

Научная статья

УДК 533.6.011.5

doi: 10.17223/19988621/92/12

Слияние жидких капель в процессе агломерации на поверхности горения

Сергей Александрович Рашковский¹,
Кирилл Владимирович Костюшин²,
Константин Николаевич Жильцов³, Иван Владимирович Еремин⁴

¹ *Институт проблем механики им А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия*

^{1, 2, 3, 4} *Томский государственный университет, Томск, Россия*

¹ *rash@ipmnet.ru*

² *kostushink@niipmm.tsu.ru*

³ *konstantin@niipmm.tsu.ru*

⁴ *iveremin@niipmm.tsu.ru*

Аннотация. При горении высокоэнергетических смесевых композиций на их поверхности образуются конгломераты из спекшихся частиц алюминия. В случае плавления контактирующие частицы сливаются, образуя агломерат. В работе предложена методика моделирования слияние жидких капель на основе метода SPH. Проведено численное моделирования процессов слияния 2, 3 и 2 000 сферических капель. Получены функции плотности распределения агломератов по размерам. Показано, что сначала сливаются капли, имеющие точки контакта с другими каплями. Далее важную роль играют нестационарные процессы, описывающие динамику изменения свободной поверхности.

Ключевые слова: математическое моделирование, поверхность горения, жидкие частицы, конгломераты, агломерация

Благодарности: Работа выполнена за счет гранта РНФ (проект № 21-19-00541).

Для цитирования: Рашковский С.А., Костюшин К.В., Жильцов К.Н., Еремин И.В. Слияние жидких капель в процессе агломерации на поверхности горения // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2024. № 92. С. 144–158. doi: 10.17223/19988621/92/12

Original article

Merging of liquid droplets during agglomeration on a combustion surface

Sergei A. Rashkovskiy¹, Kirill V. Kostyushin²,
Konstantin N. Zhiltsov³, Ivan V. Eremin⁴

¹ *Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russian Federation*

^{1, 2, 3, 4} *Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation*

¹ rash@ipmnet.ru

² kostushink@niipmm.tsu.ru

³ konstantin@niipmm.tsu.ru

⁴ iveremin@niipmm.tsu.ru

Abstract. When burning high-energy mixed compositions, conditions may arise under which the particles included in the conglomerate melt. In this case, the contacting molten particles merge under the action of surface tension forces and form an agglomerate. The paper proposes a technique for modeling the merging of liquid droplets during the process of agglomeration on the combustion surface. The technique is based on the use of the smoothed particle method (SPH). Problem similarity criteria are presented. Numerical modeling of the processes of merging 2, 3, and 2000 spherical drops was carried out. Mass distribution functions have been obtained. It is shown that the process of agglomeration of large structures consists of two stages. At the first stage, the merging of liquid drops occurs, which at the initial moment of time have points of contact with other drops. At the second stage, an important role is played by nonstationary processes that describe the dynamics of changes in the free surface, which in the general case depend on surface tension, viscosity, and density of the liquid.

Keywords: mathematical modeling, combustion products, boron particles, conglomerates, agglomeration

Acknowledgments: This work was partially supported by the Russian Scientific Foundation (project No. 21-19-00541).

For citation: Rashkovskiy, S.A., Kostyushin, K.V., Zhiltsov, K.N. Eremin, I.V. (2024) Merging of liquid droplets during agglomeration on a combustion surface. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 92. pp. 144–158. doi: 10.17223/19988621/92/12

Введение

Смесевые высокоэнергетические композиции (ВЭК) представляют собой высоконаполненные композиты, содержащие до 90 мас. % порошкообразных компонентов (горючих и окислителей). Горючим в таких составах служит также полимерное связующее, которое одновременно придает ВЭК необходимые физико-механические свойства. Для повышения энергетических характеристик ВЭК в их состав вводят алюминий, что приводит к существенному изменению процесса горения и структуры зоны горения, разделяющей исходное конденсированное вещество от двухфазных продуктов сгорания.

Эксперименты показывают, что процесс горения металлизированных ВЭК сопровождается интенсивным укрупнением частиц алюминия (агломерацией) в зоне горения ВЭК, толщина которой может достигать нескольких миллиметров. В результате поверхность горения покидают частицы, в десятки и сотни раз превышающие по размерам исходные частицы алюминия, входящие в состав ВЭК. Агломераты, обладая большой инерционностью, приводят к росту двухфазных потерь удельного импульса, а также могут выпадать на стенки камеры сгорания, увеличивая пассивную массу энергетической установки, а в некоторых случаях могут даже приводить к ее разрушению. По этой причине агломерация алюминия является важным процессом при горении металлизированных ВЭК.

В настоящее время накоплен большой экспериментальный материал по агломерации частиц алюминия и влиянию на этот процесс как параметров ВЭК, так и условий горения [1–7]. Агломерация связана с наличием в топливе и на его поверхности горения контактирующих частиц алюминия, которые при определенных условиях могут плавиться и объединяться в крупные капли – агломераты. Процесс агломерации алюминия является многостадийным; он начинается в конденсированной фазе ВЭК с инертного прогрева исходных частиц алюминия в тепловой волне и заканчивается горением агломератов в газовом потоке после их отрыва от поверхности горения топлива.

При нагреве k -фазы топлива происходит термическое разложение связующего и дисперсных компонентов, например перхлората аммония (ПХА). Одновременно с этим происходит плавление частиц алюминия, что приводит к образованию расплавленных контактирующих частиц (капель) алюминия. Под действием сил поверхностного натяжения эти капли сливаются, образуя более крупные капли – агломераты. Наряду с силами поверхностного натяжения, обеспечивающими связь между расплавленными частицами, на них действует отрывающая сила со стороны газообразных продуктов разложения компонентов ВЭК, оттекающих от поверхности горения. Если отрывающая сила становится больше силы, связывающей каплю с поверхностью горения (это происходит при увеличении размера агломерата и скорости оттекающих от поверхности горения газов), происходит отрыв капли (агломерата) от поверхности горения и ее унос в поток продуктов сгорания.

В отличие от экспериментальных работ, количество теоретических исследований, посвященных агломерации алюминия, значительно меньше. Сложность моделирования агломерации связана с большим количеством конкурирующих эффектов, оказывающих соизмеримое влияние на процесс, что не позволяет выделить какой-либо один ведущий механизм, управляющий процессом.

