

Научная статья

УДК 162

doi: 10.17223/1998863X/84/4

ПРОБЛЕМА ПРОТИВОРЕЧИВОСТИ В РЕЛЕВАНТНЫХ КОННЕКСИВНЫХ ЛОГИКАХ

Арсентий Александрович Тимохин

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия,
flawlesstheory@inbox.ru*

Аннотация. Рассматривается проблема противоречивости в релевантной коннексивной логике CR. Показано, что свойство противоречивости может быть устранено путем отказа от семантического постулата идемпотентности. В результате такой модификации получена новая логическая теория CRW, в которой сохраняются свойства релевантности и коннексивности, но при этом гарантируется непротиворечивость.

Ключевые слова: коннексивная логика, релевантная логика, импликация, противоречивость

Для цитирования: Тимохин А.А. Проблема противоречивости в релевантных коннексивных логиках // Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. 2025. № 84. С. 34–43. doi: 10.17223/1998863X/84/4

Original article

THE PROBLEM OF INCONSISTENCY IN RELEVANT CONNEXIVE LOGICS

Arsentii A. Timokhin

Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation, flawlesstheory@inbox.ru

Abstract. The article addresses the issue of inconsistency in relevant connexive logic CR. It demonstrates that inconsistency can be eliminated by rejecting the semantic postulate of idempotence. This modification yields a new logical theory, CRW, which retains the properties of relevance and connexivity while ensuring consistency. The work is grounded in the broader context of combining relevant and connexive logics, which aim to address classical logical paradoxes and better align with natural reasoning patterns. The study builds upon the foundational system of relevant logic R, developed by Anderson and Belnap, as a framework for analysis. While the initial attempts to integrate Aristotle's thesis into R led to trivialization, recent efforts to extend certain subsystems of R with connexive principles have avoided this problem. The CR system proposed by Francez serves as the basis for further exploration. Although CR satisfies relevance and connexivity, it exhibits inconsistency – a property the study aims to resolve. This inconsistency is addressed through both syntactic adjustments and semantic innovations. The article introduces CRW, a variant of CR that excludes the contraction axiom $(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow B))$. This modification is supported by an alternative semantics based on commutative monoids. The CRW system is axiomatically defined and satisfies key properties of relevance, connexivity, and consistency. The article rigorously demonstrates these properties through semantic models and logical proofs, including Aristotle's and Boethius' theses, and highlights CRW's non-trivial nature. The results suggest that CRW offers a promising framework for further exploration of relevant and connexive logics. Future research directions include proving the completeness of CRW's semantics, developing natural deduction or Gentzen-style systems for CRW, and investigating extensions incorporating additional logical connectives. These efforts aim to

refine CRW's theoretical underpinnings and enhance its applicability in modeling natural reasoning processes.

Keywords: connexive logic, relevance logic, implication, inconsistency

For citation: Timokhin, A.A. (2025) The problem of inconsistency in relevant connexive logics. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Filosofiya. Sotsiologiya. Politologiya – Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science*. 84. pp. 34–43. (In Russian). doi: 10.17223/1998863X/84/4

Релевантная и коннексивная логика

В новейшей литературе по логике закрепился тренд на совмещение релевантной и коннексивной логики [1–3]. Эти направления активно развиваются, начиная с середины XX в.; они исследуют условную связь – релевантная логика стремится построить логику без парадоксов классического следования и материальной импликации, коннексивная – формализовать те модели рассуждений на естественном языке, которые являются наиболее приемлемыми для большинства людей с интуитивной точки зрения.

Как известно, с материальной импликацией и классическим отношением следования связан ряд парадоксов. Условное высказывание оказывается истинным, даже если условие (антецедент) и следствие (консеквент) являются ложными, и в случае, если условие ложно, а следствие истинно. Это приводит к тому, что любое ложное высказывание может обуславливать любое истинное, и к тому, что любое ложное высказывание может обуславливать любое ложное высказывание. Например, высказывания «Если $2 \times 2 = 5$, то вода закипает при $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ » и «Если нынешняя столица России – Санкт-Петербург, то водород расположен во второй группе периодической таблицы химических элементов» являются истинными в классической логике. Как видно, антецедент и консеквент импликации не связаны по содержанию: речь в них идет о различных предметах. Утверждения такого типа называют парадоксами релевантности. Если противоречивое высказывание рассматривать как парадигмальный пример логически ложного высказывания, а закон логики – как логически истинного, то парадоксальность материальной импликации проявляется в виде известных законов, которые формально можно выразить так:

$$\begin{aligned}(A \& \neg A) &\supset B, \\ A &\supset (B \vee \neg B).\end{aligned}$$

