

Научная статья
УДК 550.834, 519.6
doi: 10.17223/19988605/69/6

Вычислительная кинематическая диагностика скорости зондирующего сигнала с использованием априорной информации об исследуемой среде

Николай Владимирович Гервас¹, Сергей Михайлович Зеркаль²

^{1,2} Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия

¹ nik.gervas@mail.ru

² zerkal@ngs.ru

Аннотация. Излагается вычислительная технология кинематической диагностики скоростного распределения зондирующего сигнала в сейсмоакустических средах в условиях линейаризации возникающей обратной кинематической задачи. Приводятся постановка задачи, построение решения и вычислительный алгоритм, основанный на методе КТ. Использование КТ обеспечивается организацией томографической системы наблюдений (расположение источников и приемников зондирующего сигнала на окружности). Линейаризация выполняется возле линейной функции глубины (переменная Z пространства XYZ), выделяемой в искомой функции скорости и предполагаемой известной. Основное внимание уделяется организации этой составляющей, что существенно влияет на точность и достоверность получаемого решения. Приводятся результаты компьютерных экспериментов, иллюстрирующих решение рассматриваемой задачи.

Ключевые слова: вычислительный алгоритм; обратная задача; рефрагированные волны; кинематическая диагностика; компьютерная томография.

Для цитирования: Гервас Н.В., Зеркаль С.М. Вычислительная кинематическая диагностика скорости зондирующего сигнала с использованием априорной информации об исследуемой среде // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2024. № 69. С. 54–63. doi: 10.17223/19988605/69/6

Original article
doi: 10.17223/19988605/69/6

Computational kinematic diagnostics of the probing signal speed using a priori information about the medium under study

Nikolai V. Gervas¹, Sergey M. Zerkal²

^{1,2} Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation

¹ nik.gervas@mail.ru

² zerkal@ngs.ru

Abstract. A computational technology for kinematic diagnostics of the velocity distribution of a sounding signal in seism acoustic media is presented under the conditions of linearization of the emerging inverse kinematic problem. The problem statement, construction of a solution and a computational algorithm based on the CT method are presented. The use of CT is ensured by the organization of a tomographic observation system (location of sources and receivers of the probing signal on a circle). Linearization is performed near the linear depth function (variable Z of the XYZ space), identified in the desired velocity function and assumed to be known. The main attention is paid to the organization of this component, which significantly affects the accuracy and reliability of the resulting solution. The results of computer experiments illustrating the solution of the problem under consideration are presented.

Keywords: computational algorithm; inverse problem; refracted waves; kinematic diagnostics; computed tomography.

For citation: Gervas, N.V., Zerkal, S.M. (2024) Computational kinematic diagnostics of the probing signal speed using a priori information about the medium under study. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naja tehnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 69. pp. 54–63. doi: 10.17223/19988605/69/6

Введение

Основными характеристиками физических процессов, изучаемых с позиций «кинематики», являются скорость, ускорение, путь и время. Установленные здесь физические законы в своих формулах закрепляют связь между этими характеристиками, что позволяет определять какую-либо из них через измерение других. Это составляет основу решения многих практических проблем, в том числе задач, возникающих при дистанционном измерении внутреннего строения сейсмоакустических и оптических сред на основе теории распространения волн. В этой тематике одной из важных задач считается обратная кинематическая задача (ОКЗ), имеющая математическую формулировку как задача интегральной геометрии, опирающаяся на ариационное исчисление [1, 2]. ОКЗ имеет свою историю, и истоки ее восходят к геофизике. Первая постановка ОКЗ была исследована Г. Герглотцем и Е. Вихертом в 1905–1907 гг. для сферически симметричной модели Земли при наличии роста скорости зондирующего излучения с глубиной (от поверхности к центру Земли). Результаты Г. Герглотца и Е. Вихерта позволили с использованием данных сейсмических наблюдений над землетрясениями сделать первые выводы о глубинном строении Земли. Вскоре нашлось еще одно важное приложение кинематической сейсмологии, связанное с лоцированием тяжелой артиллерии противника в ходе Первой мировой войны, при этом использовался феномен поверхностных волн.

