

Научная статья

УДК 532.5-1/-9

doi: 10.17223/19988621/91/11

Новый подход к моделированию развития трещин автоГРП

Константин Михайлович Фёдоров¹,
Александр Павлович Шевелёв², Александр Янович Гильманов³,
Алексей Александрович Изотов⁴,
Александр Вячеславович Кобяшев⁵

^{1, 2, 3} Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия

^{4, 5} ООО «Тюменский нефтяной научный центр», Тюмень, Россия

¹ k.m.fedorov@utmn.ru

² a.p.shevelev@utmn.ru

³ a.y.gilmanov@utmn.ru

⁴ aaizotov@tnc.rosneft.ru

⁵ avkobyashev@tnc.rosneft.ru

Аннотация. Предложен новый подход к моделированию развития трещин автогидро разрыва пласта. В рамках квазистационарной математической модели роста трещины автогидро разрыва пласта выделяются область, где происходит оседание дисперсных частиц, и область, в которой происходит рост трещины с запаздывающим движением фронта суспензии. Математическая постановка задачи основана на системе уравнений механики многофазных сред. Решение полученной интегродифференциальной системы уравнений проведено аналитически. Показано влияние параметров породы и флюида на рост трещины автогидро разрыва пласта.

Ключевые слова: рост трещины автоГРП, закон сохранения массы, концентрация частиц, интегральное гидравлическое сопротивление, модель глубокого проникновения частиц, коэффициент повреждения породы

Для цитирования: Фёдоров К.М., Шевелёв А.П., Гильманов А.Я., Изотов А.А., Кобяшев А.В. Новый подход к моделированию развития трещин автоГРП // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2024. № 91. С. 125–140. doi: 10.17223/19988621/91/11

A NEW APPROACH FOR MODELING THE DEVELOPMENT OF INJECTION-INDUCED HYDRAULIC FRACTURES

Konstantin M. Fyodorov¹, Aleksandr P. Shevelev²,
Aleksandr Ya. Gil'manov³, Aleksey A. Izotov⁴, Aleksandr V. Kobyashev⁵

^{1, 2, 3} University of Tyumen, Tyumen, Russian Federation

^{4, 5} Tyumen Petroleum Research Center, Tyumen, Russian Federation

¹ k.m.fedorov@utmn.ru

² a.p.shevelev@utmn.ru

³ a.y.gilmanov@utmn.ru

⁴ aaizotov@tnc.rosneft.ru

⁵ avkobyashev@tnc.rosneft.ru

Abstract. A new approach for modeling the development of injection-induced hydraulic fractures is proposed in this paper. The fracture is assumed to be elliptical in the cross-section. The initial fracture length is determined by the mass conservation law and Darcy's law. A quasi-stationary mathematical model of injection-induced hydraulic fracture growth is based on the specification of two characteristic areas of the fracture: in the first, the dispersed particles settle down near the boundaries of the developed fracture; in the second, the fracture expands with the retarded motion of the suspension front. The mathematical formulation of the problem includes the law of conservation of phase mass, Darcy's law, and the equation for the integral hydraulic resistance. Boundary conditions correspond to the injection of water with dispersed particles through the well into the fracture. The resulting integro-differential system of equations is solved analytically. The effect of the reservoir and fluid parameters on the growth of injection-induced hydraulic fracture is shown. The fracture growth decelerates over time. The increased rock-damage factor leads to faster fracture growth.

Keywords: fracture growth, mass conservation law, particle concentration, integral hydraulic resistance, model of deep bed penetration of particles, rock damage factor

For citation: Fyodorov, K.M., Shevelyov, A.P., Gil'manov, A.Ya., Izotov, A.A., Kobyashev, A.V. (2024) A new approach for modeling the development of injection-induced hydraulic fractures. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 91. pp. 125–140. doi: 10.17223/19988621/91/11

Введение

При заводнении нефтяных месторождений в центральной части, как правило, осуществляется компенсация отбора жидкости закачкой в пласт воды [1, 2]. Увеличение темпов закачки воды приводит к росту давления вблизи нагнетательной скважины. В результате этого давление нагнетания может превысить максимальное давление, которое выдерживает порода [3, 4], что приводит к образованию трещин автогидроразрыва пласта, или автоГРП [5, 6]. Вместе с закачкой техниче-

ской воды в пласт поступают дисперсные частицы, что приводит к ухудшению фильтрационно-емкостных свойств пласта вблизи трещины [7, 8]. При постоянном расходе закачиваемой воды засорение зоны вблизи трещины ведет к росту давления в трещине и увеличению ее размеров [3, 9] до тех пор, пока не произойдет компенсация закачки оттоком воды через боковые стенки трещины. Неконтролируемый рост трещины может вызвать образование высокопроводящего канала между нагнетательной и добывающими скважинами, что приведет к росту доли воды в добываемой продукции [10]. Прогнозирование развития трещины автоГРП позволяет определить время для начала мероприятий, направленных на ограничение ее размеров и роста [2, 11].

Распространенным подходом к моделированию и прогнозированию развития трещин гидроразрыва пласта является использование одномерных моделей [12, 13]. Среди одномерных моделей развития техногенной трещины выделяется две модели, различных по геометрии вертикального сечения техногенной трещины и геомеханическим соотношениям. В первой предполагается, что это сечение является прямоугольным, а геомеханические напряжения на стенке трещины рассматриваются в латеральной плоскости развития трещины. Такая модель называется KGD (модель Христиановича–Гирстмы–Де Клерка (Khristianovich–Geertsma–De Klerk)) [14, 15]. В другой модели вертикальное сечение трещины считается эллиптическим, а геомеханические напряжения рассматриваются в вертикальной плоскости. Такая модель называется PKN (модель Перкинса–Керна–Нордгрена (Perkins–Kern–Nordgren)) [16–18]. Обе модели основаны на законах сохранения массы и импульса, а также геомеханических соотношениях между шириной трещины и давлением в ней. Хотя более сложные гибридные [19] и многомерные модели [20–22] позволяют проводить точные расчеты, для экспресс-оценок при оперативном принятии решений необходимо использовать одномерные модели. Описанные одномерные модели не учитывают рост трещины автоГРП, вызванный падением оттока из трещины из-за оседания дисперсных частиц вблизи границы трещины, и соответствующее нарушение баланса притока жидкости в трещину и оттока из нее. Этот эффект учитывается в настоящей работе впервые. Механизм оседания дисперсных частиц отличен от законов переноса проппанта и требует разработки принципиально новой математической модели.