Можно выделить еще один класс парадоксов – парадоксы модальности. Если формула истинна, то она обусловлена любой формулой, если ложна – она является следствием любой формулы:

$$\begin{aligned}A &\supset (B \supset A), \\ \neg A &\supset (A \supset B).\end{aligned}$$

Одним из фундаментальных отношений в логике является отношение логического следования. В классической логике оно также оказывается парадоксальным. Напомним, что из множества формул Γ логически следует формула A тогда и только тогда, когда не существует такой интерпретации нелогических символов, при которой все формулы из Γ принимают значение «истина» и A принимает значение «ложь». В данном случае мы также исходим из идеи, согласно которой посылки и заключения должны содержать общую информацию: логическое содержание заключения должно являться ча-

стью логического содержания посылок. Это условие нарушается в классической логике, поэтому в ней из противоречия следует любое высказывание, а любое высказывание, в свою очередь, обуславливает любой логический закон:

$$\begin{aligned} A \&\neg A \models B, \\ A \models B \vee \neg B. \end{aligned}$$

Все это говорит о том, что классическая логика не может служить надежным инструментом для анализа высказываний естественного языка. Это стимулирует к поиску новых решений, и одним из таких решений является релевантная логика. Она ставит своей основной целью устранение парадоксов материальной импликации и классического отношения следования.

В процессе становления релевантной логики сложилось представление о том, какую логику можно считать релевантной, которое со временем стало доминирующим. Это критерий наличия общей переменной (от англ. variable sharing property) [4] – требование к антецедентам и консеквентам законов импликативного типа иметь хотя бы одну общую пропозициональную переменную. В дальнейшем мы будем кратко называть данное свойство VSP.

Определение 1. (VSP) Если формула $A \rightarrow B$ доказуема, то A и B имеют хотя бы одну общую пропозициональную переменную.

Отметим, что это требование является необходимым, но недостаточным для того, чтобы считать логику релевантной. Всякая релевантная логика должна удовлетворять критерию наличия общей переменной, но наличие этого критерия еще не свидетельствует о том, что логика является релевантной.

Мотивация релевантных и вообще неклассических логик заключается в отказе от ряда принципов классической логики, которые рассматриваются как проблемные. Таким образом, релевантные логики сужают класс законов классической логики, отказываясь от «нерелевантных» принципов и законов. В то же время контр-классические логики имеют в качестве законов и такие, которые вовсе не являются классическими. К таким логикам относятся, в частности, и коннексивные.

Коннексивная логика формализует некоторые особенности условных высказываний, которые не формализует классическая логика, и предъявляет к импликации следующие требования:

- ни одно высказывание не может иметь в качестве логического следствия собственное отрицание, и ни одно высказывание не может быть логическим следствием собственного отрицания;
- ни одно высказывание не может влечь одновременно некоторое высказывание и его отрицание.

В современной логической литературе это принято выражать [5] следующим образом. Первое требование отражают утверждения, называемые тезисами Аристотеля:

- (1) $\neg(A \rightarrow \neg A)$ (Аристотель 1);
- (2) $\neg(\neg A \rightarrow A)$ (Аристотель 2).

Второе требование отражают утверждения, называемые тезисами Боэция:

- (3) $(A \rightarrow B) \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg B)$ (Боэций 1);
- (4) $(A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg(A \rightarrow B)$ (Боэций 2).

Все четыре утверждения, называемые коннексивными тезисами, недоказуемы в классической логике. Таким образом, можно сформулировать критерий коннексивности [5].

Определение 2. Логика **L** называется коннексивной, если в ней доказуемы (общезначаимы) все коннексивные тезисы и импликация несимметрична.

Последнее означает, что в **L** недоказуема формула $(A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)$.