ОКЗ исследовалась в одномерной постановке до 60-х гг. прошлого столетия, когда была рассмотрена двумерная постановка (М.М. Лаврентьев, В.Г. Романов), оказавшаяся математически сильно некорректной. ОКЗ, по-видимому, – первая рассмотренная обратная задача для дифференциальных уравнений (уравнение Эйконала) [1, 2]. Известные конструктивные решения ОКЗ получены для линейных постановок. До сих пор решения ОКЗ в полной, нелинейной постановке не получены. Следует отметить, что одномерная ОКЗ имеет важное значение для морской гидроакустики [3–5].

1. Постановка задачи и построение решения

Основным математическим понятием наряду с уравнением Эйконала является функционал Ферма, связывающий время прихода рефрагированной волны из пункта генерации волнового сигнала (источник) в пункт регистрации (приемник), обозначим их x^0 и x^1 соответственно, $x \in R^3$, тогда

$$T(x^0, x^1) = \int_{\gamma(x^0, x^1)} \frac{dS}{V(x)}, \quad (1)$$

где отмеченное время «пробега» рефрагированной волны вдоль лучевой траектории (геодезической) $\gamma(x^0, x^1)$, соединяющей точки x^0 и x^1 , являющейся решением системы уравнений Эйлера для данного функционала, dS – элемент дуги кривой $\gamma(x^0, x^1)$, $V(x)$ – скорость рефрагированной волны в исследуемой среде. Известно, что $\gamma(x^0, x^1)$ доставляет минимум значению данного функционала (принцип Ферма). Вышесказанное находится в соответствии с постановкой задачи геометрической оптики в пространстве [6].

Требуется, зная значения функции $T(x^0, x^1)$, т.е. для различных положений источника и приемника (результаты измерений), найти функцию $V(x)$; очевидно, без знания $\gamma(x^0, x^1)$ это сделать невозможно (на практике эта информация отсутствует). Виды лучевых траекторий определяются скоростным распределением, именно оно и подлежит определению. Таким образом, имеется серьезное обстоятельство, препятствующее решению задачи, т.е. построению обратного оператора; если выражение (1) записать в операторном виде $AV = T$, то $A^{-1}AV = A^{-1}T$, $V = A^{-1}T$.

Однако при наличии определенной априорной информации о скорости распространения используемого волнового сигнала, т.е. о функции V , а именно представлении ее в виде суммы

$$V = V_0 + V_1, V_0 \gg |V_1|, \quad (2)$$

где V_0 – известная функция или константа, становится возможным решение ОКЗ с применением метода линеаризации задачи «возле V_0 ». Систематическое использование линеаризации началось с работ М.М. Лаврентьева и В.Г. Романова [2] в начале второй половины прошлого столетия. Относительно V_0 рабочими вариантами могут быть

$$V_0 = A, A = const, A > 0, \quad (3)$$

$$V_0 = A + Bx_3, V_1(x), x \in R^3, A = const, B = const, A > 0, B > 0. \quad (4)$$

Оба варианта имеют физический смысл и практическое значение. Например, в океане скорость V имеет небольшой градиент по глубине и ее вариации составляют первые проценты от константы 1450, однако такое волновое явление, как «подводный звуковой канал», и некоторые другие заметные колебания возле отмеченной константы делают решение ОКЗ актуальным элементом морской акустики. В этой связи вариант формулы (3) позволяет разрабатывать вычислительные алгоритмы для решения возникающих постановок ОКЗ [3–5]. Вариант формулы (4) является актуальным для сейсмоакустических исследований Земли – как верхней части геологического разреза (инженерные исследования, например подготовка строительной площадки, диагностика состояния фундаментов крупных сооружений, внутреннего пространства туннелей и т.д., разведка и мониторинг состояния эксплуатируемых месторождений полезных ископаемых, в частности углеводородов), так и глубинных сейсмических исследований земной коры и верхней мантии Земли (глубинное сейсмическое зондирование – ГСЗ). Это объясняется, например, тем, что с уплотнением горных пород с глубиной функция V возрастает и имеет тенденцию к квазилинейному росту, что характерно, в частности, для глубоких осадочных «бассейнов», перспективных для залежей углеводородов. На территории России это Южный Урал (Прикаспийская низменность) и Западная Сибирь, известные такими месторождениями; следует отметить в этой связи и океанический шельф.

