ВЕСТНИК ТОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
2024 Математика и механика № 92
Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics

МЕХАНИКА

MECHANICS

Научная статья
УДК 620.17
doi: 10.17223/19988621/92/5

Моделирование напряженно-деформированного состояния ультразвукового пьезопреобразователя в импедансном методе тестирования материалов

Антон Владимирович Азин[1], Александр Викторович Васильев[2], Сергей Васильевич Пономарев[3], Сергей Владимирович Рикконен[4]

[1, 2, 3, 4] *Томский государственный университет, Томск, Россия*
[1] *antonazin@niipmm.tsu.ru*
[2] *alphatomsk@yandex.ru*
[3] *psv@niipmm.tsu.ru*
[4] *s.rikkonen@yandex.ru*

Аннотация. Работа посвящена моделированию напряженно-деформированного состояния элементов ультразвукового пьезопреобразователя при тестировании материалов. Рассматривается вопрос минимального веса пригруза ультразвукового пьезопреобразователя, не повреждающего поверхность тестируемого материала, с одной стороны, и его достаточность для обеспечения полного контакта индентора с поверхностью тела при гармоническом колебательном процессе – с другой. Для численного моделирования колебательного процесса предложена одномерная конечно-элементная модель системы «ультразвуковой пьезопреобразователь–образец». Получен частотный набор резонансов в рассматриваемом диапазоне частот 15–30 кГц, который соответствует экспериментальным данным с расхождением не более 7%.

Ключевые слова: импедансный метод, ультразвуковой пьезопреобразователь, математическая постановка, напряженное состояние, колебательная система, резонансы

Благодарности: Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № FSWM-2020-0036).

Для цитирования: Азин А.В., Васильев А.В., Пономарев С.В., Рикконен С.В. Моделирование напряженно-деформированного состояния ультразвукового пьезопреобразователя в импедансном методе тестирования материалов // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2024. № 92. С. 56–68. doi: 10.17223/19988621/92/5

© А.В. Азин, А.В. Васильев, С.В. Пономарев, С.В. Рикконен, 2024

Original article

Modeling of the stress-strain state of an ultrasonic piezoelectric transducer in an impedance method of testing materials

Anton V. Azin[1], Alexander V. Vasilyev[2], Sergey V. Ponomarev[3], Sergey V. Rikkonen[4]

[1, 2, 3, 4] Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation
[1] antonazin@niipmm.tsu.ru
[2] alphatomsk@yandex.ru
[3] psv@niipmm.tsu.ru
[4] s.rikkonen@yandex.ru

Abstract. The work is devoted to modeling the stress-strain state of the elements of an ultrasonic piezoelectric transducer (UPT). UPT is used in the impedance method for testing materials.
The issue of the minimum weight of the load is being considered. For a harmonic oscillatory process in the system, the weight of the load must be sufficient to ensure contact of the UPT indenter with the body surface. At the same time, the loading action should not damage the surface of the test sample.
A mathematical formulation of the problem is formulated to describe the oscillatory process of the "UPT-test sample" system after ensuring the contact of the UPT indenter with the surface of the material. A one-dimensional finite element model of the oscillatory system "UPT-test sample" is proposed. A frequency set of resonances in the frequency range of 15–30 kHz has been obtained. When comparing the simulation results with experimental data, the error is no more than 7%.
Keywords: impedance method, ultrasonic piezoelectric transducer, mathematical formulation, stress state, oscillatory system, resonances

Acknowledgments: The work was carried out within the framework of the State mission of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (theme FSWM-2020-0036).

For citation: Azin, A.V., Vasilyev, A.V., Ponomarev, S.V., Rikkonen, S.V. (2024) Modeling of the stress-strain state of an ultrasonic piezoelectric transducer in an impedance method of testing materials. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 92. pp. 56–68. doi: 10.17223/19988621/92/5

Введение

Импедансный метод определения неоднородностей в материале основан на регистрации изменения механического импеданса дефектного и бездефектного участков. Метод эффективен для контроля клеевых, диффузионных и паяных соединений [1]. Для возбуждения в конструкциях механических колебаний и снятия информативного сигнала используют преобразователи специальной конструкции. Наиболее перспективная конструктивная схема ультразвукового пьезопреобразователя (УЗПП) импедансного типа – это одноосная схема [2, 3]. Насто-

ящая работа рассматривает усовершенствованную одноосную схему УЗПП с дополнительно установленными датчиком силы и двумя датчиками ускорения.