Анализ процесса развития трещины в рамках одномерных моделей показал, что рост трещины происходит на масштабах времен минут и часов. В то же время процесс загрязнения зоны вблизи трещины автоГРП суспензией, переносимой вместе с закачиваемой водой, происходит на значительно больших масштабах времен. То есть снижение проницаемости зоны около трещины и соответствующий рост давления в трещине при постоянном расходе закачиваемой жидкости можно рассматривать в рамках квазистационарного режима. Таким образом, задача расщепляется на две составляющие: проникновение суспензии в пласт и снижение его проводимости, при этом в каждый момент времени реализуется стационарный режим работы трещины. В работе впервые предлагается квазистационарная модель развития трещины, рост которой обусловлен закачкой воды с дисперсными частицами в трещину. В отличие от существующих моделей, в этой модели процесс оседания дисперсных частиц в пористой среде вблизи границ трещины описывается в рамках приближения глубокого проникновения суспензии в пористую среду [23, 24].

**Определение квазистационарной длины трещины автоГРП
в нулевой момент времени**

Постановка задачи о стабилизации размеров трещины автоГРП является следующей. Пусть имеется пласт с абсолютной проницаемостью k , в который пробурена нагнетательная скважина для закачки воды с постоянным расходом $2Q_0$, где Q_0 – расход закачиваемой в половину трещины воды. Давление гидроразрыва пласта превышает горное давление вышележащих пород, при отсутствии экспериментальных и промысловых данных часто используется стандартная оценка минимальных напряжений по формуле Итона

$$P_f = P_r + \frac{\nu}{1-\nu}(P_m - P_r) + P_l,$$

где P_r – пластовое давление, ν – коэффициент Пуассона, P_m – горное давление, P_l – предел прочности породы на разрушение, P_f – давление гидроразрыва породы.

В силу предполагаемой симметрии трещины достаточно рассмотреть половину длины трещины l . Задача рассматривается в одномерном приближении с осью координат x , направленной вдоль трещины, начало координат расположено на забое нагнетательной скважины (рис. 1). Вертикальное сечение трещины считается эллиптическим, а горизонтальное подлжит определению, что соответствует геометрии модели PKN. Мощность трещины считается величиной, постоянной по всей ее длине. Пласт считается изотропным и состоящим из одного пропластка. Вводится допущение о линейности оттока жидкости в пласт, также не будут учитываться различные краевые эффекты в прискважинных зонах. При этом скорость фильтрации жидкости должна быть достаточно низкой, чтобы было возможно использовать закон Дарси для описания оттока жидкости в пласт. Оседание дисперсных частиц в пласте является «медленным» процессом по сравнению с формированием трещины автоГРП, поэтому на первом этапе этим оседанием пренебрегается. Вводится односкоростное приближение для потока жидкости и дисперсных частиц по трещине.

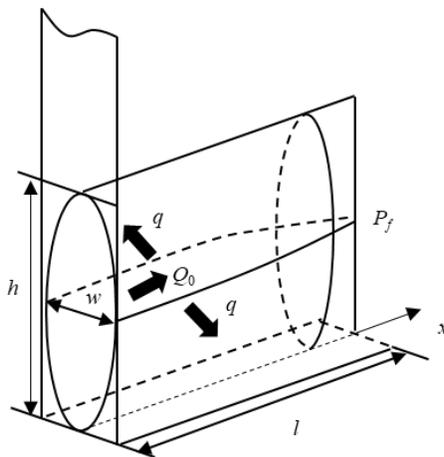


Рис. 1. Схема геометрии задачи с направлением потоков
Fig. 1. Schematic geometry of the problem with flow directions

Первоначальное состояние трещины описывается стационарным уравнением сохранения массы суспензии в трещине эллиптической формы с постоянной длиной. Это уравнение при условии $h \gg w$ (h – вертикальный размер трещины (считается, этот размер совпадает с мощностью продуктивного интервала), w – максимальная ширина трещины в поперечном движении жидкости направлении) имеет вид:

$$\frac{dQ}{dx} = -\frac{\pi h_e}{\sqrt{2}} q, \quad (1)$$

где Q – суммарный поток суспензии через одно крыло трещины, q – удельный отток суспензии из трещины через ее стенки, h_e – эффективная мощность пласта (за вычетом глинистых пропластков). Граничное условие для потока задается как постоянный расход Q_0 на входе в крыло трещины:

$$Q|_{x=0} = Q_0. \quad (2)$$

Для рассмотрения стационарного состояния трещины автоГРП зона возмущений давления в пласте ограничивается «контуром питания скважины». Для вертикальной скважины принимается, что на удалении L от трещины поддерживается пластовое давление P_r . Для расчета распределения давления необходима математическая модель, состоящая из закона сохранения массы в одномерном случае для дисперсных частиц и для несущей фазы в дифференциальной форме

$$\frac{\partial(hwC)}{\partial t} + \frac{\partial(hwCv)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial(hw(1-C))}{\partial t} + \frac{\partial(hw(1-C)v)}{\partial x} = -qh_e,$$

закона Пуазейля для скорости течения суспензии по трещине

$$v = -\frac{w^2}{16\mu} \frac{\partial P}{\partial x},$$

закона Дарси для оттока жидкости из трещины в пласт

$$q = \frac{kk_r(S_{or})}{\mu L} (P - P_r).$$

Здесь C – массовая концентрация частиц в потоке, v – скорость потока по трещине, $k_r(S_{or})$ – относительная фазовая проницаемость воды при остаточной нефтенасыщенности S_{or} , μ – вязкость закачиваемой суспензии в пластовых условиях, P – давление.

Граничные условия соответствуют заданному забойному P_w и пластовому P_r давлениям:

$$P(x=0) = P_w, \quad P(x=l) = P_r.$$

Рассмотрение задачи в «квазистационарном» состоянии, когда характерные времена загрязнения пласта значительно превышают время роста трещины автоГРП, позволяют считать, что поле давления вблизи трещины также имеет стационарный вид. Расчеты по традиционным моделям развития трещин показывают, что давление в трещине незначительно превышает давление гидроразрыва, в пределах 3–5%, поэтому давление в трещине примерно равно давлению гидроразрыва [25]. Это же подтверждается расчетом по вышеприведенной математической модели. Тогда отток жидкости из трещины автоГРП, согласно закону Дарси и сделанным допущениям, примет вид:

$$q = \frac{kk_r(S_{or})}{\mu L} (P_f - P_r). \quad (3)$$

С учетом квазистационарного приближения загрязнение призабойной зоны скважины и рост забойного давления до значения гидроразрыва приводят к формированию первого квазистационарного состояния – трещины автоГРП без загрязнения пласта вблизи ее стенок. Это квазистационарное состояние соответствует интегральному равенству потока суспензии, закачиваемой в пласт, и ее оттока через стенки трещины в незагрязненный пласт:

$$\int_0^{l_0} \frac{dQ}{dx} dx = - \int_0^{l_0} \frac{\pi h_e}{\sqrt{2}} q dx, \quad Q_0 = \frac{\pi h_e}{\sqrt{2}} \frac{kk_r(S_{or})}{\mu L} (P_f - P_r) l_0, \quad (4)$$

где l_0 – начальная длина трещины автоГРП в квазистационарном приближении. Значение l_0 определяет размеры первой зоны трещины.