Подчеркнем, что при организации системы наблюдений (расположение источников и приемников) на «дневной» поверхности (поверхность Земли), т.е. на плоскости $x_3 = 0$, функция $T(x^0, x^1)$ является функцией четырех переменных, поскольку $x^0 = (x_1^0, x_2^0, 0)$ и $x^1 = (x_1^1, x_2^1, 0)$, и задача определения трехмерной функции $V(x_1, x_2, x_3)$ по $T(x^0, x^1)$ есть задача переопределения; кроме того, традиционные профильные системы наблюдений (точки x^0 и x^1 расположены на одной линии) не обеспечивают математическую полноту исходных данных для решения ОКЗ, что отражается на достоверности результата (интерпретации результатов измерений) [1].

Эти проблемы снимаются при выборе системы наблюдений в виде окружности заданного радиуса r с центром в точке $(0, 0, 0)$ на плоскости $x_3 = 0$, имеющей уравнение $x_1^2 + x_2^2 = r^2, r = const, r > 0$. Если точки x^0 и x^1 расположены на одной окружности (рис. 1), то время T становится функцией двух полярных углов φ_1, φ_2 и радиуса окружности r , т.е. переопределенность задачи снимается, по функции трех переменных T определяется функция трех переменных V .

Примечательно, что для скорости $V = V_0$, т.е. $V = A + Bx_3$, лучевые траектории $\gamma(x^0, x^1)$, определяются уравнением

$$\left(x_3 + \frac{A}{B}\right)^2 + |x|^2 = R^2, R = const, R > 0, \quad (5)$$

описывающим сферу с центром в точке $(0, 0, -A/B)$, и уравнением плоскости Q

$$\langle x, v \rangle - P = 0, P = const, v = (\sin \theta, -\cos \theta), \quad (6)$$

перпендикулярной плоскости $x_3 = 0$ и пересекающей ее по линии, включающей $l(x^0, x^1)$, т.е. $\gamma_0(x^0, x^1)$ – это след пересечения сферы (5) и плоскости (6).

Постоянная R легко вычисляется в рассматриваемой постановке как

$$R = \sqrt{\left(\frac{A}{B}\right)^2 + r^2}. \quad (7)$$

Обозначим через d расстояние между источником и приемником, определяемое как расстояние между двумя точками с заданными координатами. Тогда формула для вычисления времени T_0 имеет вид:

$$T_0(x^0, x^1) = \frac{1}{B} \ln \frac{2R + d}{2R - d}. \quad (8)$$

Итак, в соответствии с приведенными выше распределениями можно заменить $T(x^0, x^1) \approx \approx T_0 + \int_{\gamma_0(x^0, x^1)} n_1 dS$, или $\int_{\gamma_0(x^0, x^1)} n_1 dS = T - T_0$, где $n_1 = \frac{1}{V} - \frac{1}{V_0} = n - n_0$.

Если $T - T_0$ обозначить через T_1 , то

$$\int_{\gamma_0} n_1 dS \approx T_1. \quad (9)$$

Интегральное уравнение (9) может быть получено также в результате линеаризации уравнения Эйконала и с точностью до малых второго порядка относительно T_1 и n_1 , знак приближенного равенства заменим на $=$, т.е. $\int_{\gamma_0} n_1 dS = T_1$.

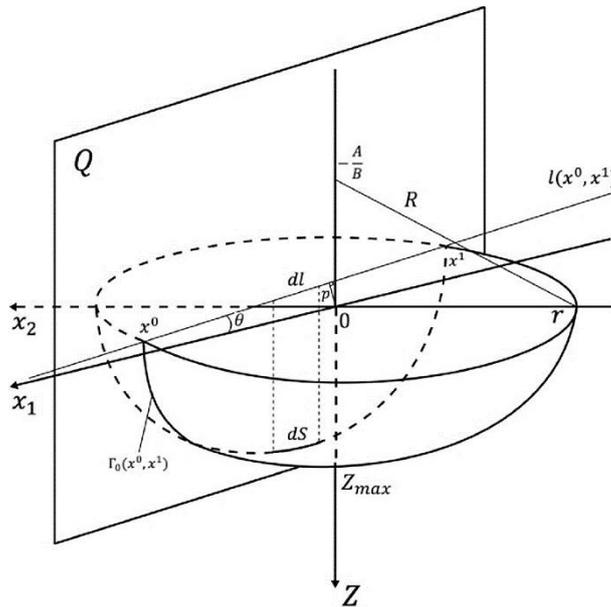


Рис. 1. Иллюстрация геометрических условий линеаризованной постановки ОКЗ
Fig. 1. Illustration of the geometric conditions of the IKP linearized formulation