Коннексивные тезисы вполне согласуются с практикой естественных рассуждений. Это подтверждают эмпирические данные. Так, например, Сторс МакКолл [6. Р. 421–424] описывает проведение анкетирования среди студентов Макгиллского университета на первой лекции по курсу логики. На вопросы о том, считают ли они правильными рассуждения по типу тезисов Аристотеля и Боэция, более 80% ответили утвердительно. Напротив, такие классические законы, как $A \supset (B \supset A)$ и $A \supset (\neg A \supset B)$, пользовались куда меньшей популярностью среди респондентов – 40 и 12% соответственно. Это и подобные исследования говорят о том, что коннексивная импликация лучше отражает то, как мы обычно рассуждаем, нежели материальная.

Релевантная коннексивная логика **CR** и проблема противоречивости

Вслед за М. Данном и Г. Рестоллом [7. Р. 2] в качестве парадигмальной системы релевантной импликации мы будем рассматривать **R**, разработанную Андерсеном и Белнапом [8. Р. 17]. Логические теории, которые мы рассмотрим далее, будут являться расширениями **R**.

На заре развития коннексивной логики как отдельного направления предпринимались первые попытки совместить свойства релевантности и коннексивности. Но эти попытки быстро отошли на второй план после результатов, полученных в [9] К. Мортенсеном. Он показал, что попытка расширить систему **R** за счет добавления тезиса Аристотеля 1 делает полученную систему тривиальной. Это означает, что любая формула в языке данной логической теории является законом. С содержательной точки зрения нет смысла рассматривать такие теории, в которых либо вовсе нет законов, либо все является законами.

В последнее время возникла новая волна интереса к проекту релевантных коннексивных логик – были предприняты попытки по расширению коннексивными тезисами некоторых подсистем релевантной логики **R**, которые не привели к «тривиализирующему» эффекту. Таковой, например, является система Н. Франсеа **CR** [1], на которой мы далее остановимся подробнее.

Франсез показал, что для построения нетривиальной коннексивной релевантной логики достаточно взять в качестве базиса не систему **R** целиком, а ее фрагмент, содержащий формулы только импликативного вида. Такой фрагмент можно расширить логической связкой отрицания, для которой выполняются законы «двойного отрицания», а также сильный¹ тезис Боэция 2, получив при этом логическую теорию, достаточную для обоснования остальных принципов коннексивной импликации.

Исчисление **CR** – это аксиомные схемы A1–A8 и правило вывода *modus ponens*:

¹ A7 и A8.

- (A1) $A \rightarrow A$;
- (A2) $(A \rightarrow B) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow B))$;
- (A3) $(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$;
- (A4) $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow C))$;
- (A5) $A \rightarrow \neg\neg A$;
- (A6) $\neg\neg A \rightarrow A$;
- (A7) $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow \neg B)$;
- (A8) $(A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg(A \rightarrow B)$.

Эта система интересна тем, что она удовлетворяет требованиям релевантности и коннексивности, но тем не менее она имеет существенную особенность: как и многие другие коннексивные логики, **CR** является противоречивой. В случае многих неклассических логик наличие свойства противоречивости влечет тривиальность, однако еще раз подчеркнем, что особенность **CR** заключается в том, что наличие противоречивости не влечет тривиальности.

Что такое для логики быть противоречивой? Это означает, что в языке логической теории найдется такая формула A , что она доказуема и при этом доказуемо ее отрицание. Основатель логики Аристотель считал принцип непротиворечия наиболее фундаментальным, свободным от предположений, усматриваемым непосредственно как нечто очевидное: «...невозможно, чтобы одно и то же в одно и то же время было и не было присуще одному и тому же в одном и том же отношении <...> это, конечно, самое достоверное из всех начал» [10. С. 125]. И далее продолжает: «Конечно, не может кто бы то ни было считать одно и то же существующим и не существующим...», настаивая на общепринятости этого принципа, причем Аристотель предлагает нам выводиться логический закон непротиворечия из онтологического. Ведь, например, очевидно, что нельзя одновременно делать и не делать что-либо. Позднее, в Новое время, в дискуссиях о врожденных идеях принцип непротиворечия стал рассматриваться как врожденный, наряду с принципами тождества и исключенного третьего.

В начале XX в. возникла концепция согласованности истины. В одной из версий этой концепции мы можем проверять истинность утверждения, соотнося его с каким-либо исходным множеством, и если проверяемое нами утверждение вступает в противоречие с одним из утверждений исходного множества, то оно квалифицируется как ложное.