Трещины автоГРП на практике являются нежелательным явлением, приводящим к преждевременному обводнению продукции добывающих скважин [26]. Для предотвращения их формирования необходимо контролировать расход закачиваемой воды. В этом случае предельный расход, при котором трещина автоГРП не формируется, может быть оценен по классической формуле Дюпюи как расход, при котором забойное давление не превосходит давления разрыва породы.

Квазистационарная модель роста трещины автоГРП

После «быстрого» формирования первой зоны трещины автоГРП в нулевой момент времени начинается «медленный» процесс фильтрации суспензии (потока воды и частиц малого размера, проникающих в пористую среду) в направлении, перпендикулярном развитию трещины. Процессы фильтрации суспензии и засорения пористой среды в рамках известной теории глубокого проникновения частиц (deep bed suspension penetration) рассмотрены в работах [7, 8, 23, 24]. Задача о распространении суспензии в перпендикулярном к трещине направлении рассматривается в одномерном приближении, когда распределение частиц в каждом сечении трещины меняется слабо и пренебрегается потоком суспензии в пласте в направлении оси x . Загрязнение пористой среды в приведенных исследованиях описывается функцией дополнительного гидравлического сопротивления $g(t, z)$ [7], где z – координата, перпендикулярная оси x , t – время. Интегральное гидравлическое сопротивление осевших в пористой среде частиц определяется интегралом

$$g_0(t) = \frac{1}{L} \int_0^L g(t, z) dz.$$

Соответственно, проницаемость пласта с учетом загрязнения будет равна $k^* = k/g_0(t)$. В первой области формирования исходной трещины автоГРП интегральное загрязнение пласта проходит однородно по времени и не зависит от координаты x в силу одинаковых начальных и граничных условий для оттока суспензии вдоль первой зоны трещины. Загрязнение, как отмечалось выше, приводит к росту давления закачки при постоянном расходе суспензии, поступающей в трещину, и дальнейшему росту длины трещины. Таким образом, будет происходить формирование второй зоны развития трещины автоГРП. В первой, ограниченной размером l_0 , загрязнение пласта зависит только от времени, во вто-

рой загрязнение будет зависеть от координаты x или от времени подхода конца трещины к этой же координате t_x . Схема развития трещины в этот период приведена на рис. 2. В этом случае закон сохранения массы суспензии сохранит вид (1) при том же граничном условии (2) на входе в первую зону.

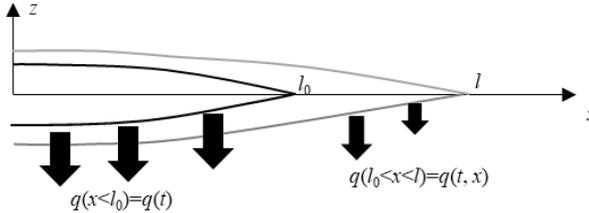


Рис. 2. Образование трещины автоГРП в первой области и ее развитие с образованием второй области

Fig. 2. Formation of an injection-induced hydraulic fracture in the first area and its development with the formation of the second area

Однако отток жидкости из трещины (3) будет учитывать наличие дополнительного гидравлического сопротивления в двух вышеописанных зонах развития трещины автоГРП:

$$q = \begin{cases} \frac{kk_r(S_{or})}{\mu L g_0(t)} (P_f - P_r), x \leq l_0, \\ \frac{kk_r(S_{or})}{\mu L g_0(t - t_x)} (P_f - P_r), x > l_0. \end{cases}$$

При этом функция t_x является обратной к искомой функции $l(t)$ во второй зоне $x > l_0$. Баланс массы суспензии в первой области будет иметь вид:

$$\int_0^{l_0} \frac{dQ}{dx} dx = Q_1(t) - Q_0 = -\frac{\pi h_e}{\sqrt{2}} \frac{kk_r(S_{or})}{\mu L} \frac{l_0}{g_0(t)} (P_f - P_r). \quad (5)$$

Из этого соотношения можно определить расход на входе во вторую область $Q_1(t)$, а также найти производную скорости развития квазистационарной трещины в начальный момент времени:

$$\left. \frac{dl}{dt} \right|_{t=0} = \frac{Q_0 \mu L \sqrt{2}}{\pi h_e kk_r(S_{or}) (P_f - P_r)} \frac{dg_0(t)}{dt}. \quad (6)$$

Во второй области интегральный баланс массы суспензии записывается в виде:

$$\int_{l_0}^l \frac{dQ}{dx} dx = -Q_1(t) = -\frac{\pi h_e}{\sqrt{2}} \frac{kk_r(S_{or})}{\mu L} (P_f - P_r) \int_{l_0}^l \frac{dx}{g_0(t - t_x)}. \quad (7)$$

При сложении формул (5) и (7) получается следующее выражение:

$$\int_0^{l_0} \frac{dQ}{dx} dx + \int_{l_0}^l \frac{dQ}{dx} dx = -\frac{\pi h_e}{\sqrt{2}} \frac{kk_r(S_{or})}{\mu L} (P_f - P_r) \left(\frac{l_0}{g_0(t)} + \int_{l_0}^l \frac{dx}{g_0(t - t_x)} \right).$$

С учетом условия равенства потока нулю на конце трещины:

$$\frac{Q_0 \mu L \sqrt{2}}{\pi h_e kk_r(S_{or}) (P_f - P_r)} = \frac{l_0}{g_0(t)} + \int_{l_0}^l \frac{dx}{g_0(t - t_x)}.$$

Результатом дифференцирования полученного выражения по l является дифференциальное уравнение для скорости роста трещины

$$0 = -\frac{l_0}{g_0^2(t)} \frac{dg_0(t)}{dt} \frac{dt}{dl} + 1, \quad (8)$$

в котором учтено, что $t_x(l) = t$. Для его решения необходимо определить динамику загрязнения пласта вблизи трещины $g_0(t)$. Начальным условием для этого уравнения является выражение $l(t=0) = l_0$.