Вопросам математического моделирования УЗПП посвящено достаточное количество публикаций [3–5]. Моделирование работы УЗПП, как правило, проводится исходя из потребностей оптимизации каких-либо параметров. При моделировании пьезоактюаторов основными параметрами являются стабильность и предсказуемость механической реакции на сигнал управления, зависящие от свойств пьезоматериала [6]. При моделировании источников микроперемещений акцентом является определение эффективного режима передачи энергии исполнительному устройству [7, 8]. Моделирование работы УЗПП как источников энергии ставит перед исследователями проблему поиска оптимальной конструктивной формы пьезолемента и несущих его элементов, в том числе и подложки, направленного на увеличение энергоэффективности [9]. При этом физико-механические свойства подложки и конструктивное распределение масс оказывают непосредственное влияние на амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) колебательной системы и ее напряженно-деформированное состояние (НДС).

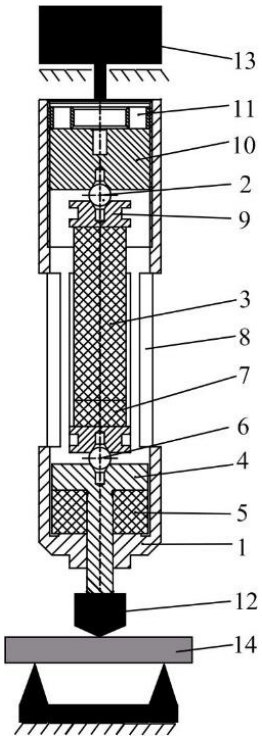


Рис. 1. Схема проведения эксперимента с помощью УЗПП: *1* – корпус, *2* и *6* – центраторы, *3* – многослойный пьезоактюатор АПМ-2-7, *4* – толкатель, *5* – упругость предварительного поджатия, *7* – датчик силы, *8* – смотровые окна, *9* – стальные щеки, *10* – гайка предварительного поджатия, *11* – стопорная гайка, *12* – индентор, *13* – пригруз, *14* – образец (нагрузка)

Fig. 1. Scheme of the experiment using the UPT: (*1*) housing, (*2*) and (*6*) centralizers, (*3*) multilayer piezoactuator APM-2-7, (*4*) pusher, (*5*) preload elasticity, (*7*) force sensor, (*8*) viewing windows, (*9*) cheeks, (*10*) preload nut, (*11*) locking nut, (*12*) indenter, (*13*) preload, and (*14*) sample (load)

Также в расчет принимается возможность расширения полосы рабочих частот, что связано с определением резонансных режимов колебательной системы. Другая немаловажная особенность пьезоэлектриков – эффекты прямого и обратного пьезоэффекта. При этом электроупругие свойства самого пьезолектрика зависят как от его внутренних электрических характеристик, так и от характеристик внешней электрической цепи, подключенной к пьезоэлектрику. Изменение физико-механических характеристик также сказывается на общем НДС конструкции и ее АЧХ [10].

Характерной особенностью использования пьезоматериала также является необходимость его предварительного механического нагружения [4]. Предварительное нагружение пьезоактюаторов обязательно как для устройств микроперемещений, так и для УЗПП, используемых в методах неразрушающего контроля. При этом возникающее НДС конструкции, как и свойства используемых конструкционных материалов, определяют собственную амплитудно-частотную характеристику УЗПП. Результирующая АЧХ УЗПП определяется единой, вместе с исследуемым образцом, многоконтурной колебательной системой.

Предлагаемая постановка задачи рассматривает ультразвуковой пьезопреобразователь как единую колебательную систему и учитывает физико-механические свойства составляющих эту систему элементов. При этом НДС конструкции и АЧХ могут являться исходными данными для определения таких физико-механических свойств исследуемых материалов, как жесткость и модуль упругости [11, 12].

На рис. 1 представлена схема проведения экспериментальных исследований образца с помощью УЗПП. Конструкция УЗПП излучателя состоит из корпуса (*1*) со смотровыми окнами (*8*), центраторов (*2*) и (*6*), многослойного пьезоактюатора АПМ-2-7 (*3*), толкателя (*4*), упругости предварительного поджатия (*5*), датчика силы (*7*), стальных щек (*9*), гайки предварительного поджатия (*10*), стопорной гайки (*11*), индентора (*12*). Также на рис. 1 цифрами обозначены пригруз (*13*) и образец (нагрузка) (*14*).

Постановка задачи

Рассмотрим область Ω, представленную набором подобластей Ω_j, $j = 1,2, \ldots, k$, соответствующих элементам конструкции УЗПП с упругими, вязкоупругими и пьезоэлектрическими характеристиками материалов (см. рис. 1). Считаем, что физико-механические процессы, происходящие в подобластях Ω_j, можно адекватно описать в рамках теорий упругости, вязкоупругости и электроупругости. Пусть $\Gamma = \partial\Omega$ – граница области Ω, одного из элементов конструкции УЗПП; $\mathbf{n} = \mathbf{n}(x)$ – вектор внешней единичной нормали к Γ ($x \in \Gamma$) [7, 8].