С другой стороны, существует и такая точка зрения, согласно которой противоречия – утверждения типа $A \& \neg A$ – могут быть истинными. Такую позицию называют диалетеизмом.

Как видно, единого мнения насчет того, как воспринимать противоречивую информацию, не существует. Но, так или иначе, когда мы встречаем противоречия в науке или повседневном общении, это вызывает у нас диссонанс – возникает проблема: с противоречиями надо что-то делать. По этой причине непротиворечивость является одним из стандартных требований к мета-теоретическим свойствам, которыми должна обладать логическая теория.

Еще в работах С. МакКолла [7. Р. 436] и Я. Вайса в [3. Р. 5] были высказаны предположения о том, что противоречивость многих коннексивных логик и в частности **CR** можно устранить путем избавления от закона сокращения – $(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$. Вайс также показал [3. Р. 5], что закон

сокращения играет существенную роль в построении доказательств противоречивых формул. С опорой на вышеупомянутые наблюдения попытка полноценного исследования логики **CR** без закона сокращения так и не была осуществлена в литературе. Далее в нашей статье мы предпримем такую попытку и более подробно исследуем вопрос о зависимости между законом сокращения и свойством противоречивости.

В литературе по релевантной логике активно изучались фрагменты различных систем релевантной логики без аксиомы сокращения. В частности, фрагмент релевантной логики **R** без сокращения известен под названием **RW**. На наш взгляд, вполне естественно, продолжив эту традицию обозначений, назвать нашу новую систему **CRW**, поскольку она получена в результате исключения аксиомы сокращения из списка дедуктивных постулатов системы **CR**, которое аксиоматизируется следующим образом:

- (A1) $A \rightarrow A$;
- (A2) $(A \rightarrow B) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow B))$;
- (A3) $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow C))$;
- (A4) $A \rightarrow \neg\neg A$;
- (A5) $\neg\neg A \rightarrow A$;
- (A6) $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow \neg B)$;
- (A7) $(A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg(A \rightarrow B)$.

Единственное правило вывода: *modus ponens*.

Вайс [3] предложил семантику полурешеток с объединением для **CR**, опираясь на результаты, полученные А. Урквартом в [11]. Наша задача состояла в том, чтобы предложить адекватную семантику для **CRW**. Отталкиваясь от результатов Уркварта и Вайса, мы построили семантику коммутативного моноида. Дадим основные определения.

Определение 3. Пусть алгебра $A = \langle M, * \rangle$, где M – произвольное множество, $*$ – операция на M . Тогда A называется коммутативным моноидом, если для любых элементов a, b и c из M верно, что они удовлетворяют следующим условиям:

- $a*(b*c) = (a*b)*c$ (ассоциативность);
- $a*b = b*a$ (коммутативность);
- $0*a = a$ (наличие нейтрального элемента).

Определение 4. Модельная структура коммутативного моноида есть упорядоченная тройка $F = \langle S, 0, \sqcup \rangle$, где $F = \langle S, \sqcup \rangle$ – коммутативный моноид и $0 \in S$ – наименьший (нейтральный) элемент в $\langle S, \sqcup \rangle$. Бинарная операция $\sqcup$ обладает следующими свойствами:

Для любых элементов x, y, z из S верно:

- $0 \sqcup x = x$ (тождество);
- $x \sqcup y = y \sqcup x$ (коммутативность);
- $(x \sqcup y) \sqcup z = x \sqcup (y \sqcup z)$ (ассоциативность).

Определение 5. Модель **CRW** есть упорядоченная двойка $M = \langle F, V \rangle$, где F – модельная структура коммутативного моноида, а оценка V – отображение множества пропозициональных переменных в декартово произведение подмножеств носителя. Формально

$$V: \text{Prop} \rightarrow P(S) \times P(S).$$

Для удобства введем следующие обозначения:

- $V^+(p) = X$;

• $V(p) = Y$.