Далее при переходе от интегрирования по γ_0 к интегрированию по l возникает весовой множитель. Так как $Z = -\frac{A}{B} \pm \sqrt{R^2 - |x|^2} = Z^*$, $x \in R^2, Z \equiv x_3$, то с учетом того, что для уравнения $l(x^0, x^1)$ имеем $x_1 \sin \theta - x_2 \cos \theta - P$, и поскольку исследуемый процесс происходит в полупространстве $Z \geq 0$, для dS можно получить $dS = dl \sqrt{1 + (Z'_l)^2}$, или $dS = \frac{\sqrt{R^2 - P^2}}{Z^* + \frac{A}{B}} dl$.

Таким образом, получаем выражения

$$T_1(x^0, x^1) = \sqrt{R^2 - P^2} \int_{l(x^0, x^1)} \frac{n_1(x, Z^*)}{Z^* + \frac{A}{B}} dl, \quad (10)$$

$$\frac{T_1(x^0, x^1)}{\sqrt{R^2 - P^2}} = \int_{l(x^0, x^1)} \frac{n_1(x, Z^*)}{Z^* + \frac{A}{B}} dl. \quad (11)$$

Выражение (11) позволяет, используя интегральное преобразование Радона, получить формулу обращения для вычисления значений $n_1(x, Z^*)$:

$$n_1(x, Z^*) = \left(Z^* + \frac{A}{B} \right) \mathbb{R}^{-1} f(P, \theta), \quad (12)$$

где \mathbb{R}^{-1} – оператор обратного преобразования Радона, а $f(P, \theta) = \frac{T_1(x^0, x^1)}{\sqrt{R^2 - P^2}}$, P и θ – параметры, определяющие прямые $l: P - \langle x, v \rangle = 0, P = const, v = (\sin \theta, -\cos \theta)$ (см. рис. 1).

Итак, рассматриваемая постановка ОКЗ позволяет свести ее решение к решению классической томографической задачи в круге радиуса r и получить в результате значения скоростного распределения на поверхности второго порядка, образованной множеством лучевых траекторий γ_0 . Изменение радиуса окружности системы наблюдений позволит получить систему вложенных отмеченных поверхностей, на которых искомая скорость V определена, и тем самым возникает объемное скоростное распределение для зондирующего сигнала в исследуемой среде.

Организация томографических измерений (получение проекционных данных) требует задания числа пар источник–приемник при фиксированном их положении (одна томографическая проекция), и количество этих положений, определяемых поворотом системы наблюдений от 0 до 2π с заданным шагом (углом сканирования), соответственно N и M (см. рис. 1). Линеаризация скорости происходит возле линейной функции глубины Z , т.е. возле $V_0 = A + BZ, A > 0, B > 0, A = const, B = const$. Здесь r – радиус окружности системы наблюдений на плоскости $Z = 0$ с центром в начале системы координат. R – радиус сферической поверхности, образованной лучевыми траекториями (5), Q – плоскость, определенная уравнением (6).

Основным элементом формирования проекционных данных $f(P, \theta)$ является численное решение прямой кинематической задачи (ПКЗ), т.е. вычисление значений $T(x^0, x^1)$ и при этом построение лучей $\gamma(x^0, x^1)$, так как вдоль $\gamma(x^0, x^1)$ распространяется рефрагированный сигнал и фиксируется время его пробега. В общем случае при заданной функции $V(x), x \in R^3$, решение ПКЗ заключается в численном решении начально-краевой задачи для системы трех уравнений второго порядка, разрешенных относительно старших производных (система является следствием из уравнения Эйконала, и ее часто называют «система уравнений луча» [1]), для этого используется разностная схема метода Рунге–Кутты. Приходится решить так называемую «двухточечную задачу», т.е. требуется уметь находить лучевую траекторию, соединяющую две заданные точки, а отмеченная начально-краевая постановка напрямую этого не обеспечивает, поскольку позволяет построить луч, выходящий из заданной точки с заданными направляющими косинусами. Для решения двухточечной задачи применяется вычислительная методика пристрелки. С использованием решения начально-краевой задачи подбираются начальные данные, и в окрестности нужной точки «пристреливаются», например, три точки и делается интерполяция в заданную точку. В результате получаем приближенное значение $T(x^0, x^1)$.