Для элементов с чисто упругими свойствами считаем, что состояние элемента определяется вектор-функцией перемещений $\mathbf{u} = \mathbf{u}(x, t)$. Тогда уравнение движения элемента имеет вид [13]:

$$\rho\ddot{u}_i + \alpha_d \rho\dot{u}_i - (\sigma_{ij,j} + \sigma^{(0)}_{ij,j}) = f_i, \qquad (1)$$

где u_i, σ_{ij} – компоненты вектора перемещения и второго тензора напряжений Пиолы–Кирхгофа; $\sigma^{(0)}_{ij,j}$ – начальные напряжения сред, полученные в результате предварительного статического нагружения, α_d – первый коэффициент демпфи-

рования по Релею (инерционный коэффициент); $\rho = \rho(x)$ – плотность материала; $f_i = f(x_i, t)$, при $i = 1, 2, 3$, – массовые силы; $\ddot{u}_i$, $\dot{u}_i$ – вторая и первая производные по времени i компоненты вектора перемещения.

Связь деформаций и перемещений рассматривается в виде:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i} - u_{k,j}u_{k,i}), \tag{2}$$

где ε_{ij} – компоненты тензора деформаций Грина; $u_{i,j}$ – частная производная i-й компоненты вектора перемещения **u** по направлению j.

Для моделирования механического поведения линейно упругих элементов конструкции УЗПП качестве определяющих соотношений использован закон Гука:

$$\sigma_{ij} = \lambda\theta\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij}, \tag{3}$$

$$\theta = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} = \mathrm{div}\vec{u}, \tag{4}$$

где δ_{ij} – символ Кронекера, μ, λ – параметры Ламе.

Для вязкоупругого элемента (тестируемого материала в импедансном методе) моделирование напряженного состояния проводится по соотношениям вязкоупругости

$$\sigma_{ij}(t) = \lambda\theta(t)\delta_{ij} + 2G\varepsilon_{ij}(t) - \int_0^t R(t-\tau)\varphi(e_{ij}(\tau))d\tau, \tag{5}$$

$$e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \sigma\delta_{ij}\,. \tag{6}$$

Здесь e_{ij} – компоненты девиатора деформаций, G – модуль сдвига, t – общее время наблюдения, τ – предшествующее моменту наблюдения время, $R(t - \tau)$ – функция влияния (ядро релаксации), убывающая при возрастании $t - \tau$, φ – функция нелинейности материала.

Моделирование механического поведения вязкоупругого элемента так же, как и для упругой среды, производится с использованием соотношений (1) и (2).

Постановка задачи для электроупругого элемента (пьезоактюатора) разделяется на механическую и электрическую составляющие.

Для моделирования электрического поведения электроупругого элемента используются выражения (7)–(10):

$$E_i = -\frac{\partial\varphi}{\partial x_i} = -\varphi_{,i}\,. \tag{7}$$

– связь между тензором деформаций ε и вектором напряженности электрического поля ***E*** с тензором напряжений σ и вектором электрической индукции D:

$$\sigma_{ij} = c^E_{ijkl}(\varepsilon_{kl} + \beta_d\dot{\varepsilon}_{kl}) - e_{kij}E_k, \tag{8}$$

$$D_{ij} = e_{ikl}\varepsilon_{kl} + \in^S_{ik} E_k, \tag{9}$$

– уравнение приближения квазиэлектростатики:

$$D_{i,i} = \sigma_\Omega, \tag{10}$$

где c^E_{ijkl} – упругие свойства, e_{kij} – пьезоэлектрические свойства, $\in^S_{ik}$ – диэлектрические свойства пьезоэлектрического материала, β_d – второй коэффициент демпфирования по Релею (конструкционный коэффициент), σ_Ω – объемная плотность электрических зарядов, причем $\sigma_\Omega = 0$ [5].

Подставляя в (1) и (10) определяющие соотношения (8), (9) и формулы (2) и (7), получаем итоговую систему дифференциальных уравнений электроупругости:

$$\rho\ddot{u}_i + \alpha_d \rho\dot{u}_i - (c^E_{ijkl}(u_{k,l} + \beta_d \dot{u}_{k,l}) - e_{kij}\varphi_{,k} + \sigma^{(0)}_{ij,j}) = f_i, \quad (11)$$

$$(e_{ikl}u_{k,l} + \in^S_{ik} \varphi_{,k})_{,i} = \sigma_\Omega, \quad (12)$$

Граничные условия для элементов конструкции УЗПП подразделяются на механические и электрические.

Для задания электрических граничных условий считаем, что граница электроупругой среды P разделена на два участка: $P = P_\varphi + P_D$.