Отношения $x \models^+ p$ (p истинно в модели M) и $x \models^- p$ (p ложно в модели M) определяются следующим образом:

- 1) $x \models^+ p$ тогда и только тогда, когда $x \in V^+(p)$;
- 2) $x \models^- p$ тогда и только тогда, когда $x \in V^-(p)$;
- 3) $x \models^+ \neg A$ тогда и только тогда, когда $x \models^- A$;
- 4) $x \models^- \neg A$ тогда и только тогда, когда $x \models^+ A$;
- 5) $x \models^+ A \rightarrow B$ тогда и только тогда, когда для любого $y \in S$, $y \not\models^+ A$ или $x \sqcup y \models^+ B$;
- 6) $x \models^- A \rightarrow B$ тогда и только тогда, когда для любого $y \in S$, $y \not\models^+ A$ или $x \sqcup y \models^- B$.

Определение 6. A истинна в $M = \langle S, 0, \sqcup, V \rangle$ модели **CRW** ($\models A$) тогда и только тогда, когда $0 \models^+ A$.

Определение 7. A общезначама в **CRW** ($\text{CRW} \models A$) тогда и только тогда, когда для любой M модели **CRW** ($\models A$).

Нетрудно проверить, что принцип сокращения не является общезначаимым относительно определения 5. В качестве подходящей контр-модели достаточно рассмотреть следующую. Пусть $M = \langle S, 0, \sqcup, V \rangle$, где $S = \{0, 1, 2\}$, $V^+(p) = \{1\}$, $V^+(q) = \{2\}$, 0 – нейтральный элемент, $\sqcup$ – коммутативная, ассоциативная операция, которая определяется следующим образом:

$\sqcup$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	2
2	2	2	1

Перейдем к доказательству того, что система **CRW** обладает всеми интересующими нас свойствами: релевантностью, коннексивностью и, что самое главное, непротиворечивостью.

Предложение 1. **CRW** является релевантной логикой, т.е. обладает VSP.

Доказательство. Вайсом было доказано, что **CR** обладает VSP [3. Р. 12–13]. Так как все теоремы **CRW** являются теоремами **CR**, легко показать, что **CRW** также обладает VSP. Доказательство проведем методом от противного. Допустим, что **CRW** не обладает VSP. Тогда существует такая формула $A \rightarrow B$, что она доказуема в **CRW** и при этом A и B не имеют общих пропозициональных переменных. Так как всякая теорема **CRW** является теоремой **CR**, $A \rightarrow B$ доказуема в **CR**, но тогда **CR** не обладает VSP, а это противоречит тому, что **CR** обладает VSP.

Предложение 2. **CRW** обладает коннексивностью.

Для доказательства предложения 2 достаточно показать, что в **CRW** доказуемы все коннексивные тезисы и импликация несимметрична. Покажем, что тезис Аристотеля $1 \neg(A \rightarrow \neg A)$ является общезначаимым, воспользовавшись методом от противного.

Допустим, что $\neg(A \rightarrow \neg A)$ не общезначима в **CRW**. Тогда существует такая модель M , что $0 \not\models^+(A \rightarrow \neg A)$. По определению 5 и свойству тождества из определения 4 получаем, что $y \models^+ A$ и $y \not\models^+ A$ – это является противоречием, а значит, верно, что тезис Аристотеля 1 является общезначимой формулой. Аналогично можно доказать общезначимость тезиса Аристотеля 2.

Покажем то же самое для тезиса Боеция 1. Допустим, что $(A \rightarrow B) \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg B)$ не общезначима в **CRW**. Тогда существует такая модель M , что $0 \not\models^+(A \rightarrow B) \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg B)$. Используя определения 5 и 4 (свойство тождества), получаем $y \models^+ A \rightarrow B$ и $y \not\models^+ A \rightarrow \neg B$. Воспользовавшись вновь определением 5 из первого выражения, можно получить, что верно $z \not\models^+ A$ или $y \sqcup z \models^+ B$. Аналогично со вторым выражением: $z \models^+ A$ и $y \sqcup z \not\models^+ B$. $z \not\models^+ A$ – отрицание выражения $z \models^+ A$, поэтому по исключению дизъюнкции мы можем получить $y \sqcup z \models^+ B$, что в конъюнкции с $y \sqcup z \not\models^+ B$ является противоречием, следовательно, верно, что тезис Боеция 1 является общезначимым. Аналогично для тезиса Боеция 2.