Для определения дополнительного гидравлического сопротивления $g_0(t)$ необходимо решить задачу о фильтрации суспензии из трещины в пласт. Задача решается в рамках приближения глубокого проникновения в пласт суспензии (deep bed suspension penetration), учитывающего одинаковую скорость фаз. Основные уравнения этого приближения состоят из законов сохранения массы частиц в потоке, удержанных частиц и несущей фазы:

$$\frac{\partial(mC + \sigma)}{\partial t} + \frac{\partial(qC)}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial\sigma}{\partial t} = \lambda qC, \quad m \frac{\partial(1-C)}{\partial t} + \frac{\partial(q(1-C))}{\partial z} = 0, \quad (9)$$

где m – пористость, C – массовая концентрация частиц в потоке, λ – коэффициент фильтрации, σ – массовая концентрация удержанных частиц.

Обобщенный закон Дарси, учитывающий удерживание частиц в пористой среде, имеет вид:

$$q = \frac{kk_r(S_{or})}{\mu g(t, z)} \frac{\partial P}{\partial z}, \quad (10)$$

здесь P – давление в пористой среде, $g(t, z)$ – дополнительное гидравлическое сопротивление за счет удержанных частиц, которое имеет вид:

$$g(t, z) = 1 + \beta\sigma(t, z), \quad (11)$$

где β – коэффициент повреждения породы.

Модель проникновения частиц в пласт, или уравнения (9)–(11), решается относительно пяти неизвестных: C , σ , q , P , g . Первый порядок малости имеют величины C и σ по сравнению с остальными величинами.

При сложении уравнений в (9) можно получить выражение

$$\frac{\partial\sigma}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial z} = 0.$$

Поскольку концентрация частиц примеси мала, то можно пренебречь малым членом – производной массовой концентрации удержанных частиц по времени – по сравнению с большим – производной потока q по z , тогда из получившегося уравнения поток q не зависит от координаты z .

Далее для упрощения процедуры решения и уменьшения числа параметров, входящих в систему уравнений (9)–(11), вводятся безразмерные переменные

$$Z = \frac{z}{L}; \quad T = \frac{1}{mL} \int_0^t q dt; \quad \Lambda = \lambda L.$$

Начальные и граничные условия для представленной системы уравнений формулируются как задача Коши:

$$T = 0, Z > 0: \quad C = \sigma = 0; \quad T > 0, Z = 0: \quad C = C_0,$$

где C_0 – значение концентрации дисперсных частиц в закачиваемой смеси.

Решение задачи Коши для безразмерных уравнений методом характеристик подробно описано в [7] и имеет вид:

$$C = C_0 e^{-\lambda z}; \quad \sigma = m \Delta T C_0 e^{-\lambda z}; \quad g = 1 + \beta m \Delta T C_0 e^{-\lambda z}.$$

Отличие полученного решения заключается в том, что в [7] решение строится для постоянного расхода суспензии, поступающей в пласт, в приведенном решении в трещине поддерживается постоянное давление. Значение интегрального гидравлического сопротивления приводится с учетом полученных решений к виду:

$$g_0(t) = 1 + \frac{\beta C_0 k k_r (S_{or}) (1 - e^{-\lambda L}) (P_f - P_r)}{\mu L^2} \int_0^t \frac{dt}{g_0(t)}. \quad (12)$$

Начальное условие для интегрального гидравлического сопротивления осевших в пористой среде частиц очевидно:

$$g_0(t=0) = 1. \quad (13)$$

Дифференцирование уравнения (12) позволяет получить обыкновенное дифференциальное уравнение для определения функции $g_0(t)$, решение которого с учетом (13) имеет вид:

$$g_0(t) = \sqrt{1 + \frac{2\beta C_0 k k_r (S_{or}) (1 - e^{-\lambda L}) (P_f - P_r)}{\mu L^2} t}.$$

С учетом полученного решения для интегрального гидравлического сопротивления можно аналитически разрешить уравнение (8). Согласно этому решению зависимость длины трещины от времени имеет вид:

$$l = l_0 \left[2 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2\beta C_0 k k_r (S_{or}) (1 - e^{-\lambda L}) (P_f - P_r)}{\mu L^2} t}} \right]. \quad (14)$$

Анализ результатов дифференцирования выражения (14) в момент времени $t = 0$ приводит к эквивалентному (6) выражению, что свидетельствует о корректности проведенных преобразований.

Расчет динамики роста трещины автоГРП

Рассматривается модельный пласт со следующими параметрами породы и закачиваемого флюида: $\beta = 400$, $C_0 = 0.01$, $\lambda = 10 \text{ м}^{-1}$, $L = 250 \text{ м}$, $k = 20 \text{ мД}$, $\mu = 1 \text{ мПа}\cdot\text{с}$, $Q_0 = 0.001 \text{ м}^3/\text{с}$, $P_r = 30 \text{ МПа}$, $h_e = 20 \text{ м}$, $k_r(S_{or}) = 0.2$, $\nu = 0.2$, $P_m = 70 \text{ МПа}$, $P_l = 5 \text{ МПа}$. При указанных параметрах по формуле (14) рассчитана динамика увеличения длины трещины автоГРП, приведенная на рис. 3. Начальный размер трещины при заданных параметрах составляет 94 м. В соответствии с моделью РКН данное значение достигается за время порядка 1 ч. При этом процесс квазистационарного роста трещины за счет загрязнения дисперсными частицами зоны вблизи границ трещины продолжается несколько лет (см. рис. 3). Поэтому начальная длина трещины 94 м принята в момент времени $t = 0$. Анализ полученной зависимости показывает, что за 5 лет длина трещины увеличивается примерно на 32%.