Существующие модели агломерации можно разделить на три группы:

1. Геометрические модели [8–12]. В основе этих моделей лежит исторически первая модель агломерации – «модель карманов» [8, 9], т.е. некоторых структурных единиц ВЭК, в пределах которых происходит слияние исходных частиц алюминия в агломераты. Хотя модель карманов предсказывает наблюдаемую экспериментально корреляцию размеров образующихся агломератов и размеров частиц ПХА, она не может объяснить зависимость размеров агломератов от скорости горения, давления и других факторов.

2. Статистические модели агломерации [13], в основе которых лежит метод Монте-Карло для моделирования структуры зоны горения ВЭК и процессов, происходящих в этой зоне. Хотя такие модели рассматривают процесс агломерации в динамике и позволяют получить зависимость агломератов от скорости горения и давления, они существенно упрощают происходящий процесс.

3. Метод прямого численного моделирования агломерации и процесса горения ВЭК [14–16], в основе которого лежит моделирование исходной структуры ВЭК [17] и последующее детальное описание поведения каждой отдельной частицы алюминия, начиная с k -фазы и заканчивая отрывом агломератов или конгломератов (не до конца слившихся частиц) от поверхности горения.

Как отмечено выше, первичным процессом образования агломератов является слияние расплавленных частиц алюминия под действием сил поверхностного натяжения. Этот процесс существенно зависит от структуры топлива, т.е. от дис-

персности порошкообразных компонентов (алюминия, ПХА и др.), а также от взаимного расположения частиц дисперсных компонентов и свойств расплава алюминия (вязкости и поверхностного натяжения).

Цель настоящей работы – моделирование начальной стадии агломерации – процесса слияния расплавленных частиц алюминия вблизи поверхности горения ВЭК с учетом ее структуры.

Физико-математическая постановка задачи

В начальный момент времени $t = 0$ расчетная область заполнена сферическими частицами диаметром d_i , где $i = 1, 2, \dots, N$, N – число исходных частиц алюминия в расчетной области. Диаметры частиц и координаты их центров $\mathbf{X}_i = [x, y, z]^T$ в общем случае задаются, исходя из реального состава ВЭК [17].

Предполагается, что процесс выгорания связующего и других горючих твердых компонентов ВЭК (например, ПХА и др.) прошел, а частицы алюминия под действием температуры перешли в жидкое состояние; таким образом, в области остаются только жидкие частицы алюминия. За счет влияния сил поверхностного натяжения контактирующие частицы сливаются друг с другом. Возникающий нестационарный колебательный процесс при слиянии контактирующих капель приводит к захвату близлежащих покоящихся частиц, что впоследствии приводит к образованию крупного агломерата. Необходимо рассчитать процесс слияния расплавленных частиц и определить спектр размеров образующихся агломератов.

Принимая расплав частиц алюминия несжимаемой жидкостью и пренебрегая влиянием массовых сил, задачу образования агломератов можно описывается системой уравнений, которая состоит из уравнения неразрывности и уравнения момента импульса:

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0, \quad (1)$$

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{v}, \quad (2)$$

где μ – динамическая вязкость жидкости.

В качестве граничного условия на свободной поверхности жидкой частицы в начальный момент времени задаются динамические условия равенства нормального напряжения сумме внешнего и капиллярного давлений, а также отсутствия касательных напряжений. На границах расчетной области ставятся периодические граничные условия, что позволяет переносить результаты расчетов системы с конечным числом частиц на систему с очень большим (теоретически бесконечным) числом частиц.

В качестве начальных условий во всей расчетной области задается нулевое распределение скорости

$$\vec{v} = 0. \quad (3)$$

Методика расчета

Для моделирования процесса агломерации жидких частиц применяется бессеточный лагранжевый метод SPH (метод сглаженных частиц) [18–22]. При проведении параметрических численных исследований использован программный пакет PreonLab [23].

Характерные времена протекающих в системе процессов и реальные размеры дисперсных частиц в составе высокоэнергетических смесевых композиций достаточно малы (миллисекунды, десятки микрон). Известно, что в процессе численного моделирования таких задач в размерных параметрах возникает ряд вычислительных трудностей, связанных с ошибками округления. В связи с этим расчеты проводились в безразмерной постановке.

В общем случае задача характеризуется следующими параметрами: ρ – плотность жидкости (кг/м^3); μ – вязкость жидкости (кг/(м·с)); σ – коэффициент поверхностного натяжения жидкости (кг/с^2); L – характерный пространственный масштаб задачи. Из этих параметров можно построить следующий безразмерный критерий:

$$K = \frac{\sigma \rho L}{\mu^2}.$$

Использование безразмерного критерия K позволяет свести задачу с очень малым характерным пространственным масштабом L для жидкости, характеризуемой параметрами (ρ, μ, σ) , к задаче с другим (большим) характерным пространственным масштабом L_1 , выбрав новые параметры жидкости $(\rho_1, \mu_1, \sigma_1)$ таким образом, чтобы сохранялось значение критерия:

$$\frac{\sigma_1 \rho_1 L_1}{\mu_1^2} = K.$$

При этом характерные безразмерные масштабы времени в исходной задаче (τ) и в моделируемой задаче с увеличенным пространственным масштабом (τ_1) будут одинаковыми ($\tau_1 = \tau$), а размерные масштабы времени t и t_1 (в секундах) связаны соотношениями

$$t = \frac{\rho L^2}{\rho_1 L_1^2} \frac{\mu_1}{\mu} t_1 \quad \text{или} \quad t = \frac{\mu \sigma_1}{\mu_1 \sigma} \frac{L}{L_1} t_1.$$

Результаты моделирования

На основе предложенной методики проведено численное моделирование процессов слияния двух и трех жидких капель диаметром 0.01 м. Размер дискретных SPH-частиц составлял 0.00015 м. В расчетах варьировали значения параметров вязкости, поверхностного натяжения и плотности жидкости: поверхностное натяжение вода–воздух = 0.072 Н/м, сдвиговая вязкость жидкости = 0.001 Па·с, объемная вязкость жидкости = 0.003 Па·с, плотность жидкости = 998.2 кг/м^3 . Необходимость задания значений сдвиговой и объемной вязкости связана с особенностью программного пакета PreonLab. Начальная конфигурация и эволюция формы двух жидких капель для одного из вариантов расчета показана на рис. 1. Результаты исследования процесса слияния двух жидких капель показали, что в процессе слияния наблюдаются колебания в направлении оси, проходящей через центры исходных капель. Амплитуда и частота таких колебаний, а также длительность процесса слияния зависят от вязкости жидкости. Аналогичные расчеты для двух капель неньютоновой жидкости были выполнены в работе [24]. Сравнение результатов рис. 1 с данными работы [24] показывает, что качественно они согласуются. Однако количественное сравнение этих результатов невозможно ввиду того, что в данной работе рассматривается ньютонова жидкость, а в работе [24] – неньютонова в приближении сплошной среды.

