-80-93
19. Harvey A., Peters S. Estimation procedures for structural time series models // Journal of Forecasting. 1990. Is. 9. P. 89–108.
20. Friedman J.H., Stuetzle W. Projection Pursuit Regression // Journal of the American Statistical Association. 1981. Is. 76. P. 817–823.
21. Chernikova O.S. Two-stage parametric identification procedure for a satellite motion model based on adaptive unscented Kalman filters // Bulletin of the South Ural State University, Ser. Mathematical Modelling, Programming and Computer Software. 2022. V. 15 (4). P. 32–43. doi: 10.14529/mmp220403
22. Жданов А.И., Кацюба О.А. Идентификация по методу наименьших квадратов параметров уравнений авторегрессии при аддитивных ошибках измерений // Автоматика и телемеханика. 1982. Вып. 2. С. 29–38.

References

1. Fateev, V.F. (2023) K voprosu o relyativistskikh effektakh smeshcheniya shkal vremeni i chastoty nazemnykh i sputnikovyykh kvantovyykh chasov v global'nykh navigatsionnykh sputnikovyykh sistemakh [On the relativistic effects of time scale and frequency shift of terrestrial and satellite quantum clocks in global navigation satellite systems]. *Al'manakh sovremennoy metrologii*. 34(2). pp. 43–64.
2. Saltsberg, A.V., Timoshenkova, E.V. & Shupen K.G. (2020) Vliyanie kosmicheskoy sredy na khod bortovyykh chasov [The influence of the space environment on the course of the onboard clock]. *Trudy Instituta prikladnoy astronomii RAN*. 52. pp. 51–56.