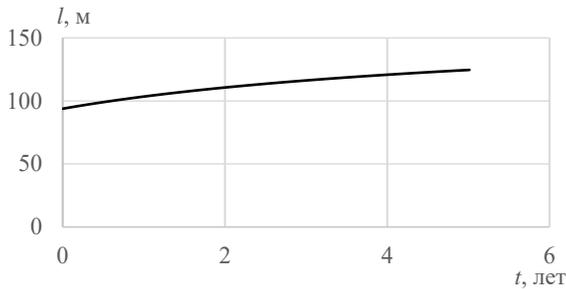


Рис. 3. Динамика развития трещины автоГРП
Fig. 3. Dynamics of the injection-induced hydraulic fracture

Медленный рост трещины подтверждает справедливость квазистационарного приближения, поскольку в соответствии с классической моделью РКН первоначальный рост трещины вследствие разрыва породы длится в пределах нескольких часов [18]. Скорость роста трещины постепенно снижается. Со временем часть трещины, которая увеличивается из-за превышения значения закачиваемого расхода над величиной оттока из трещины, составляет все меньшую долю от общей длины трещины. Однако даже увеличение длины трещины на 32% может привести к ее попаданию в зону дренирования добывающей скважины, поэтому необходим контроль ее развития.

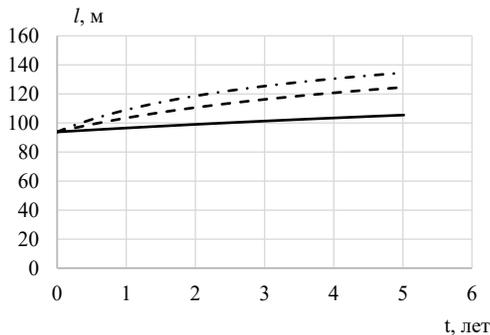


Рис. 4. Влияние коэффициента повреждения породы β на динамику развития трещины автоГРП: сплошная кривая соответствует $\beta = 100$, штрихованная – $\beta = 400$, штрихпунктирная – $\beta = 700$

Fig. 4. Effect of the rock damage factor β on the dynamics of the injection-induced hydraulic fracture development: $\beta = 100$ (solid line), $\beta = 400$ (dashed line), and $\beta = 700$ (dotted and dashed line)

Рост трещины автоГРП на месторождении может быть быстрее или медленнее в зависимости от свойств пласта и флюида. Наибольший интерес с практической точки зрения представляют коэффициент повреждения породы, концентрация дисперсных частиц в воде и проницаемость пласта. Коэффициент повреждения породы характеризует снижение проницаемости из-за оседания дисперсных частиц в поровых каналах вблизи трещины. Концентрация дисперсных частиц C является показателем их массы в закачиваемой смеси. Проницаемость пласта

фактически характеризует его сопротивление разрыву, поскольку в более проницаемых пластах отток из трещины будет больше. Оценка влияния коэффициента повреждения породы показывает, что с возрастанием его значения длина трещины увеличивается быстрее (рис. 4). Этот ожидаемый эффект вызван снижением оттока из трещины из-за снижения проницаемости при увеличении значения β .

Увеличение C также приводит к более быстрому развитию трещины (рис. 5), поскольку в этом случае большая масса дисперсных частиц оседает в пористой среде вблизи границ трещины.

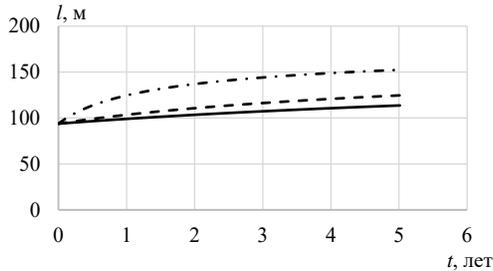


Рис. 5. Влияние концентрации дисперсных частиц C_0 на динамику развития трещины автоГРП: сплошная кривая соответствует $C_0 = 0.005$, штрихованная – $C_0 = 0.01$, штрихпунктирная – $C_0 = 0.05$

Fig. 5. Effect of the concentration of dispersed particles C_0 on the dynamics of the injection-induced hydraulic fracture development: $C_0 = 0.005$ (solid line), $C_0 = 0.01$ (dashed line), and $C_0 = 0.05$ (dotted and dashed line)

С ростом проницаемости пласта отток из трещины в пласт увеличивается. Поэтому расход нагнетаемой смеси в большей степени скомпенсирован этим оттоком. В таком случае в соответствии с (4) и начальная длина трещины будет меньше (рис. 6), а трещина увеличивается до меньших размеров.

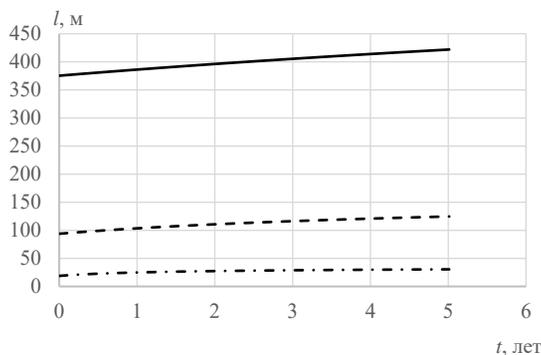


Рис. 6. Влияние проницаемости пласта k на динамику развития трещины автоГРП: сплошная кривая соответствует $k = 5$ мД, штрихованная – $k = 20$ мД, штрихпунктирная – $k = 100$ мД

Fig. 6. Effect of the reservoir permeability k on the dynamics of the injection-induced hydraulic fracture development: $k = 5$ mD (solid line), $k = 20$ mD (dashed line), and $k = 100$ mD (dotted and dashed line)

Заключение

Разработан новый подход к моделированию развития трещин автоГРП, заключающийся в рассмотрении двух стадий процесса: стабилизации длины трещины при компенсации закачиваемого расхода смеси оттоком из трещины и квазистационарного роста трещины вследствие снижения оттока из-за оседания дисперсных частиц в пласте вблизи границ трещины. Расчеты проведены при следующих параметрах: $\beta = 400$, $C_0 = 0.01$, $\lambda = 10 \text{ м}^{-1}$, $L = 250 \text{ м}$, $k = 20 \text{ мД}$, $\mu = 1 \text{ мПа}\cdot\text{с}$, $Q_0 = 0.001 \text{ м}^3/\text{с}$, $P_r = 30 \text{ МПа}$, $h_e = 20 \text{ м}$, $k_r(S_{or}) = 0.2$, $v = 0.2$, $P_m = 70 \text{ МПа}$, $P_l = 5 \text{ МПа}$.

Показано, что решение интегро-дифференциальной системы уравнений позволяет получить зависимость длины трещины автоГРП от времени, причем при увеличении времени рост трещины замедляется по зависимости с показателем степени $-1/2$.