На границе P_φ нанесены электроды, которые питаются генератором напряжения с выходным потенциалом $V(t)$, т.е.

$$\varphi = \Phi_\Gamma,\ \Phi_\Gamma = V(t),\ x \in P_\varphi. \quad (13)$$

На границе электроупругого элемента P_D, где нет электродов, задается поверхностная плотность электрических зарядов $\sigma_\Gamma = \sigma_\Gamma(x,t)$: $n^* \cdot D = -\sigma_\Gamma$, $\sigma_\Gamma = 0$, $x \in P_D$.

Для формулировки *общих механических граничных условий для упругого, вязкоупругого и электроупругого элементов* предположим, что граница элемента Γ разбивается на участки: Γ_u и Γ_σ.

Для закрепленных поверхностей элементов запишем условие вида:

$$u(x, t) = 0,\ x \in \Gamma_u. \quad (14)$$

Для предварительно нагруженных поверхностей элементов конструкции УЗПП справедливо выражение

$$p(x, t) = n^* \cdot \sigma^{(0)},\ x \in \Gamma_\sigma, \quad (15)$$

а для свободных от нагрузки поверхностей справедливо выражение

$$(\sigma_{ij,j} + \sigma^{(0)}_{ij,j})n_j = 0, x \in \Gamma_\sigma, \quad (16)$$

где $\mathbf{p} = n^* \cdot \sigma^{(0)}$ – трехмерный вектор напряжений на площадке с нормалью n [5].

Далее рассмотрим три вида механического нагружения: предварительное статическое, динамическое «без нагрузки», динамическое «с нагрузкой» (рис. 2). Начальные условия для динамических режимов – это НДС, полученное при предварительном статическом нагружении.

Краевые условия для динамического нагружения в режиме «без нагрузки».

Граничные условия. Рассмотрим упругий элемент T, через поверхность T_3 которого УЗПП прикреплен к раме установки (см. рис. 2, *а*).

Контактное взаимодействие индентора и образца отсутствует. Тогда граничные условия для динамического режима «без нагрузки»:

$$u\ (x, t) = 0,\ x \in T_3. \quad (17)$$

Начальные условия. При $t = 0$ поле перемещений u и скоростей $\dot{u}$ предполагается заданным:

$$u(x, 0) = 0, \quad (18)$$

$$\dot{u}(x, 0) = 0. \quad (19)$$

Краевые условия для динамического нагружения в режиме «с нагрузкой».

Граничные условия. Рассмотрим упругий элемент K (элемент индентора УЗПП) и вязкоупругий элемент Θ (элемент нагрузки в виде образца). В динамическом режиме «с нагрузкой» УЗПП под действием своего веса и веса пригруза свободно опирается индентором на образец, который расположен на опорах (см. рис. 2, *а*).

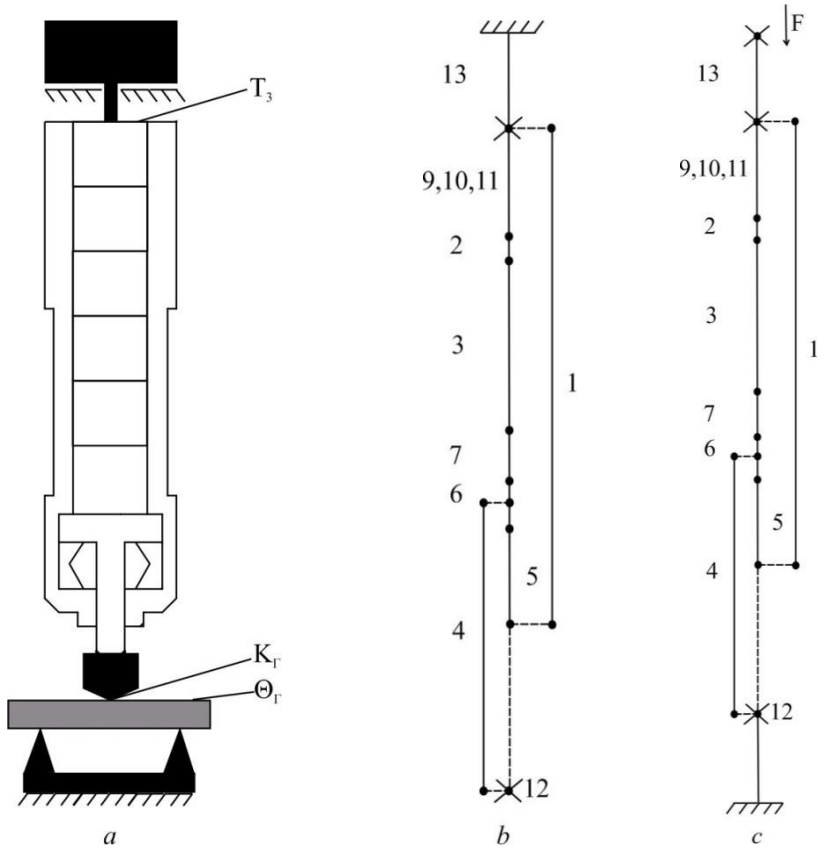


Рис. 2. Виды испытания: *a* – общий вид эксперимента, *b* – режим «без нагрузки», *c* – режим «с нагрузкой»