Также нетрудно проверить, что $(A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)$ не является общезначимой формулой относительно определения 5.

Пусть $M = \langle S, 0, \sqcup, V \rangle$, где $S = \{0, 1, 2\}$, $V^+(p) = \{\emptyset\}$, $V^+(q) = \{1, 2\}$, 0 – нейтральный элемент, $\sqcup$ – коммутативная, ассоциативная операция, которая определяется следующим образом:

$\sqcup$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	2
2	2	2	1

Итак, полученная логика обладает свойством релевантности и коннексивности. Прежде чем перейти к доказательству свойства непротиворечивости, докажем вспомогательную лемму, утверждающую, что перевод всякой доказуемой формулы **CRW** в язык классической логики высказываний докажем также и в классической логике. Для начала определим перевод τ из языка **CRW** в язык классической логики высказываний¹:

- 1) $\tau(p) = p$;
- 2) $\tau(\neg A) = \neg \tau(A)$;
- 3) $\tau(A \rightarrow B) = \tau(A) \supset \tau(B)$.

Лемма 1. Для всякого A из множества формул **CRW** верно, что если A доказуемо в **CRW**, то $\tau(A)$ доказуемо в классической логике высказываний.

Доказательство проводится методом индукции по длине доказательства. Достаточно доказать, что перевод τ всех аксиомных схем **CRW** является доказуемым в классической логике и что переход от доказуемых переводов τ формул **CRW** при помощи правила *modus ponens* всегда дает доказуемый перевод τ . Для этого удобно воспользоваться методом построения таблиц истинности для классической логики высказываний.

¹ Перевод предложен Я. Вайсом в [3. Р. 5].

Теорема 1. (Синтаксическая непротиворечивость **CRW**). Неверно, что существует такая формула A , что она доказуема в **CRW** и при этом доказуемо ее отрицание.

Теорему легко доказать, используя метод от противного. Для этого достаточно воспользоваться определением перевода τ и леммой 1. Если A доказуема в **CRW**, то ее перевод τ доказуем в КЛВ (по лемме 1). Согласно переводу τ , выходит, что в КЛВ также доказуемо отрицание перевода τ . Следовательно, КЛВ противоречива, что невозможно.

Заключение

В рамках исследования была рассмотрена проблема противоречивости, возникающую при попытке совместить в одной логической теории свойства релевантности и коннексивности. В качестве предмета исследования мы взяли систему **CR** Франсеца. Нами была предложена новая логическая теория, которая синтаксически получается за счет устранения из **CR** закона сокращения, семантически – за счет отказа от постулата идемпотентности. Кроме того, было показано, что полученная логическая теория – **CRW** – обладает свойствами коннексивности, релевантности и непротиворечивости. Таким образом, мы продемонстрировали возможность устранения свойства противоречивости у коннексивных логик, полученных по методу Вансинга.

Одним из приоритетных направлений наших дальнейших исследований является изучение метатеоретических свойств **CRW**. В частности, требуется убедиться в том, что **CRW** действительно адекватна предложенному исчислению без сокращения. Для этого понадобится доказать корректность, и, что самое главное, семантическую полноту. В [11] А. Уркварт предложил метод доказательства семантической полноты импликативного фрагмента R , который впоследствии был адаптирован Я. Вайсом [3] для **CR**. На наш взгляд, этот метод можно адаптировать и для доказательства семантической полноты **CRW**. Есть и другие открытые проблемы. Во-первых, поиск адекватной содержательной интерпретации для семантики коммутативного моноида **CRW**. Интерпретация, разработанная в работах Уркварта [12] и Вайса [3], не удовлетворяет семантике коммутативного моноида из-за отказа от постулата идемпотентности. Во-вторых, исследование **CRW** с точки зрения теории доказательств: разработка системы натурального вывода или исчисления генценовского типа. В-третьих, поиск возможных расширений **CRW** за счет добавления в язык связок $\vee$ и $\&$. В-четвертых, поиск семантики полурешеток с объединением для **CRW**.