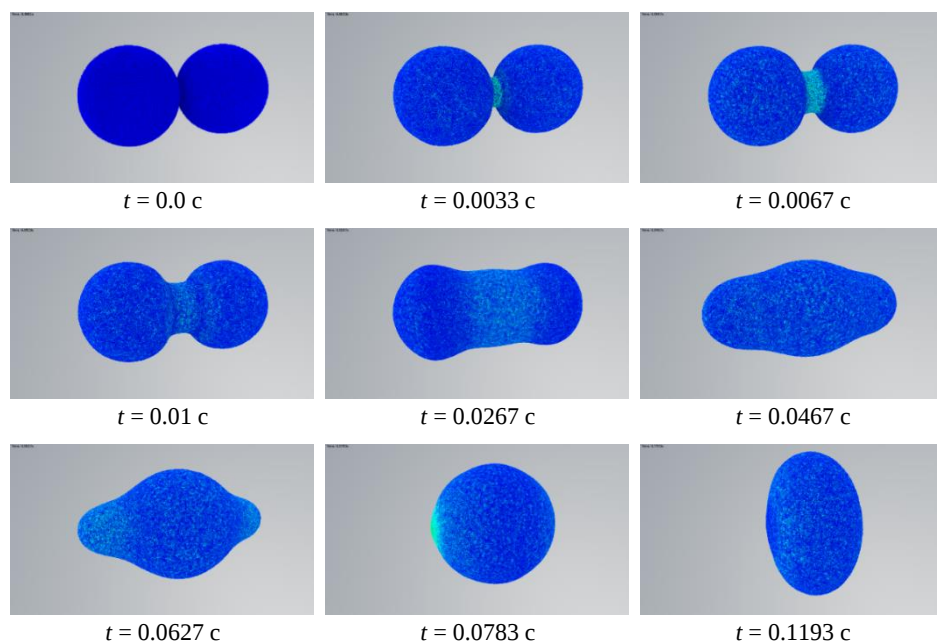


Рис. 1. Процесс слияния двух жидких капель диаметром 0.01 м
Fig. 1. Merging process for two liquid droplets with a diameter of 0.01 m

На рис. 2 показаны начальная конфигурация и эволюция формы в процессе агломерации трех жидких капель. Диаметр капель – 0.01 м., размер дискретных SPH-частиц – 0.00015 м, жидкость – вода. В данном случае наблюдается более сложная картина взаимодействия. На начальном этапе процесс изменения поверхности жидких частиц происходит аналогично процессу слияния двух жидких капель. Затем, с момента времени $t = 0.05$ с, центральная частица поглощается двумя крайними частицами с возникновением вектора скорости, направленного по диагонали относительно осей, проходящих через центры исходных капель. По мере объединения трех капель в одну колебательный процесс в жидкости приобретает хаотичный характер. Этот процесс сопровождается активным изменением формы свободной поверхности жидкости.

На рис. 3 представлены результаты численного моделирования агломерации 2 000 жидких капель одинакового начального диаметра 0.01 м. Размер расчетной области составлял $0.2 \times 0.2 \times 0.2$ м. Исходные капли случайным образом размещались в этом объеме. Часть частиц располагалась отдельно от других, а часть контактировала друг с другом. Для этого использовался алгоритм распределения из [17]. Размер частиц (в решателе SPH) составлял 0.00015 м. Свойства частиц аналогичны предыдущим расчетам.

Как показал анализ результатов моделирования, в общем случае процесс агломерации таких структур можно разделить на два этапа. На первом этапе происходит слияние жидких капель, имеющих в начальный момент времени точки контакта с другими каплями. В процессе слияния этих капель наблюдается образование протяженных жидких структур, в которых происходят колебания жидкости. Такие колебания создают новые точки контакта и включают в процесс агломера-

ции новые капли. На этом этапе важную роль играют нестационарные процессы, связанные с изменением формы жидких капель, которые в общем случае зависят от поверхностного натяжения, вязкости и плотности жидкости.

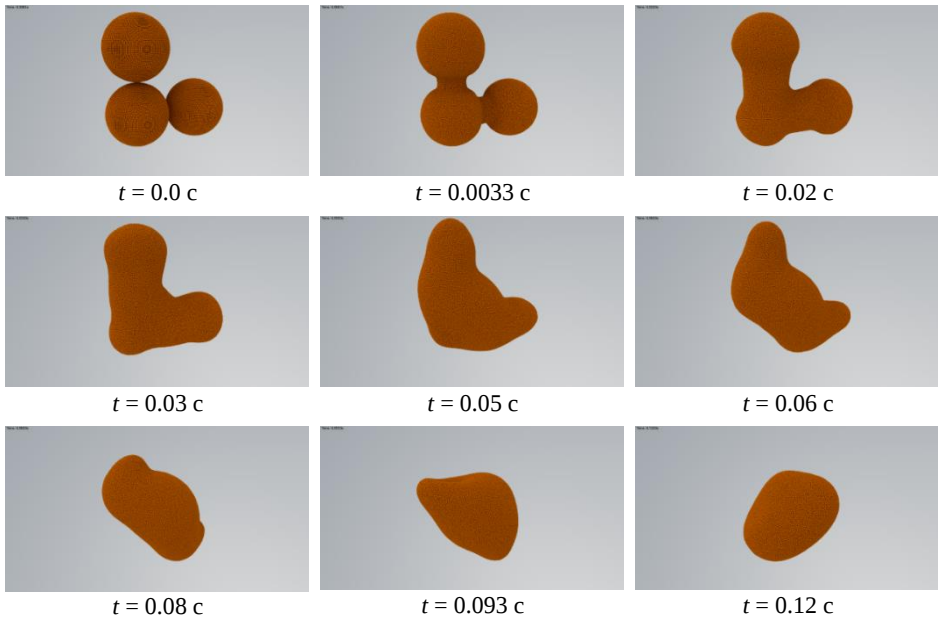


Рис. 2. Процесс слияния трех жидких капель диаметром 0.01 м
Fig. 2. Merging process for three liquid droplets with a diameter of 0.01 m