Fig.2. Types of testing: (*a*) general type of the experiment, (*b*) “no load” mode, and (*c*) “with load” mode

На граничных поверхностях $K_Г$ и $\Theta_Г$ отсутствует сцепление и имеет место условие непроникания:

$$u^+(x) = u^-(x), \text{ при } x \in K_Г, x \in \Theta_Г, \quad (20)$$

где u^+ и u^- – перемещения двух граничащих между собой контактных поверхностей [7, 8].

Начальные условия для динамического нагружения в режиме «без нагрузки», как в (18) и (19).

Результаты моделирования

Конструкции УЗПП и образца моделировались в пакете прикладных программ ANSYS:

– статический анализ и оценки НДС элементов конструкций (предварительное нагружение) рассматривались на трехмерной модели;

– динамический анализ процесса воздействия УЗПП на образец и сравнение результатов численного моделирования с результатами экспериментов рассматривались на одномерной модели.

Трехмерный случай. Трехмерная конечно-элементная модель (КЭМ) включает УЗПП и образец (нагрузку). КЭМ конструкции состояла из 40 365 узлов и 27 428 элементов. Для КЭМ конструкции УЗПП использовался тип элементов SOLID5, позволяющий учесть анизотропные свойства пьезоэлектрического материала ЦТС-46 для многослойного пьезоактюатора и датчика силы. Для клеевых соединений в конструкции пьезоактюатора использовался объемный тип элемента SOLID45. Для остальных элементов конструкции УЗПП использовался объемный тип элемента SOLID187.

В КЭМ УЗПП введены контактные пары (типы элементов TARGE170 и CONTA174) между элементами конструкции:

1) между упругостью предварительного поджатия и корпусом для учета всестороннего сжатия упругого элемента;

2) между упругостью предварительного поджатия и толкателем для учета потерь из-за сухого трения в контактной паре.

В табл. 1 приведены справочные свойства материалов элементов конструкции УЗПП, используемые для моделирования.

Таблица 1

Свойства материалов элементов конструкций

Материал	Плотность, кг/м^3	Модуль упругости, Па	Коэффициент Пуассона
Сталь	7 800	$2.1\cdot10^{11}$	0.29
ПММА	1 190	$3\cdot10^{9}$	0.33
Резина	1 200	$2.7\cdot10^{6}$	0.49
Эпоксидный клей	1 250	$5\cdot10^{10}$	0.4

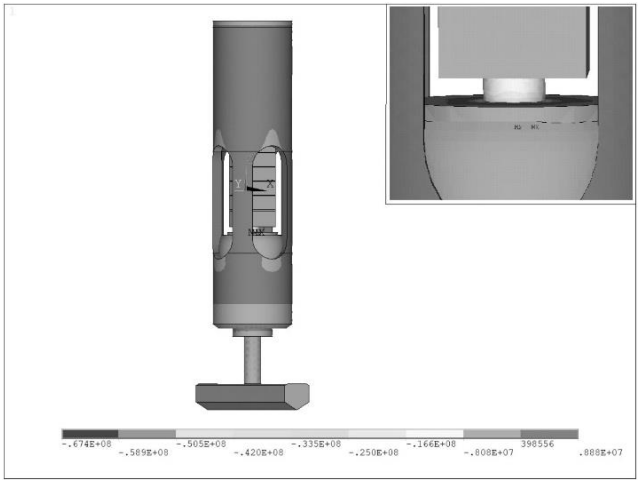
В состав УЗПП входит многослойный пьезоактюатор, который состоит из семи однотипных блоков. Блоки соединены эпоксидной смолой. При этом каждый блок состоит из 50 внутренних слоев. Поляризация каждой поры слоев в блоке ориентирована в противоположном направлении друг к другу. Данные о свойствах пьезокерамического материала ЦТС-46, используемого при изготовлении многослойного пьезоактюатора, взяты из [6].

В реальных условиях элементы конструкции УЗПП (*2*)–(*9*) вставлены в корпус (*1*) и сжаты гайкой предварительного поджатия (*10*) с усилием 200 Н (см. рис. 1). В КЭМ элементы (*2*)–(*9*) склеены между собой, с дном стакана корпуса и внутренней поверхностью гайки (*10*). Между стержнем толкателя (*4*) и упругостью (*10*), также между боковой внутренней поверхностью корпуса (*1*) и упругостью (*10*) введены контактные пары.