Установлено, что увеличение коэффициента повреждения породы и концентрации дисперсных частиц в закачиваемой смеси приводит к более быстрому росту трещины автоГРП. Это обусловлено большим снижением оттока из трещины при увеличении этих параметров. В случае если зона дренирования добывающей скважины расположена на расстоянии 125 м от нагнетательной, при заданных модельных параметрах трещина автоГРП попадет в эту зону спустя 5 лет для значений концентрации дисперсных частиц, больших 0.01, после чего ее будет необходимо блокировать. Поэтому на практике необходима очистка нагнетаемой воды, чтобы концентрация частиц в ней не превышала 1%.

Определено, что с ростом проницаемости пласта начальная длина трещины будет меньше, поскольку в этом случае расход нагнетаемой смеси в большей степени скомпенсирован оттоком из трещины, причем зависимость начальной длины трещины от проницаемости пласта является обратно пропорциональной. Показано, что для пластов с проницаемостью менее 5 мД начальная длина трещины составит порядка 400 м, что приведет к попаданию трещины автоГРП в зону дренирования добывающей скважины. Поэтому для низкопроницаемых пластов необходимо поддерживать расход воды на таких значениях, которые меньше предельных, определенных по формуле Дюпюи.

Установлено, что расход нагнетательной скважины для предотвращения формирования трещины автоГРП должен быть меньше предельного значения, определяемого по формуле Дюпюи как значение расхода, при котором забойное давление не превышает давления разрыва породы. Если трещина автоГРП сформировалась, то необходимо провести расчет по разработанной модели и установить, через какое время длина трещины окажется такой, что она попадет в зону дренирования добывающей скважины, тогда необходимо либо снижать расход закачки, либо проводить блокирование трещины автоГРП суспензией.

Список источников

1. Yang Y., Xiao W., Bernabe Y., Xie Q., Wang J., He Y., Li M., Chen M., Ren J., Zhao J., Zheng L. Effect of pore structure and injection pressure on waterflooding in tight oil sandstone cores using NMR technique and pore network simulation // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2022. V. 217. Art. 110886. doi: 10.1016/j.petrol.2022.110886
2. Гильманов А.Я., Фёдоров К.М., Шевелёв А.П. Задача о блокировании техногенной трещины в пласте суспензионной смесью // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2022. № 6. С. 27–35. doi: 10.31857/S0568528122600230

3. He J.-C., Zhang K.-S., Liu H.-B., Tang M.-R., Zheng X.-L., Zhang G.-Q. Laboratory investigation on hydraulic fracture propagation in sandstone-mudstone-shale layers // *Petroleum Science*. 2022. V. 19. P. 1664–1673. doi: 10.1016/j.petsci.2022.03.018
4. Yan X., Yu H. Numerical simulation of hydraulic fracturing with consideration of the pore pressure distribution based on the unified pipe-interface element model // *Engineering Fracture Mechanics*. 2022. Art. 108836. doi: 10.1016/j.engfracmech.2022.108836
5. Шляпкин А.С. Подход к моделированию гидроразрыва пласта в скважинах с горизонтальным окончанием // *Нефтепромысловое дело*. 2020. № 9. С. 14–19.
6. Сазонов Е.О., Хабибуллин И.Л. Типовые кривые забойного давления для скважины с вертикальной трещиной гидроразрыва с учетом скин-фактора // *Нефтяное хозяйство*. 2021. № 11. С. 130–132. doi: 10.24887/0028-2448-2021-11-130-132
7. Fedorov K.M., Gilmanov A.Ya., Shevelev A.P., Kobayashv A.V., Anuriev D.A. A theoretical analysis of profile conformance improvement due to suspension injection // *Mathematics*. 2021. V. 9, № 15. P. 1727–1741. doi: 10.3390/math9151727
8. Sacramento R.N., Yang Y., You Z., Waldmann A., Martins A.L., Vaz A.S.L., Zitha P.L.J., Bedrikovetsky P. Deep bed and cake filtration of two-size particles suspension in porous media // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2015. V. 126. P. 201–210. doi: 10.1016/j.petrol.2014.12.001
9. Татосов А.В., Шляпкин А.С. Движение проппанта в раскрывающейся трещине гидроразрыва пласта // *Известия Саратовского университета. Новая серия. Сер. Математика. Механика. Информатика*. 2018. Т. 18, № 2. С. 217–226. doi: 10.18500/1816-9791-2018-18-2-217-226
10. Байков В.А., Бураков И.М., Латыпов И.Д., Яковлев А.А., Асмандияров Р.Н. Контроль развития техногенных трещин автоГРП при поддержании пластового давления на месторождения ООО «РН-Юганскнефтегаз» // *Нефтяное хозяйство*. 2012. № 11. С. 30–33.
11. Петухов Н.Ю., Кулушев М.М., Емельянов А.Г., Мироненко А.А. Опыт реализации программы ограничения закачки рабочего агента на Приобском месторождении // *Нефтяное хозяйство*. 2020. № 10. С. 54–58. doi: 10.24887/0028-2448-2020-10-54-58
12. Шляпкин А.С., Татосов А.В. О решении задачи гидроразрыва пласта в одномерной математической постановке // *Нефтяное хозяйство*. 2020. № 12. С. 118–121. doi: 10.24887/0028-2448-2020-12-118-121
13. Черный С.Г., Лапин В.Н., Есинов Д.В., Куранakov Д.С. Методы моделирования зарождения и распространения трещин. Новосибирск : Изд-во СО РАН, 2016. 312 с.
14. Puallo Munoz L.F., Mejia C., Rueda J., Roehl D. Pseudo-coupled hydraulic fracturing analysis with displacement discontinuity and finite element methods // *Engineering Fracture Mechanics*. 2022. V. 274. Art. 108774. doi: 10.1016/j.engfracmech.2022.108774
15. Zhou Y., Yang D., Zhang X., Chen W., Xia X. Numerical investigation of the interaction between hydraulic fractures and natural fractures in porous media based on an enriched FEM // *Engineering Fracture Mechanics*. 2020. V. 235. Art. 107175. doi: 10.1016/j.engfracmech.2020.107175
16. Detournay E., Cheng A.H.-D., McLennan J.D. A poroelastic PKN hydraulic fracture model based on an explicit moving mesh algorithm // *Journal of Energy Resource Technology*. 1990. V. 112, № 4. P. 224–230.
17. Байков В.А., Булгакова Г.Т., Ильясов А.М., Кашипов Д.В. К оценке геометрических параметров трещины гидроразрыва пласта // *Известия РАН. Механика жидкости и газа*. 2018. № 5. С. 64–75.
18. Nordgren R.P. Propagation of a vertical hydraulic fracture // *SPE Journal*. 1972. V. 12, № 4. P. 306–314. doi: 10.2118/3009-PA
19. Смирнов Н.Н., Тагирова В.Р. Задача о распространении трещины газового разрыва в пористой среде // *Известия РАН. Механика жидкости и газа*. 2008. № 3. С. 77–93.
20. Киселев А.Б., Кайжуй Л., Смирнов Н.Н., Пестов Д.А. Моделирование течения жидкости в трещине гидроразрыва неоднородно трещиностойкого пласта в плоско-трехмерной