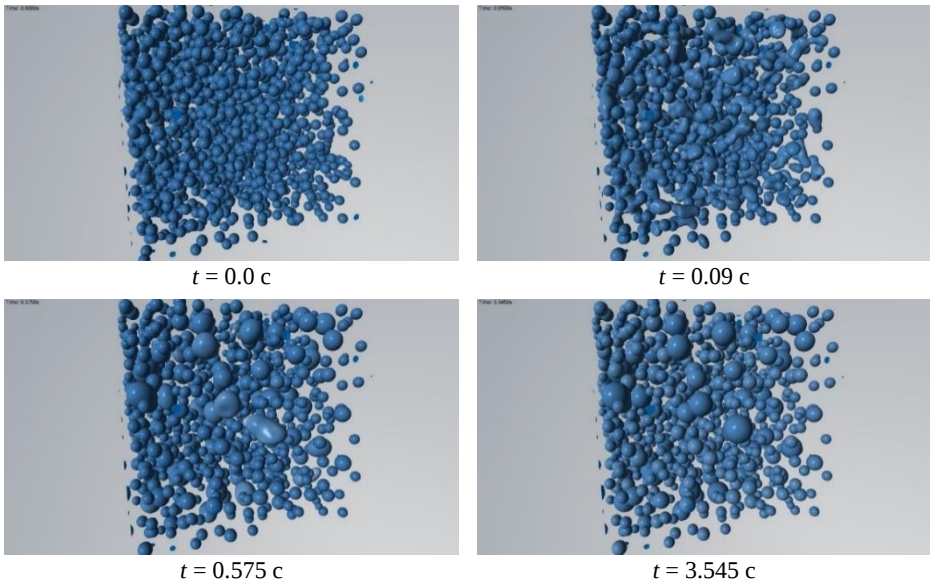


Рис. 3. Процесс слияния 2 000 жидких капель с начальным диаметром 0.01 м
Fig. 3. Merging process for 2000 liquid droplets with a diameter of 0.01 m

В дальнейшем происходит утончение перемычек, связывающих отдельные элементы жидкой структуры, их разрыв и образование новой системы капель – агломератов, которые не взаимодействуют друг с другом, а их поверхности совершают затухающие колебания, в результате которых капли приобретают сферическую форму.

После завершения расчетов был проведен анализ образовавшихся агломератов, определены их размеры и построена функция плотности распределения агломератов по размерам (рис. 4). На графиках рис. 4 также представлены результаты дополнительных расчетов с целью выяснения влияния свойств жидкости на спектр размеров образующихся агломератов для разных жидкостей (с разными вязкостями, плотностями и коэффициентами поверхностного натяжения) при одинаковых размерах исходных частиц и одинаковой исходной структуре смеси. В частности, были проведены расчеты с жидкостями, базовые свойства которых соответствовали свойствам воды, но у которых изменялся только параметр вязкости в сторону увеличения в 10 и в 100 раз, а также с расплавом алюминия при температурах 800°C и 1 000°C. Определялись две функции распределения – числовая и массовая. Числовая функция распределения вычислялась по формуле

$$f_N = \frac{\Delta N(D, D + \Delta D)}{N_{\Sigma} \Delta D},$$

а массовая – по формуле

$$f_N = \frac{\sum_{D < D_i < D + \Delta D} D_i^3}{\Delta D \sum_{D_i=0}^{\infty} D_i^3},$$

где $\Delta N(D, D + \Delta D)$ – число частиц (агломератов), имеющих диаметр в диапазоне $[D, D + \Delta D)$; ΔD – шаг по диаметру, который выбирался, как $\Delta D = (D_{max} - D_{min})/M$; D_{max} и D_{min} – максимальный и минимальный диаметры частиц соответственно, полученные в данном расчете; M – число отрезков, на которые разбивается весь диапазон диаметров (параметр дискретизации, обычно $M = 10 \dots 20$); N_{Σ} – общее число полученных частиц (агломератов); D_i – диаметр i -й частицы (агломерата).

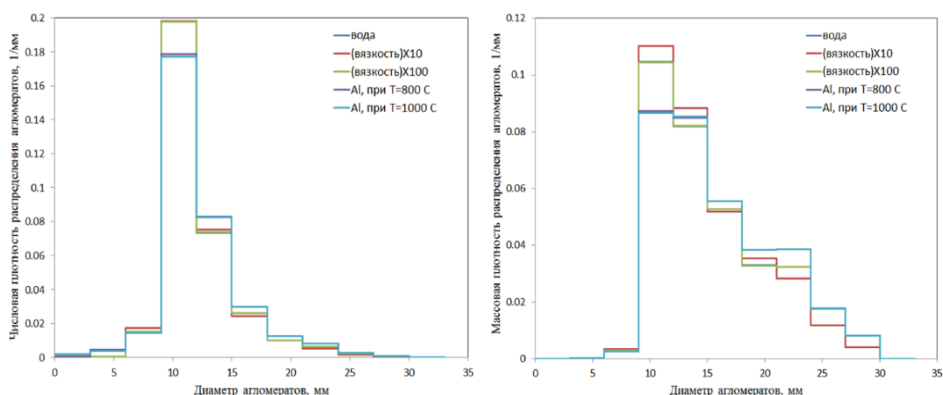


Рис. 4. Функции плотности распределения по размерам агломератов, образующихся при слиянии системы одинаковых капель, случайно распределенных в пространстве с объемной концентрацией 13%

Fig. 4. Density functions of the size distribution of agglomerates forming by merging of a system of similar droplets randomly distributed in the space with a volume concentration of 13%

Из рис. 4 видно, что образующиеся агломераты имеют широкий спектр размеров, несмотря на то что все исходные частицы в смеси имели одинаковый начальный размер. Таким образом, в процессе агломерации происходит случайное слияние различного числа исходных капель, которое определяется структурой исходной смеси, т.е. случайным взаимным расположением исходных капель в пространстве. Таким образом, утверждение о том, что агломерация алюминия при горении ВЭК происходит внутри некоторых «карманов», образованных частицами ПХА, оказывается неверным: агломерация и формирование широкого спектра размеров агломератов происходит даже при отсутствии частиц ПХА, т.е. при отсутствии «карманов». Добавление частиц ПХА в исходную смесь приведет к изменению ее структуры, а значит, к изменению количества контактирующих частиц, что может дополнительно повлиять на спектр размеров образующихся агломератов. Как видно из рис. 4, для всех рассмотренных вариантов качественный вид функции распределения агломератов по размерам не отличается, а количественные отличия незначительны. Это свидетельствует, что вид жидкости (ее плотность, вязкость и поверхностное натяжение) слабо влияет на спектр размеров образующихся агломератов, но существенно – на продолжительность процесса формирования агломератов.