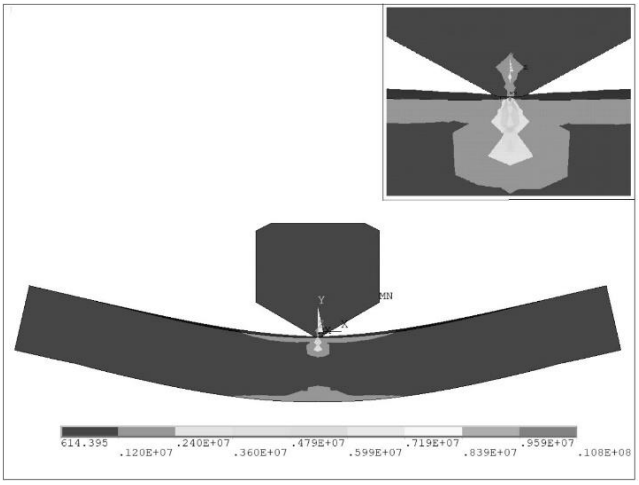
При статическом преднагружении многослойного пьезоактюатора в конструкции УЗПП зоной максимальной интенсивности напряжений является зона смотровых окон корпуса УЗПП при $\sigma_{max} = 8.9\cdot10^7$ Па (рис. 3, *a*).

При статическом нагружении образца с помощью УЗПП зона контакта индентора и образца является зоной максимальной интенсивности напряжений при $\sigma_{max} = 1.1\cdot10^7$ Па (рис. 3, *b*). Результаты анализа НДС элементов УЗПП и образца

демонстрируют, что выбранные материалы элементов конструкции работают в зоне упругости.



a



b

Рис. 3. Результаты численного моделирования. Трехмерный случай:
a – НДС конструкции УЗПП; *b* – НДС образца (нагрузки)
Fig. 3. Modeling results (3D case): (*a*) stress-strain state of the UPT design;
(*b*) stress-strain state of the sample (load)

Рассматриваемая конструкция УЗПП имеет осевое направление перемещений подвижных элементов. Нормальные и тангенциальные нагрузки на боковые поверхности отсутствуют. Таким образом, есть основания для одномерного моделирования динамики УЗПП.

Одномерный случай. Одномерная КЭМ модель включает УЗПП и образец (нагрузку). Каждый элемент конструкции описан одним одномерным конечным

элементом LINK1, учитывающим площадь поперечного сечения, длину и параметры выбранного материала элемента конструкции. Пригруз и индентор учтены в качестве сосредоточенной массы элементом MASS21.Рассмотрено два расчетных случая (см. рис. 2):

1. Работа УЗПП без нагрузки (образца), т.е. в режиме короткого замыкания (КЗ).

2. Работа УЗПП с нагрузкой (образцом) в виде пластинки, работающей на изгиб.

Для каждого рассмотренного случая граничные условия для элементов конструкции УЗПП, которые находились внутри корпуса, были одинаковыми, отличались только внешние граничные условия.

В первом рассмотренном случае перемещения узла верхней части корпуса УЗПП были нулевыми по всем осям (см. рис. 2, *b*).

Во втором рассмотренном случае нагрузка (образец) располагается на двух зафиксированных опорах, индентор УЗПП оперт на образец по центральной оси, а боковая поверхность корпуса радиально ограничена в движении, т.е. у корпуса есть только осевое перемещение. При этом на верхнюю грань корпуса действует постоянная вертикальная сила пригруза 6 Н, прижимающая УЗПП к нагрузке (образцу) (см. рис. 2, *c*). Для моделируемой системы на основе доминирующей частоты колебаний, выявленной при модальном анализе, введен коэффициент конструкционного демпфирования $\beta = 7.2 \cdot 10^{-7}$.

Таблица 2

Сравнение результатов экспериментальных исследований и численного решения

Вид испытания	№ резонанса	Частота (эксперимент), кГц	Частота (расчет), кГц	Отклонение, %	Амплитуда (эксперимент), м	Амплитуда (расчет), м
Без нагрузки (КЗ)	1	15.5	16.45	6.1	$1.13 \cdot 10^{-8}$	$1.25 \cdot 10^{-7}$
	2	21.5	20.77	3.4	$2.74 \cdot 10^{-8}$	$1.5 \cdot 10^{-6}$
	3	26	27.65	6.3	$3.7 \cdot 10^{-8}$	$8 \cdot 10^{-7}$
С нагрузкой	1	–	16.1	–	–	$28 \cdot 10^{-8}$
	2	21.9	22.8	4.1	$6.4 \cdot 10^{-8}$	$4.8 \cdot 10^{-6}$

В табл. 2 приведены результаты численного расчета в сравнении с экспериментальными данными. Анализ результатов эксперимента и расчета показал хорошее согласование по резонансным частотам, отклонение составляет не более 7%. Но величины амплитуд перемещения толкателя УЗПП на данных резонансных частотах различаются для эксперимента и расчета. По мнению авторов, причина несогласования величин амплитуд перемещения состоит в стандартном подходе при выборе коэффициента демпфирования для моделируемой системы. Данный вопрос требует дополнительных исследований.