3. Bidikar, B., Rao, G.S., Laveti, G. & Kumar, M.S. (2014) Satellite Clock Error and Orbital Solution Error Estimation for Precise Navigation Applications. *Positioning*. 05(01). pp. 22–26. DOI: 10.4236/pos.2014.51003
4. Liu, X., Wu, X. & Tian, Y. (2010) Study on atomic prediction of time based on interpolation model with Tchebychev polynomials. *Journal of Geodesy and Geodynamics*. 30(1). pp. 77–82.
5. Wang, Y., Lu, Z., Sun, D. & Wang, N. (2016) A new navigation satellite clock bias prediction method based on modified clock-bias quadratic polynomial model. *Acta Astronomica Sinica*. 57(1). pp. 78–90.
6. Chernikova, O.S. & Marareskul, T.A. (2022) Prognozirovanie raskhozhdeniya shkal vremeni na osnove skorrektirovannoy lineynoy modeli [Prediction of time scale divergence based on an adjusted linear model]. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh*. 87(3). pp. 37–58. DOI: 10.17212/2782-2001-2022-3-37-58.
7. Xu, X., Hu, X., Zhou, Y. & Song, Y. (2014) Research on high accuracy prediction model of satellite clock bias. *China Satellite Navigation Conference (CSNC): Lecture Notes in Electrical Engineering*. 3(1). pp. 155–164. DOI: 10.1007/978-3-642-54740-9_14
8. Liu, Q., Sun, J., Chen, X., Liu, J. & Zhang, Q. (2014) Application analysis of CPSO-LSSVM algorithm in AR clock error prediction. *Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition)*. 44(3). pp. 807–811. DOI: 10.13229/j.cnki.jdxbgxb201403036
9. Zhao, L., Lan, X.Q. & Sheng, J.Y. (2014) Application of ARIMA model in satellite clock error forecasting. *Journal of Water Resources and Architectural Engineering*. 10(1). pp. 135–137.
10. Han, S., Gong, Y., Li, J., Li, G., Li, X. & Guo, J. (2021) The AR model with trend item and the corresponding algorithm of AO detection and satellite clock error prediction. *Mapping Intimacies*. pp. 584–598. DOI: 10.1007/978-981-16-3138-2_54.
11. Cui, X.Q. & Jiao, W.H. (2005) Grey system model for the satellite clock error predicting. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*. 30(5). pp. 447–450.
12. Liang, Y., Ren, C., Yang, X., Pang, G. & Lan, L. (2015) A grey model based on first differences in the application of satellite clock bias prediction. *Chinese Astronomy and Astrophysics*. 40(1). pp. 79–93. DOI: 10.1016/j.chinastron.2016.01.008.
13. Yu, Y., Huang, M., Duan, T., Wang, C. & Hu, R. (2020) Enhancing satellite clock bias prediction accuracy in the case of jumps with an improved grey model. *Hindawi Mathematical Problems in Engineering*. 3. pp. 1–11. DOI: 10.1155/2020/8186568.
14. Yu, Y., Huang, M., Wang, C., Hu, R. & Duan, T. (2020) A new BDS-2 satellite clock bias prediction algorithm with an improved exponential smoothing method. *Applied Sciences*. 10(21). pp. 7456. DOI: 10.3390/app10217456.
15. Zhang, B., Qu, J.K., Yuan, Y.B. et al. (2007) Fitting method for GPS satellites clock errors using wavelet and spectrum analysis. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*. 32(8). pp. 715–718.
16. Zheng, Z.Y., Dang, Y.M., Lu, X.S. & Xu, W.M. (2010) Prediction model with periodic item and its application to the prediction of GPS satellite clock bias. *Acta Astronomica Sinica*. 51(1). pp. 95–102.
17. AO NPK SPP. (n.d.) *Sistema vysokotochnogo opredeleniya efemerid i vremennykh popravok (SVOEVP)* [Point of Metrological Control SVOEVP (PMC SVOEVP)]. [Online] Available from: <http://www.glonass-svoevp.ru>. (Accessed: 12th December 2023).
18. Chernikova, O.S. & Marareskul, T.A. (2023) Dvukhetapnyy podkhod k prognozirovaniyu raskhozhdeniya shkal vremeni na osnove skorrektirovannoy lineynoy modeli [A two-stage approach to forecasting the divergence of time scales based on an adjusted linear model]. *Zhurnal Belorusskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika. Informatika*. 2. pp. 80–93. DOI: 10.33581/2520-6508-2023-2-80-93.
19. Harvey, A. & Peters, S. (1990) Estimation procedures for structural time series models. *Journal of Forecasting*. 9. pp. 89–108.
20. Friedman, J.H. & Stuetzle, W. (1981) Projection Pursuit Regression. *Journal of the American Statistical Association*. 76. pp. 817–823.
21. Chernikova, O.S. (2022) Two-stage parametric identification procedure for a satellite motion model based on adaptive unscented Kalman filters. *Bulletin of the South Ural State University, Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software*. 15(4). pp. 32–43. DOI: 10.14529/mmp220403
22. Zhdanov, A.I. & Katsuba, O.A. (1982) Identifikatsiya po metodu naimen'shikh kvadratov parametrov uravneniy avtoregressii pri additivnykh oshibkakh izmereniy [Identification by the method of least squares of the parameters of autoregression equations with additive measurement errors]. *Avtomatika i telemekhanika*. 2. pp. 29–38.

Информация об авторах:

Черникова Оксана Сергеевна – доцент, кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической и прикладной информатики Новосибирского государственного технического университета (Новосибирск, Россия). E-mail: chernikova@corp.nstu.ru

Марарескул Татьяна Александровна – кандидат технических наук, начальник отдела АО «Информационные спутниковые системы» имени академика М.Ф. Решетнёва» (Железногорск, Россия). E-mail: mta@iss-reshetnev.ru

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Information about the authors:

Chernikova Oksana S. (Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the department of theoretical and applied informatics Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation). E-mail: chernikova@corp.nstu.ru

Marareskul Tatiana A. (Candidate of Technical Sciences, Head of the Department of JSC Academician M.F. Reshetnev «Information Satellite System», Zheleznogorsk, Russian Federation). E-mail: mta@iss-reshetnev.ru

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Поступила в редакцию 30.05.2024; принята к публикации 03.03.2025

Received 30.05.2024; accepted for publication 03.03.2025