На следующем этапе исследований моделирование образования агломератов проводилось с учетом начального распределения жидких частиц алюминия по методике [17], в которой моделировалась структура ВЭК: задавались содержание в ВЭК алюминия и ПХА и распределение их частиц по размерам, а затем проводилось размещение частиц алюминия и ПХА в заданной области пространства. Полученные координаты распределения частиц алюминия использовались в качестве начального распределения при расчете образования агломератов. Далее приведены результаты расчетов агломерации для ВЭК, построенной по модели [17], в которой использовались монодисперсные порошки алюминия и ПХА.

На рис. 5 показаны начальное распределение частиц алюминия в объеме ВЭК и процесс агломерации жидких частиц алюминия диаметром $d_{Al} = 30$ мкм. На основании предварительного расчета расположения частиц алюминия по модели [17] частицы ПХА имели размеры $d_{ПХА} = 150$ мкм, объемная доля частиц ПХА в ВЭК составляла 58%, а объемная доля частиц алюминия – 12%. Размер расчетной области составлял $750 \times 750 \times 750$ мкм. Расчеты проведены для расплава алюминия при температуре 800 К (поверхностное натяжение среды алюминий–воздух – 0.85 Н/м, вязкость – 0.002 Па·с, плотность – 2 700 кг/м³). По результатам расчетов определялась функция плотности распределения по размерам образовавшихся агломератов. Для варианта расчета, показанного на рис. 5, функция плотности распределения по размерам образовавшихся агломератов приведена на рис. 6.

Для сравнения на рис. 7 показаны начальное распределение и процесс агломерации жидких частиц алюминия для монодисперсных порошков алюминия и ПХА в ВЭК при $d_{Al} = 30$ мкм, $d_{ПХА} = 100$ мкм и тех же объемных долях порошков в ВЭК. В данном случае размер расчетной области составлял $700 \times 700 \times 700$ мкм. Соответствующие числовая и массовая функции плотности распределения по размерам образовавшихся агломератов приведены на рис. 8.

Сравнение рис. 4, 6 и 8 показывает, что при той же объемной доле порошкообразного алюминия наличие частиц ПХА принципиально изменяет функцию плотности распределения по размерам образующихся агломератов.

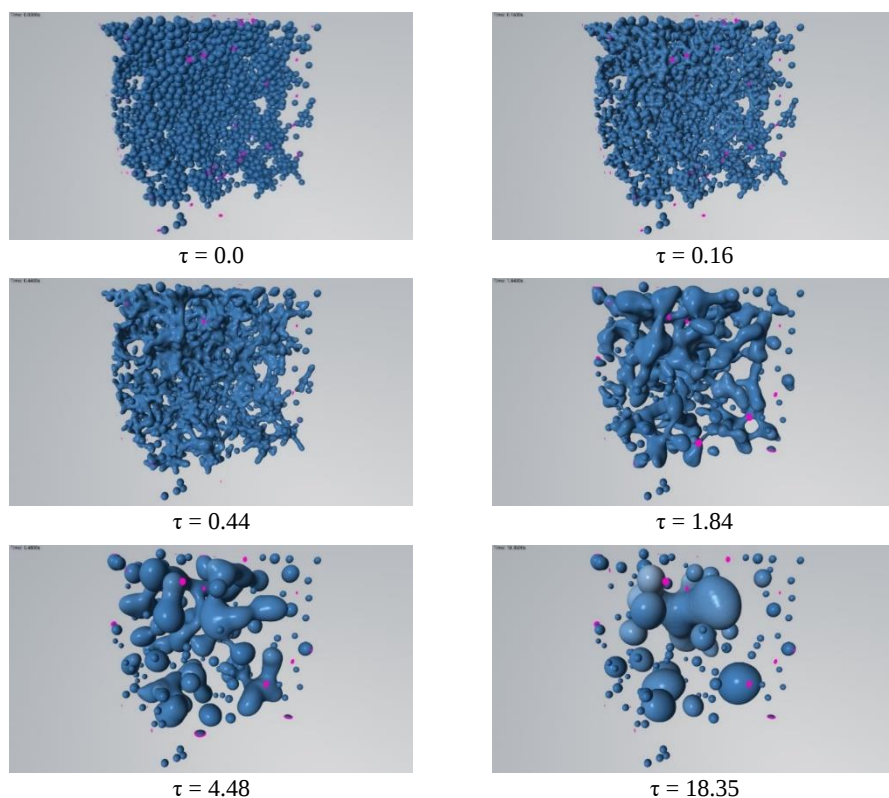


Рис. 5. Процесс слияния жидких капель алюминия на поверхности горения ВЭК, время обезразмерено

Fig. 5. Merging process for liquid droplets of aluminum on the surface of high-energy composition burning, the time is nondimensionalized

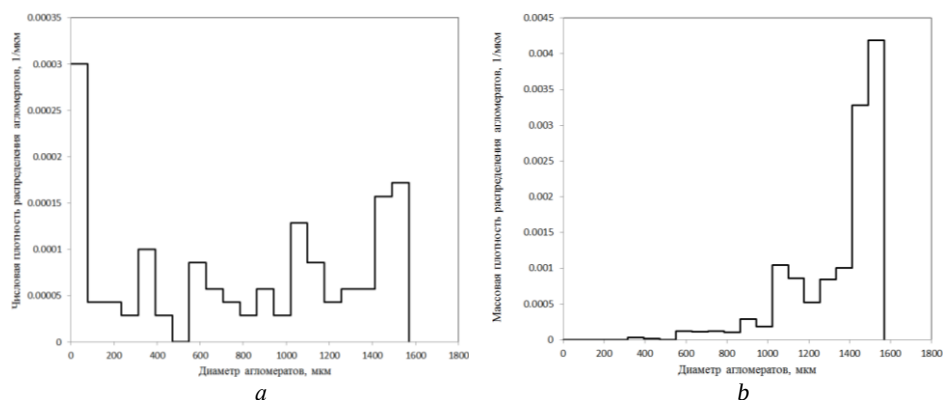


Рис. 6. Функции плотности распределения по размерам агломератов, образующихся на поверхности горения ВЭК: *a* – числовая функция плотности распределения, *b* – массовая функция плотности распределения