Заключение

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы:

1. Приведенная математическая постановка задачи учитывает влияние начального напряженного состояния пьезопакета УЗПП на амплитудно-частотные и

резонансные характеристики колебательной системы при взаимодействии с поверхностью испытуемого материала в импедансном методе.

2. Результаты расчетов по одномерной модели динамического взаимодействия УЗПП с материалом показывают согласование с результатами экспериментального определения резонансных частот импедансного метода тестирования материалов с разницей не более 7%.

3. Существенное различие расчетных и экспериментальных резонансных амплитуд можно объяснить необходимостью подбора подходящей модели демпфирования в колебательной системе «УЗПП–образец».

Список источников

1. *Мурашов В.В.* Применение вариантов акустического импедансного метода для контроля деталей из ПКМ и многослойных клееных конструкций // Авиационные материалы и технологии. 2017. № S. С. 469–482. doi: 10.18577/2071-9140-2017-S-469-482
2. *Rathod V.T.* A Review of Acoustic Impedance Matching Techniques for Piezoelectric Sensors and Transducers // Sensors. 2020. Vol. 20 (14). Art. 4051. doi: 10.3390/s20144051
3. *Лавриненков А.Д.* Расчет амплитудно-частотных характеристик ультразвуковых преобразователей продольных и продольно-крутильных колебаний с помощью пакета ABAQUS // Компьютерные исследования и моделирование. 2014. Т. 6. С. 955–966. doi: 10.20537/2076-7633-2014-6-6-955-966
4. *Панич А.Е.* Пьезокерамические актюаторы. Ростов н/Д : Изд-во Юж. фед. ун-та, 2008.
5. *Наседкин А.В.* Моделирование пьезоэлектрических преобразователей в ANSYS. Ростов н/Д : Изд-во Юж. фед. ун-та, 2015.
6. *Храмцов А.М.* Напряженно-деформированное состояние взаимодействующих элементов пьезоактюатора : дис. ... канд. физ.-мат. наук. Томск, 2017.
7. *Кузнецов С.А.* Напряженно-деформированное состояние активных вантовых элементов с пьезоприводами системы регулирования формы отражающей поверхности космических рефлекторов : дис. ... канд. физ.-мат. наук. Томск, 2020.
8. *Азин А.В., Кузнецов С.А., Пономарев С.А., Пономарев С.В., Рикконен С.В.* Моделирование контактного взаимодействия элементов пьезоэлектрического двигателя // Космические аппараты и технологии. 2019. Т. 3, № 4. С. 164–170. doi: 10.26732/2618-7957-2019-4-222-229
9. *Чебаненко В.А.* Исследование колебаний пьезоэлектрических структур в составе устройств накопления энергии : дис. ... канд. физ.-мат. наук. Ростов н/Д, 2018.
10. *Ошмарин Д.А.* Моделирование демпфирования колебаний SMART-систем с элементами из пьезоэлектрических материалов и электрическими элементами : дис. ... канд. физ.-мат. наук. Пермь, 2022.
11. *Азин А.В., Богданов Е.П., Васильев А.В., Пономарев С.А., Пономарев С.В., Рикконен С.В.* Настройка резонансных режимов работы ультразвукового излучателя при одностороннем доступе к объекту // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. 2023. Т. 334, № 10. С. 199–209.
12. *Щербаков И.В., Люкшин Б.А.* Моделирование поведения отклика ортотропной пластины при воздействии динамической нагрузки // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2019. № 61. С. 111–118.
13. *Васидзу К.* Вариационные методы в теории упругости и пластичности. М. : Мир, 1987.