- постановке // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2021. № 2. С. 15–28. doi: 10.31857/S0568528121020055
21. Peirce A. Modeling multi-scale processes in hydraulic fracture propagation using the implicit level set algorithm // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2015. V. 283. P. 881–908. doi: 10.1016/j.cma.2014.08.024
 22. Baykin A.N., Abdullin R.F., Dontsov E.V., Golovin S.V. Two-dimensional models for water-flooding induced hydraulic fracture accounting for the poroelastic effects on a reservoir scale // *Geoenergy Science and Engineering*. 2023. V. 224. Art. 211600. doi: 10.1016/j.geoen.2023.211600
 23. Bedrikovetsky P., Zeinijahromi A., Siqueira F.D., Furtado C.A., de Souza A.L.S. Particle detachment under velocity alternation during suspension transport in porous media // *Transport in Porous Media*. 2012. V. 91. P. 173–197. doi: 10.1007/s11242-011-9839-1
 24. Vaz A., Bedrikovetsky P., Fernandes P.D., Badalyan A., Carageorgos T. Determining model parameters for non-linear deep-bed filtration using laboratory pressure measurements // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2017. V. 151. P. 421–433. doi: 10.1016/j.petrol.2017.01.001
 25. Хабибуллин И.Л., Хусамов А.А. Моделирование нестационарной фильтрации в системе пласт – трещина гидроразрыва // *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика*. 2022. № 77. С. 158–168. doi: 10.17223/19988621/77/12
 26. Шель Е.В., Кабанова П.К., Ткаченко Д.Р., Базыров И.Ш., Лозвинюк А.В. Моделирование инициации и распространения трещины гидроразрыва пласта на нагнетательной скважине для нетрещиноватых терригенных пород на примере Приобского месторождения // *Экспозиция Нефть Газ : научно-технический журнал*. 2020. № 2. С. 34–42.

References

1. Yang Y., Xiao W., Bernabe Y., Xie Q., Wang J., He Y., Li M., Chen M., Ren J., Zhao J., Zheng L. (2022) Effect of pore structure and injection pressure on waterflooding in tight oil sandstone cores using NMR technique and pore network simulation. *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 217. Article 110886. doi: 10.1016/j.petrol.2022.110886
2. Gil'manov A.Ya., Fedorov K.M., Shevelev A.P. (2022) Problem of blocking a technogenic fracture in the reservoir using a suspension mixture. *Fluid Dynamics*. 57(6). pp. 720–728. doi: 10.1134/S0015462822600936
3. He J.-C., Zhang K.-S., Liu H.-B., Tang M.-R., Zheng X.-L., Zhang G.-Q. (2022) Laboratory investigation on hydraulic fracture propagation in sandstone-mudstone-shale layers. *Petroleum Science*. 19. pp. 1664–1673. doi: 10.1016/j.petsci.2022.03.018
4. Yan X., Yu H. (2022) Numerical simulation of hydraulic fracturing with consideration of the pore pressure distribution based on the unified pipe-interface element model. *Engineering Fracture Mechanics*. 275. Article 108836. doi: 10.1016/j.engfracmech.2022.108836
5. Shlyapkin A.S. (2020) Podkhod k modelirovaniyu gidrorazryva plasta v skvazhinakh s gorizontальnym okonchaniem [An approach for modeling the hydraulic fracturing in horizontal wells]. *Neftepromyslovoe delo – Oilfield Engineering*. 9. pp. 14–19.
6. Sazonov E.O., Khabibullin I.L. (2021) Tipovye krivye zaboynogo davleniya dlya skvazhiny s vertikal'noy treshchinoy gidrorazryva s uchyotom skin-faktora [Bottomhole pressure type curves for a well with a vertical hydraulic fracture under skin-effect conditions]. *Neftyanoe khozyaystvo – Oil Industry*. 11. pp. 130–132. doi: 10.24887/0028-2448-2021-11-130-132
7. Fedorov K.M., Gilmanov A.Ya., Shevelev A.P., Kobyashev A.V., Anuriev D.A. (2021) A theoretical analysis of profile conformance improvement due to suspension injection. *Mathematics*. 9(15). pp. 1727–1741. doi: 10.3390/math9151727
8. Sacramento R.N., Yang Y., You Z., Waldmann A., Martins A.L., Vaz A.S.L., Zitha P.L.J., Bedrikovetsky P. (2015) Deep bed and cake filtration of two-size particles suspension in porous media. *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 126. pp. 201–210. doi: 10.1016/j.petrol.2014.12.001