Fig. 6. Density functions of the size distribution of agglomerates forming on the surface of high-energy composition burning; (a) numerical density function and (b) mass density function

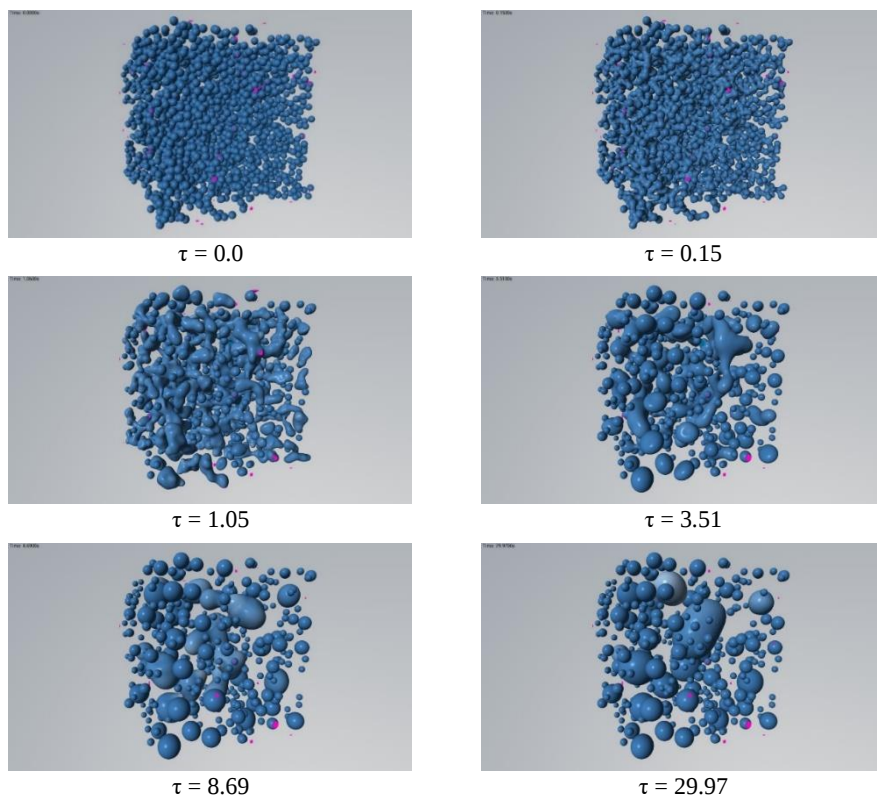


Рис. 7. Процесс слияния жидких капель алюминия на поверхности горения ВЭК, время обезразмерено

Fig. 7. Merging process for liquid droplets of aluminum on the surface of high-energy composition burning, the time is nondimensionalized

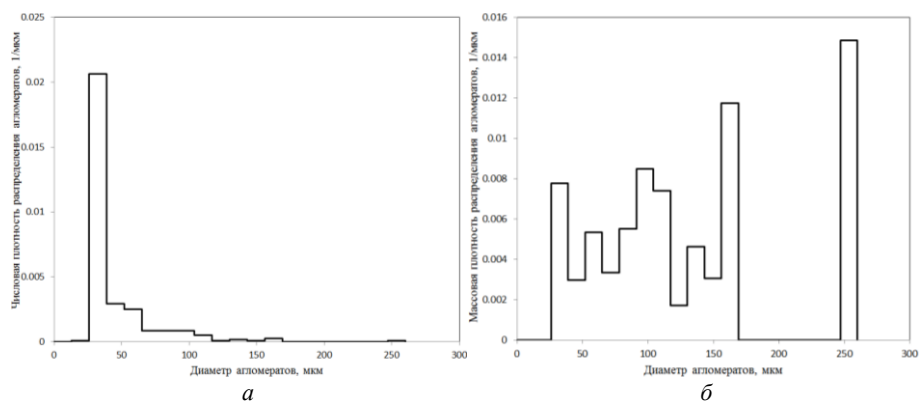


Рис. 8. Функции плотности распределения по размерам агломератов, образующихся на поверхности горения ВЭК, *a* – числовая функция плотности распределения, *b* – массовая функция плотности распределения

Fig. 8. Density functions of the size distribution of agglomerates forming on the surface of high-energy composition burning; (*a*) numerical density function and (*b*) mass density function

Более того, как следует из рис. 6 и 8, изменение размеров частиц ПХА в ВЭК также приводит к существенному изменению распределения агломератов по размерам, а следовательно, и к изменению среднемассового размера агломератов. Так, среднемассовые размеры агломератов, рассчитанные по функциям распределения составляют $D_{43} = 1\,350$ мкм для $d_{\text{ПХА}} = 150$ мкм и $D_{43} = 130$ мкм для $d_{\text{ПХА}} = 100$ мкм. Отметим, что в данной работе не учитывались отрывающие аэродинамические силы, действующие на агломераты, находящиеся на поверхности горения ВЭК, со стороны оттекающих газообразных продуктов горения ВЭК, которые уносят крупные агломераты быстрее, чем мелкие, и тем самым ограничивают рост агломератов. Поэтому с учетом отрывающей аэродинамической силы размеры отрывающихся от поверхности горения агломератов будут меньше, чем приведенные выше, особенно для первого варианта, что несколько уменьшит разницу между рассмотренными вариантами расчета.

Заключение

В настоящей работе впервые выполнено численное моделирование процесса формирования агломератов в системе, состоящей из большого числа контактирующих жидких частиц (капель). Предложена методика моделирования слияния жидких капель в процессе агломерации. Методика основана на использовании метода сглаженных частиц (SPH). Представлены критерии подобия задачи. Проведено численное моделирования процессов слияния 2, 3 и 2 000 сферических капель, а также агломерации частиц алюминия. Получены функции распределения агломератов по размерам. Показано, что процесс агломерации крупных структур состоит из двух этапов. На первом этапе происходит слияние жидких капель, имеющих в начальный момент времени точки контакта с другими каплями. На втором этапе важную роль играют нестационарные процессы, описывающие динамику изменения свободной поверхности, которые в общем случае зависят от поверхностного натяжения, вязкости и плотности жидкости.