References

1. Murashov V.V. (2017) Application of options of the acoustic impedance method for control of parts from PCM and multilayer glued structures. *Aviatsionnyye materialy i tekhnologii* –

Aviation Materials and Technologies. S. pp. 469–482. DOI: 10.18577/2071-9140-2017-S-469-482.
2. Rathod V.T. (2020) A review of acoustic impedance matching techniques for piezoelectric sensors and transducers. *Sensors*. 20(14). Article 4051. DOI: 10.3390/s20144051.
3. Lavrinenkov A.D. (2014) Raschet amplitudno-chastotnykh kharakteristik ul'trazvukovykh preobrazovateley prodol'nykh i prodol'no-krutil'nykh kolebaniy s pomoshch'yu paketa ABAQUS [Calculation of amplitude-frequency characteristics of ultrasonic transducers of longitudinal and longitudinal-torsional oscillations using ABAQUS package]. *Komp'yuternyye issledovaniya i modelirovaniye – Computer Research and Modeling*. 6. pp. 955–966. DOI: 10.20537/2076-7633-2014-6-6-955-966.
4. Panich A.E. (2008) *P'ezokeramicheskie aktyuatory* [Piezoceramic actuators]. Rostov-on-Don: Southern Federal University.
5. Nasedkin A.V. (2015) *Modelirovanie p'ezoelektricheskikh preobrazovateley v ANSYS* [Modeling piezoelectric transducers in ANSYS]. Rostov-on-Don: Southern Federal University.
6. Khramtsov A.M. (2017) *Napryazhenno-deformirovannoye sostoyaniye vzaimodeystvuyushchikh elementov p'ezoaktyuatora* [Stress-strain state of interacting piezoactuator elements]. Dissertation. Tomsk State University.
7. Kuznetsov S.A. (2020) *Napryazhenno-deformirovannoye sostoyaniye aktivhykh vantovykh elementov s p'ezoprivodami sistemy regulirovaniya formy otrazhayushchey poverkhnosti kosmicheskikh reflektorov* [Stress-strain state of active cable-stayed elements with piezoelectric drives of the system for regulating the shape of the reflective surface of space reflectors]. Dissertation. Tomsk State University.
8. Azin A.V., Kuznetsov S.A., Ponomarev S.A., Ponomarev S.V., Rikkonen S.V. (2019) Modelirovaniye kontaktnogo vzaimodeystviya elementov p'ezoelektricheskogo dvigatelya [Simulation of contact interaction of piezoelectric engine elements] *Kosmicheskie apparaty i tekhnologii.* 3(4). pp. 164–170. DOI: 10.26732/2618-7957-2019-4-222-229.
9. Chebanenko V.A. (2018) *Issledovaniyse kolebaniy p'ezoelektricheskikh struktur v sostave ustroystv nakopleniya energii* [Study of oscillations of piezoelectric structures in energy storage devices]. Dissertation. Southern Federal University.
10. Oshmarin D.A. (2022) *Modelirovaniye dempfirovaniya kolebaniy SMART-sistem s elementami iz p'ezoelektricheskikh materialov i elektricheskimi elementami* [Modeling of oscillation damping of SMART-systems with elements of piezoelectric materials and electrical elements]. Dissertation. Institute of Continuous Media Mechanics of the Ural Branch of Russian Academy of Science.
11. Azin A.V., Bogdanov E.P., Vasilyev A.V., Ponomarev S.A., Ponomarev S.V., Rikkonen S.V. (2023) Nastroyka rezonansnykh rezhimov raboty ul'trazvukovogo izluchatelya pri odnostoronnem dostupe k ob"ektu [Configurations of ultrasonic emitter resonance modes for unilateral access to an object]. *Izvestiya Tomskogo Polytekhnicheskogo Universiteta. Inzhiniring Georesursov.* 334(10). pp.199-209. DOI: 10.18799/24131830/2023/10/4346.
12. Shcherbakov I.V., Lyukshin B.A. (2019) Modelirovaniye povedeniya otklika ortotropnoy plastiny pri vozdeystvii dinamicheskoy nagruzki [Simulation of the behavior of an orthotropic plate response under dynamic load] *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 61. pp. 111−118. DOI: 10.17223/19988621/61/10.
13. Washizu K. (1982) *Variational Methods in Elasticity and Plasticity*. Oxford: Pergamon Press.

***Сведения об авторах*:**
Азин Антон Владимирович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: antonazin@niipmm.tsu.ru

Васильев Александр Викторович – аспирант Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: alphatomsk@yandex.ru
Пономарев Сергей Васильевич – доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, заведующий отделом Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: psv@niipmm.tsu.ru
Рикконен Сергей Владимирович – кандидат технических наук, инженер-исследователь Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: s.rikkonen@yandex.ru

***Information about the authors*:**
Azin Anton V. (Candidate of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: antonazin@niipmm.tsu.ru
Vasilyev Alexander V. (Postgraduate, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: alphatomsk@yandex.ru
Ponomarev Sergey V. (Doctor of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: psv@niipmm.tsu.ru
Rikkonen Sergey V. (Candidate of Technical, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: s.rikkonen@yandex.ru

Статья поступила в редакцию 25.09.2024; принята к публикации 09.12.2024

The article was submitted 25.09.2024; accepted for publication 09.12.2024