В случае организации томографического численного эксперимента такое вычисление проекционных данных даже при «малоракурсной» томографии, как правило, – весьма трудоемкое задание в связи с большими объемами значений $T(x^0, x^1)$. Однако известен класс сред, для которых значения $T(x^0, x^1)$ вычисляются по явной формуле, что позволяет избежать отмеченных выше трудностей. Это среды, в которых показатель преломления задается формулой

$$n(x) = \sqrt{\lambda_0 + \langle \beta, x \rangle + \alpha^2 |x|^2} \quad (13)$$

при $x \in R^3, \lambda_0 = const, \alpha = const, \beta = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$, где $\beta_1 = const, \beta_2 = const, \beta_3 = const$ [7]. Имеет место для $T(x^0, x^1)$ формула

$$T(\overline{x_0}, \overline{x_1}) = \frac{M\sqrt{M^2 - 1}}{2\alpha^2} (\alpha^2(\lambda_0^2 + \langle \beta, \overline{x_0} \rangle + \alpha^2 |\overline{x_0}|^2) + (\beta + \alpha^2 \overline{x_0})) +$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\ln(M + \sqrt{M^2 - 1})}{2\alpha^3} (\alpha^2(\lambda_0^2 + \langle \beta, \bar{x}_0 \rangle + \alpha^2 |\bar{x}_0|^2)) - (\beta + \alpha^2 \bar{x}_0) + \\
 & + \frac{\sqrt{M^2 - 1}}{\alpha^3} ((\alpha^2 \bar{x}_1 + \beta) - (\alpha^2 \bar{x}_0 + \beta)M)(\beta + \alpha^2 \bar{x}_0),
 \end{aligned} \tag{14}$$

где

$$\begin{aligned}
 M = & \frac{-(\alpha^2 \bar{x}_1 + \beta)(\beta + \alpha^2 \bar{x}_0)}{\alpha^2 \lambda_0^2 - \beta^2} + \\
 & + \frac{\sqrt{[(\alpha^2 \bar{x}_1 + \beta)(\beta + \alpha^2 \bar{x}_0)]^2 + (\alpha^2 \lambda_0^2 - \beta^2)[\alpha^2(\lambda_0^2 + 2\langle \beta, \bar{x}_0 \rangle + \alpha^2 |\bar{x}_0|^2) + (\alpha^2 \bar{x}_1 + \beta)]}}{\alpha^2 \lambda_0^2 - \beta^2}.
 \end{aligned} \tag{15}$$

Использование формулы (14) накладывает соответствующие ограничения на параметры подкоренного выражения и границы исследуемой пространственной области. Выражение (13) представим как $n(x) = \sqrt{\lambda_0 + \varphi(x)}$, где $|\varphi(x)| < \lambda_0$. Пусть для определенности $\lambda_0 \equiv 1$, что удобно для дальнейших рассуждений. Тогда $|\varphi(x)| < 1$. Далее, поскольку ранее использовалось обозначение $Z = x_3$, то область изменения составляет $0 \leq Z \leq Z_{\max}$, Z_{\max} – максимальное заглубление лучевой траектории, а именно точка ее поворота (см. рис. 1), где $Z_{\max} = R - A/B$, границы изменения переменных x_1 и x_2 определяются неравенствами $|x_1| \leq r$ и $|x_2| \leq r$, в дальнейшем $r \equiv 1$.