Отметим, что предложенная модель является неким промежуточным вариантом между геометрическими моделями (моделью карманов) и методом прямого численного моделирования агломерации [14, 15]. Рассмотренная модель учитывает структуру ВЭК в качестве определения начального распределения расплавленных частиц алюминия. Течение расплавленных контактирующих частиц под действием сил поверхностного натяжения в ней рассматривается в динамике, что приводит к формированию широкого спектра размеров образующихся агломератов. Однако данная модель не учитывает отрывающие аэродинамические силы, что может приводить к некоторому завышению среднемассовых размеров агломератов по сравнению с реальными. Этот вопрос предполагается рассмотреть в дальнейших работах.

Список источников

1. Григорьев В.Г., Зарко В.Е., Куценогий К.П. Экспериментальное исследование агломерации частиц алюминия при горении конденсированных систем // Физика горения и взрыва. 1981. Т. 17, № 3. С.3–10.
2. Готов О.Г., Зырянов В.Я. Конденсированные продукты горения алюминизированных топлив. I. Методика исследования эволюции частиц дисперсной фазы // Физика горения и взрыва. 1995. Т. 31, № 1. С. 74–80.

3. Babuk V.A., Vasilyev V.A., Malakhov M.S. Condensed combustion products at the burning surface of aluminized solid propellant // *Journal of Propulsion and Power*. 1999. V. 15 (6). P. 783–793. doi: 10.2514/2.5497
4. Глотов О.Г. Конденсированные продукты горения алюминизированных топлив. IV. Влияние природы нитраминов на агломерацию и эффективность горения алюминия // *Физика горения и взрыва*. 2006. Т. 42, № 4. С. 78–92.
5. Бабук В.А. Свойства поверхностного слоя и закономерности горения металлизированных твердых топлив // *Физика горения и взрыва*. 2009. Т. 45, № 4. С. 156–165.
6. DeLuca L., Marchesi E., Spreafico M., Reina A., Maggi F., Rossetini L., ... & Kosowski B.M. Aggregation versus agglomeration in metallized solid rocket propellants // *International Journal of Energetic Materials and Chemical Propulsion*. 2010. V. 9 (1). P. 91–105. doi: 10.1615/IntJEnergeticMaterialsChemProp.v9.i1.60
7. Maggi F., Bandera A., De Luca L.T., Thoorens V., Trubert J.F., Jackson T.L. Agglomeration in solid rocket propellants: novel experimental and modeling methods // *Progress in propulsion Physics*. 2011. № 2. P. 81–98. doi: 10.1051/eucass/201102081
8. Григорьев В.Г., Зарко В.Е., Куценогий К.П. Модель агломерации алюминия при горении смесевых композиций // *Физика горения и взрыва*. 1981. Т. 17, № 4. С. 9–17.
9. Cohen N.S. A Pocket model for aluminum agglomeration in composite propellants // *AIAA Journal*. 1983. V. 21 (5). P. 720–725. doi: 10.2514/3.8139
10. Gallier S., Yiao M. Aluminum agglomeration model calibration with improved experimental data // *Journal of Propulsion and Power*. 2013. V. 29 (5). P. 1252–1255. doi: 10.2514/1.B34738
11. Maggi F., DeLuca L.T., Bandera A. Pocket model for aluminum agglomeration based on propellant microstructure // *AIAA Journal*. 2015. V. 53 (11). P. 3395–3403. doi: 10.2514/1.J053992
12. Глотов О.Г., Сорокин И.В., Черемисин А.А. Карманная модель агломерации алюминия с тетраэдрической ячейкой для смесевых топлив // *Физика горения и взрыва*. 2023. Т. 59, № 6. С. 91–97. doi: 10.15372/FGV2022.9258
13. Рашковский С.А. Статистическое моделирование агломерации алюминия при горении гетерогенных конденсированных смесей // *Физика горения и взрыва*. 2005. Т. 41, № 2. С. 62–74.
14. Rashkovskiy S.A. Direct Numerical Simulation of Boron Particle Agglomeration in Combustion of Boron-Containing Solid Propellants // *Combustion Science and Technology*. 2017. V. 189 (8). P. 1277–1293. doi: 10.1080/00102202.2017.1294586
15. Rashkovskiy S.A. Direct numerical simulation of nano and conventional aluminum agglomeration in composite solid propellant combustion // *International Journal of Energetic Materials and Chemical Propulsion*. 2009. V. 8 (1). P. 1–17. doi: 10.1615/IntJEnergeticMaterialsChemProp.v8.i1.10
16. Jackson T.L., Buckmaster J. Heterogeneous propellant combustion // *AIAA Journal*. 2002. V. 40 (6). P. 1122–1130. doi: 10.2514/2.1761
17. Рашковский С.А. Структура гетерогенных конденсированных смесей // *Физика горения и взрыва*. 1999. Т. 35, № 5. С. 65–74.
18. Koschier D. et al. Smoothed particle hydrodynamics techniques for the physics based simulation of fluids and solids // *Eurographics. Tutorial*, 2019. 41 p.
19. Monaghan J., Thompson M., Hourigan K. Simulation of free surface flows with SPH // *J. of Comput. Phys*. 1994. V. 110. P. 399–406. doi: 10.1006/jcph.1994.1034
20. Solenthaler B., Pajarola R. Predictive-corrective incompressible SPH // *ACM Transactions on Graphics*. 2009. V. 28 (3). P. 1–6. doi: 10.1145/1531326.1531346
21. Peer A., Ihmsen M., Cornelis J., Teschner M. An Implicit Viscosity Formulation for SPH Fluids // *ACM Transactions on Graphics*. 2015. V. 34 (4). P. 1–10. doi: 10.1145/2766925
22. Becker M., Teschner M. Weakly compressible SPH for free surface flows // *ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation*. 2007. P. 1–8, 18, 25, 26, 37.
23. PreonLab 4.2.4. Manual // *FIFTY2 Technology GmbH*. August, 2020. 179 p.