9. Tatosov A.V., Shlyapkin A.S. (2018) Dvizhenie proppanta v raskryvayushcheysya treshchine gidrorazryva plasta [The motion of propping agent in an opening crack in hydraulic fracturing plast]. *Izvestiya Saratovskogo universiteta. Seriya Matematika. Mekhanika. Informatika – Izvestiya of Saratov University. Series Mathematics. Mechanics. Informatics.* 18(2). pp. 217–226. doi: 10.18500/1816-9791-2018-18-2-217-226
10. Baykov V.A., Burakov I.M., Latypov I.D., Yakovlev A.A., Asmandiyarov R.N. (2012) Kontrol' razvitiya tekhnogennykh treshchin avtoGRP pri podderzhanii plastovogo davleniya na mestorozhdeniyakh OOO "RN-Yuganskneftegaz" [The control of self-induced hydraulic fracturing process on RN-Yuganskneftegaz LLC oilfields]. *Neftyanoe khozyaystvo – Oil Industry.* pp. 30–33.
11. Petukhov N.Yu., Kulushev M.M., Emel'yanov A.G., Mironenko A.A. (2020) Opyt realizatsii programmy ogranicheniya zakachki rabocheho agenta na Priobskom mestorozhdenii [Experience in implementation a program for limiting the injection of a working agent at the Priobskoye field]. *Neftyanoe khozyaystvo – Oil Industry.* 10. pp. 54–58. doi: 10.24887/0028-2448-2020-10-54-58
12. Shlyapkin A.S., Tatosov A.V. (2020) O reshenii zadachi gidrorazryva plasta v odnomernoy matematicheskoy postanovke [On solving the fracturing problem in a hybrid PKN-KGD formulation]. *Neftyanoe Khozyaystvo – Oil Industry.* 12. pp. 118–121. doi: 10.24887/0028-2448-2020-12-118-121
13. Chyornyy S.G., Lapin V.N., Esipov D.V., Kuranakov D.S. (2016) *Metody modelirovaniya zarozhdeniya i rasprostraneniya treshchin* [Methods of modeling the initiation and propagation of fractures]. Novosibirsk: Izdatel'stvo SO RAN.
14. Paulo Munoz L.F., Mejia C., Rueda J., Roehl D. (2022) Pseudo-coupled hydraulic fracturing analysis with displacement discontinuity and finite element methods. *Engineering Fracture Mechanics.* 274. Article 108774. doi: 10.1016/j.engfracmech.2022.108774
15. Zhou Y., Yang D., Zhang X., Chen W., Xia X. (2020) Numerical investigation of the interaction between hydraulic fractures and natural fractures in porous media based on an enriched FEM. *Engineering Fracture Mechanics.* 235. Article 107175. doi: 10.1016/j.engfracmech.2020.107175
16. Detournay E., Cheng A.H.-D., McLennan J.D. (1990) A poroelastic PKN hydraulic fracture model based on an explicit moving mesh algorithm. *Journal of Energy Resource Technology.* 112(4). pp. 224–230.
17. Baikov V.A., Bulgakova G.T., Il'yasov A.M., Kashapov D.V. (2018) Estimation of the geometric parameters of a reservoir hydraulic fracture. *Fluid Dynamics.* 53(5). pp. 642–653. doi: 10.1134/S0015462818050038
18. Nordgren R.P. (1972) Propagation of a vertical hydraulic fracture. *SPE Journal.* 12(4). pp. 306–314. doi: 10.2118/3009-PA
19. Smirnov N.N., Tagirova V.R. (2008) Problem of propagation of a gas fracture in a porous medium. *Fluid Dynamics.* 43(3). pp. 402–417. doi: 10.1134/S0015462808030083
20. Kiselev A.B., Kay-Zhui L., Smirnov N.N., Pestov D.A. (2021) Simulation of fluid flow through a hydraulic fracture of a heterogeneous fracture-tough reservoir in the planar 3D formulation. *Fluid Dynamics.* 56(2). pp. 164–177. doi: 10.1134/S0015462821020051
21. Peirce A. (2015) Modeling multi-scale processes in hydraulic fracture propagation using the implicit level set algorithm. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering.* 283. pp. 881–908. doi: 10.1016/j.cma.2014.08.024
22. Baykin A.N., Abdullin R.F., Dontsov E.V., Golovin S.V. (2023) Two-dimensional models for waterflooding induced hydraulic fracture accounting for the poroelastic effects on a reservoir scale. *Geoenergy Science and Engineering.* 224. Article 211600. doi: 10.1016/j.geoen.2023.211600
23. Bedrikovetsky P., Zeinijahromi A., Siqueira F.D., Furtado C.A., de Souza A.L.S. (2012) Particle detachment under velocity alternation during suspension transport in porous media. *Transport in Porous Media.* 91. pp. 173–197. doi: 10.1007/s11242-011-9839-1

24. Vaz A., Bedrikovetsky P., Fernandes P.D., Badalyan A., Carageorgos T. (2017) Determining model parameters for non-linear deep-bed filtration using laboratory pressure measurements. *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 151. pp. 421–433. doi: 10.1016/j.petrol.2017.01.001
25. Khabibullin I.L., Khisamov A.A. (2022) Modelirovanie nestatsionarnoy fil'tratsii v sisteme plast – treshchina gidrorazryva [Modeling of unsteady filtration in a formation–hydraulic fracture system]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 77. pp. 158–168. doi: 10.17223/19988621/77/12
26. Shel' E.V., Kabanova P.K., Tkachenko D.R., Bazyrov I.Sh., Logvinyuk A.V. (2020) Modelirovanie initsiatsii i rasprostraneniya treshchiny gidrorazryva plasta na nagnetatel'noy skvazhine dlya netreshchinovatykh terrigenykh porod na primere Priobskogo mestorozhdeniya [Modeling of a hydraulic fracture initiation and propagation on an injection well for non-fractured terrigenous rocks on the Priobskoye field]. *Ekspozitsiya Neft' Gaz Exposition Oil & Gas*. 2. pp. 34–42.

Сведения об авторах:

Фёдоров Константин Михайлович – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры моделирования физических процессов и систем Школы естественных наук Тюменского государственного университета (Тюмень, Россия). E-mail: k.m.fedorov@utmn.ru

Шевелёв Александр Павлович – кандидат физико-математических наук, доцент, профессор кафедры моделирования физических процессов и систем Школы естественных наук Тюменского государственного университета (Тюмень, Россия). E-mail: a.p.shevelev@utmn.ru

Гильманов Александр Янович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры моделирования физических процессов и систем Школы естественных наук Тюменского государственного университета (Тюмень, Россия). E-mail: a.y.gilmanov@utmn.ru

Изотов Алексей Александрович – директор по науке и инновациям ООО «Тюменский нефтяной научный центр» (Тюмень, Россия). E-mail: aaizotov@tnc.rosneft.ru

Кобяшев Александр Вячеславович – главный менеджер ООО «Тюменский нефтяной научный центр» (Тюмень, Россия). E-mail: avkobyashev@tnc.rosneft.ru

Information about the authors:

Fedorov Konstantin M. (Doctor of Physics and Mathematics, Professor, University of Tyumen, Tyumen, Russian Federation). E-mail: k.m.fedorov@utmn.ru

Shevelev Aleksandr P. (Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, University of Tyumen, Tyumen, Russian Federation). E-mail: a.p.shevelev@utmn.ru

Gil'manov Aleksandr Ya. (Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, University of Tyumen, Tyumen, Russian Federation). E-mail: a.y.gilmanov@utmn.ru

Izotov Aleksey A. (Director for Science and Innovations, Tyumen Petroleum Research Center, Tyumen, Russian Federation). E-mail: aaizotov@tnc.rosneft.ru

Kobyashev Aleksandr V. (Senior Manager, Tyumen Petroleum Research Center, Tyumen, Russian Federation). E-mail: avkobyashev@tnc.rosneft.ru

Статья поступила в редакцию 29.08.2023; принята к публикации 03.10.2024

The article was submitted 29.08.2023; accepted for publication 03.10.2024