Список источников

1. Francez N. Relevant Connexive Logic // *Logic and Logical Philosophy*. 2019. Vol. 28. P. 409–425.
2. Omori H. A Simple Connexive Extension of the Basic Relevant Logic BD // *IfCoLog Journal of Logics and their Applications*. 2016. Vol. 3 (3). P. 467–478.
3. Weiss Y. The Pure Theories of Connexive Implication // *Review of Symbolic Logic*. 2022. Vol. 15, № 3. P. 591–606.
4. Belnap N.D. Entailment and Relevance // *The Journal of Symbolic Logic*. 1960. Vol. 25. P. 144–146.
5. Wansing H. Connexive Logic // *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* / eds. N.Z. Edward, U. Nodelman. (Summer 2022 Edition).

6. McCall S. A History of Connexivity // *Handbook of the History of Logic* / eds. D. Gabbay, F. Pelletier, J. Woods. Vol. 11. Elsevier. Amsterdam, 2012. P. 415–449
7. Anderson A.R., Belnap N.D. Entailment: The Logic of Relevance and Necessity. Princeton University Press, 1975. Vol. 1.
8. Dunn J.M., Restall G. Relevance logic // *Handbook of Philosophical Logic* / eds. D. Gabbay, F. Guenther. Vol. 6. 2nd edition. Kluwer Academic Publishers, 2002. P. 1–128.
9. Mortensen C. Aristotle's thesis in consistent and inconsistent logics // *Studia Logica*. 1984. Vol. 43. P. 107–116
10. Аристотель. Сочинения : в 4 т. М. : Мысль. 1976. Т. 1.
11. Urquhart A. The Semantics of Entailment // PhD Thesis, University of Pittsburgh. 1973.
12. Urquhart A. Semantics for Relevant Logics // *The Journal of Symbolic Logic*. Mar., 1972. Vol. 37, № 1. P. 159–169.

References

1. Francez, N. (2019) Relevant Connexive Logic. *Logic and Logical Philosophy*. 28. pp. 409–425.
2. Omori, H. (2016) A Simple Connexive Extension of the Basic Relevant Logic BD. *IfCoLog Journal of Logics and their Applications*. 3(3). pp. 467–478.
3. Weiss, Y. (2022) The Pure Theories of Connexive Implication. *Review of Symbolic Logic*. 15(3). pp. 591–606.
4. Belnap, N.D. (1960) Entailment and Relevance. *The Journal of Symbolic Logic*. 25. pp. 144–146.
5. Wansing, H. (2022) Connexive Logic. In: Zalta, E.N. & Nodelman, U. (eds) *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Summer 2022 Edition.
6. McCall, S. (2012) A History of Connexivity. In: Gabbay, D., Pelletier, F. & Woods, J. (eds) *Handbook of the History of Logic*. Vol. 11. Amsterdam: Elsevier. pp. 415–449.
7. Anderson, A.R. & Belnap, N.D. (1975) *Entailment: The Logic of Relevance and Necessity*. Vol. 1. Princeton University Press.
8. Dunn, J.M. & Restall, G. (2002) Relevance logic. In: Gabbay, D. & Guenther, F. (eds) *Handbook of Philosophical Logic*. 2nd ed. Vol. 6. Kluwer Academic Publishers. pp. 1–128.
9. Mortensen, C. (1984) Aristotle's thesis in consistent and inconsistent logics. *Studia Logica*. 43. pp. 107–116
10. Aristotle. (1976) *Sochineniya v 4 t.* [Works in 4 vols]. Vol. 1. Moscow: Mysl'.
11. Urquhart, A. (1973) *The Semantics of Entailment*. PhD Thesis. University of Pittsburgh.
12. Urquhart, A. (1972) Semantics for Relevant Logics. *The Journal of Symbolic Logic*. 37(1). pp. 159–169.

Сведения об авторе:

Тимохин А.А. – бакалавр философии, магистрант философского факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова («Экспериментальная философия нейрокогнитивных наук») (Москва, Россия). E-mail: flawlesstheory@inbox.ru

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Information about the author:

Timokhin A.A. – Bachelor of Philosophy, master's student, Faculty of Philosophy, Lomonosov Moscow State University (Moscow, Russian Federation). E-mail: flawlesstheory@inbox.ru

The author declares no conflicts of interests.

Статья поступила в редакцию 25.11.2024;
одобрена после рецензирования 25.03.2025; принята к публикации 17.04.2025
The article was submitted 25.11.2024;
approved after reviewing 25.03.2025; accepted for publication 17.04.2025