24. Bazesefidpar K., Brandt L., Tammisola O. Numerical simulation of the coalescence-induced polymeric droplet jumping on superhydrophobic surfaces // *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 2022. V. 307. Art. 104872. doi: 10.1016/j.jnnfm.2022.104872

References

1. Grigor'ev V.G., Zarko V.E., Kutsenogii K.P. (1981) Experimental investigation of the agglomeration of aluminum particles in burning condensed systems. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 17. pp. 245–251. DOI: 10.1007/BF00751292.
2. Glotov O.G., Zyryanov V.Y. (1995) Condensed combustion products of aluminized propellants. 1. A technique for investigating the evolution of disperse-phase particles. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 31. pp. 72–78. DOI: 10.1007/BF00755960.
3. Babuk V.A., Vasilyev V.A., Malakhov M.S. (1999) Condensed combustion products at the burning surface of aluminized solid propellant. *Journal of Propulsion and Power*. 15(6). pp.783–793. DOI: 10.2514/2.5497.
4. Glotov O.G. (2006) Condensed combustion products of aluminized propellants. IV. Effect of the nature of nitramines on aluminum agglomeration and combustion efficiency. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 42. pp.436–449. DOI: 10.1007/s10573-006-0073-z.
5. Babuk V.A. (2009) Properties of the surface layer and combustion behavior of metallized solid propellants. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 45. pp.486–494. DOI: 10.1007/s10573-009-0059-8.
6. DeLuca L., Marchesi E., Spreafico M., Reina A., Maggi F., Rossetini L., ... Kosowski B.M. (2010) Aggregation versus agglomeration in metallized solid rocket propellants. *International Journal of Energetic Materials and Chemical Propulsion*. 9(1). pp. 91–105. DOI: 10.1615/IntJEnergeticMaterialsChemProp.v9.i1.60.
7. Maggi F., Bandera A., De Luca L.T., Thoorens V., Trubert, J.F., Jackson T.L. (2011) Agglomeration in solid rocket propellants: novel experimental and modeling methods. *Progress in Propulsion Physics*. 2. pp.81–98. DOI: 10.1051/eucass/201102081.
8. Grigor'ev V.G., Kutsenogii K.P., Zarko V.E. (1981) Model of aluminum agglomeration during the combustion of a composite propellant. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 17. pp. 356–363. DOI: 10.1007/BF00761200.
9. Cohen N.S. (1983) A pocket model for aluminum agglomeration in composite propellants. *AIAA Journal*. 21(5). pp.720–725. DOI: 10.2514/3.8139.
10. Gallier S., Yiao M. (2013) Aluminum agglomeration model calibration with improved experimental data. *Journal of Propulsion and Power*. 29(5). pp. 1252–1255. DOI: 10.2514/1.B34738.
11. Maggi F., DeLuca L.T., Bandera A. (2015) Pocket model for aluminum agglomeration based on propellant microstructure. *AIAA Journal*. 53(11). pp. 3395–3403. DOI: 10.2514/1.J053992.
12. Glotov O.G., Sorokin I.V. & Cheremisin A.A. (2023) Pocket model with a tetrahedral cell for aluminum agglomeration in composite propellants. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 59. pp.752–758. DOI: 10.1134/S0010508223060114.
13. Rashkovskii S.A. (2005) Statistical simulation of aluminum agglomeration during combustion of heterogeneous condensed mixtures. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 41. pp. 174–184. DOI: 10.1007/s10573-005-0020-4.
14. Rashkovskiy S.A. (2017) Direct numerical simulation of boron particle agglomeration in combustion of boron-containing solid propellants. *Combustion Science and Technology*. 189(8). pp.1277–1293. DOI: 10.1080/00102202.2017.1294586.
15. Rashkovskiy S.A. (2009) Direct numerical simulation of nano and conventional aluminum agglomeration in composite solid propellant combustion. *International Journal of Energetic Materials and Chemical Propulsion*. 8(1). pp.1–17. DOI: 10.1615/IntJEnergeticMaterialsChemProp.v8.i1.10.
16. Jackson T.L., Buckmaster J. (2002) Heterogeneous propellant combustion. *AIAA Journal*. 40(6). pp. 1122–1130. DOI: 10.2514/2.1761.

17. Rashkovskii S.A. (1999) Structure of heterogeneous condensed mixtures. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 35. pp. 523–531. DOI: 10.1007/BF02674497.
18. Koschier D. et al. (2019) Smoothed particle hydrodynamics techniques for the physics based simulation of fluids and solids. *Eurographics*. Tutorial. p. 41
19. Monaghan J., Thompson M., Hourigan K. (1994) Simulation of free surface flows with SPH. *The Journal of Computational Physics*. 110. pp. 399–406. DOI: 10.1006/jcph.1994.1034.
20. Solenthaler B., Pajarola R. (2009) Predictive-corrective incompressible SPH. *ACM Transactions on Graphics*. 28(3). pp.1–6. DOI: 10.1145/1531326.1531346.
21. Peer A., Ihmsen M., Cornelis J., Teschner M. (2015) An Implicit Viscosity Formulation for SPH Fluids. *ACM Transactions on Graphics*. 34(4). pp.1–10. DOI: 10.1145/2766925
22. Becker M., Teschner M. (2007) Weakly compressible SPH for free surface flows. *ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation*. pp. 1–8, 18, 25, 26, 37.
23. PreonLab 4.2.4. Manual // *FIFTY2 Technology GmbH*. August, 2020.
24. Bazesefidpar K., Brandt L., Tammisola O. (2022) Numerical simulation of the coalescence-induced polymeric droplet jumping on superhydrophobic surfaces. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 307. pp. 104872. DOI: 10.1016/j.jnnfm.2022.104872.

Сведения об авторах:

Рашковский Сергей Александрович – главный научный сотрудник лаборатории термодинамики и горения Института проблем механики им А.Ю. Ишлинского РАН (Москва, Россия), ведущий научный сотрудник лаборатории проектирования рабочих элементов ракетно-космической техники Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: rash@ipmnet.ru

Костюшин Кирилл Владимирович – младший научный сотрудник лаборатории 101 Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: kostushink@niipmm.tsu.ru

Жильцов Константин Николаевич – научный сотрудник лаборатории 101 Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: konstantin@niipmm.tsu.ru

Еремин Иван Владимирович – кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией 101 Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: iveremin@niipmm.tsu.ru

Information about the authors:

Rashkovskiy Sergei A. (Doctor of Physics and Mathematics, Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russian Federation; Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: rash@ipmnet.ru

Kostyushin Kirill V. (Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: kostushink@niipmm.tsu.ru

Zhiltsov Konstantin N. (Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: Konstantin@niipmm.tsu.ru

Eremin Ivan V. (Candidate of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: iveremin@niipmm.tsu.ru

Статья поступила в редакцию 07.12.2023; принята к публикации 09.12.2024

The article was submitted 07.12.2023; accepted for publication 09.12.2024