В нашем случае удобно воспользоваться результатами работы [7], где для сред с показателем преломления $n(\bar{x}) = \sqrt{1 + \langle \beta, \bar{x} \rangle + \alpha^2 |\bar{x}|^2}$ выводятся явные формулы для решения ПКЗ. По проекционным данным $f(P, \theta)$ строится томограмма, содержащая искомое скоростное распределение, и тем самым решение ОКЗ завершается. В нашем случае для построения томограмм могут быть использованы методы и алгоритмы, являющиеся к настоящему времени классическим математическим обеспечением КТ. Без ограничения общности в компьютерных экспериментах использовался метод Ерохина–Шнейдерова [1] с предварительным сглаживанием проекций (измерения, выполненные под определенным ракурсом) бикубическими сплайнами в соответствии с оценочным уровнем случайной помехи.

Поскольку информация о V_0 , т.е. о константах A и B , носит эвристический характер и их точные значения неизвестны, то представляется важным использовать процедуру оптимизации их выбора. Используемый в данных исследованиях класс сред, имеющих скоростное распределение, описываемое формулой (14), где явно заданное выражение для V_0 отсутствует, представляется удобным для наглядного выполнения такой оптимизации.

2. Численное компьютерное моделирование решения ОКЗ

Обычно о параметре A имеется больше информации, и с его выбором больше определенности, чем с параметром B . В этой связи в численных экспериментах, результаты которых представлены на рис. 2–5, оптимизация проводится по одному параметру B , причем полученная тенденция наглядно демонстрирует имеющуюся зависимость точности решения ОКЗ от выбора B .

Для проведения численного компьютерного моделирования рассмотрим среду с показателем преломления $n(x) = \sqrt{1 - x_3 + 0,2x_1 - 2 \cdot 10^{-4} + 0,04|x|^2}$. Здесь существенным является присутствие сравнимого с градиентом по глубине (переменная x_3) изменения по переменной x_1 , это нарушает симметрию, что представляет практический интерес при диагностике неоднородностей такого типа. Относительно скорости $V(x)$ можно записать

$$V(x) = \frac{1}{n(x)} = \frac{1}{\sqrt{1 + \varphi(x)}} \approx 1 - \frac{\varphi(x)}{2} = 1 + 0,5x_3 - 0,1x_1 + 10^{-4}x_2 - 0,02|x|^2 = 1 + 0,5x_3 + V_1(\bar{x}), \tag{16}$$

где $V_1(\bar{x}) = -0,1x_1 + 10^{-4}x_2 - 0,02|x|^2$.

Таким образом, в качестве констант A и B можно выбрать $A = 1$ и $B = 0,5$. Тогда вся необходимая информация для решения ОКЗ по изложенному выше томографическому подходу получена. Действительно, значения параметра B выбирались в соответствии с таблицей.

Зависимость ошибки Q от изменения параметра B

B	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75
Q	33%	28%	24%	20%	17%	19%	22%

Значение Q является отклонением результата решения ОКЗ n_{1r} от точного значения n_{1e} , которое вычисляется по формуле

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i,j} [n_{1r}(x_{1i}, x_{2j}, x_3^*) - n_{1e}(x_{1i}, x_{2j}, x_3^*)]^2}{\sum_{i,j} n_{1e}^2(x_{1i}, x_{2j}, x_3^*)}}, \quad (17)$$

где $x_3^* = x_3^*(x_{1i}, x_{2j})$, i и j – текущие параметры сетки, в узлах которой вычисляются значения n_{1r} .

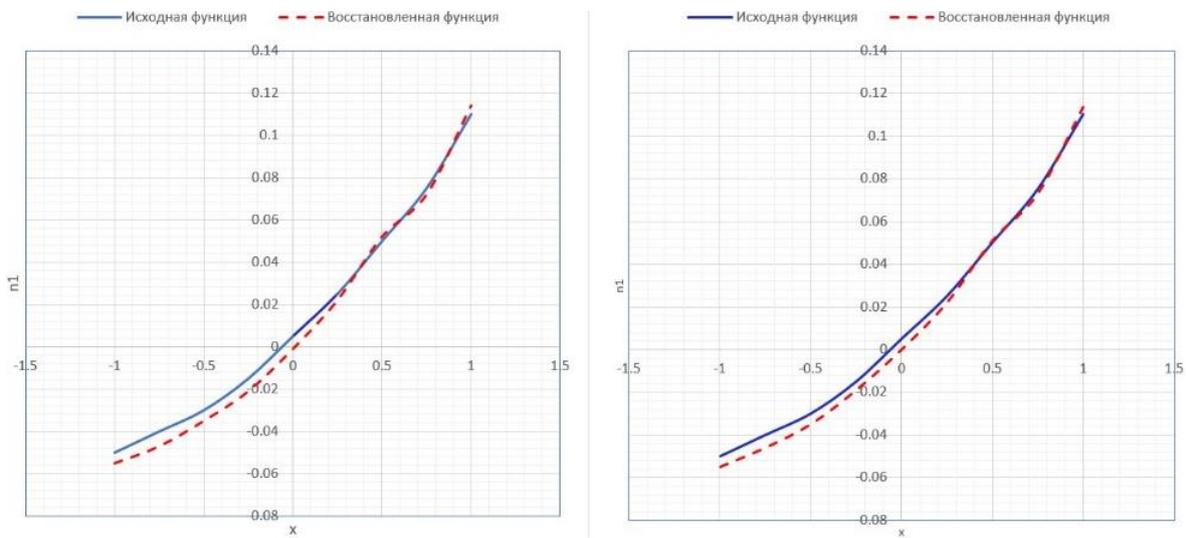


Рис. 2. Графическое изображение сечения плоскостью $x_2 = 0$ пространственного графика функции $n_1(x_1, x_2, Z^*)$ для последовательности значений параметра $B = 0,75$ и $B = 0,7$

Fig. 2. Graphic representation of a section by plane $x_2 = 0$ of the spatial graph of the function $n_1(x_1, x_2, Z^*)$ for a sequence of $B = 0.75$ and $B = 0.7$ values

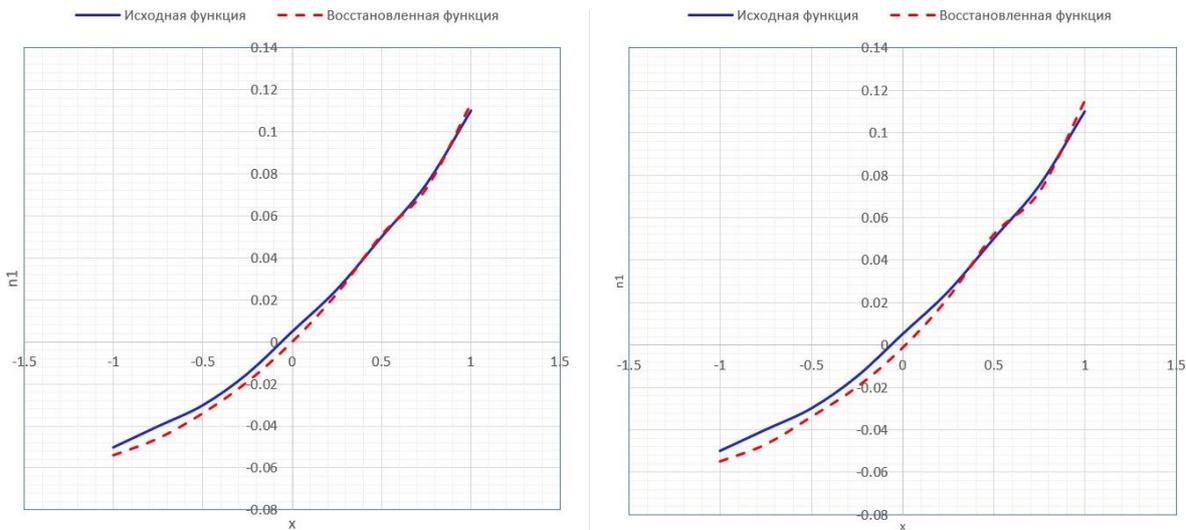


Рис. 3. Графическое изображение сечения плоскостью $x_2 = 0$ пространственного графика функции $n_1(x_1, x_2, Z^*)$ для последовательности значений параметра $B = 0,65$ и $B = 0,6$

Fig. 3. Graphic representation of a section by plane $x_2 = 0$ of the spatial graph of the function $n_1(x_1, x_2, Z^*)$ for a sequence of $B = 0.65$ and $B = 0.6$ values

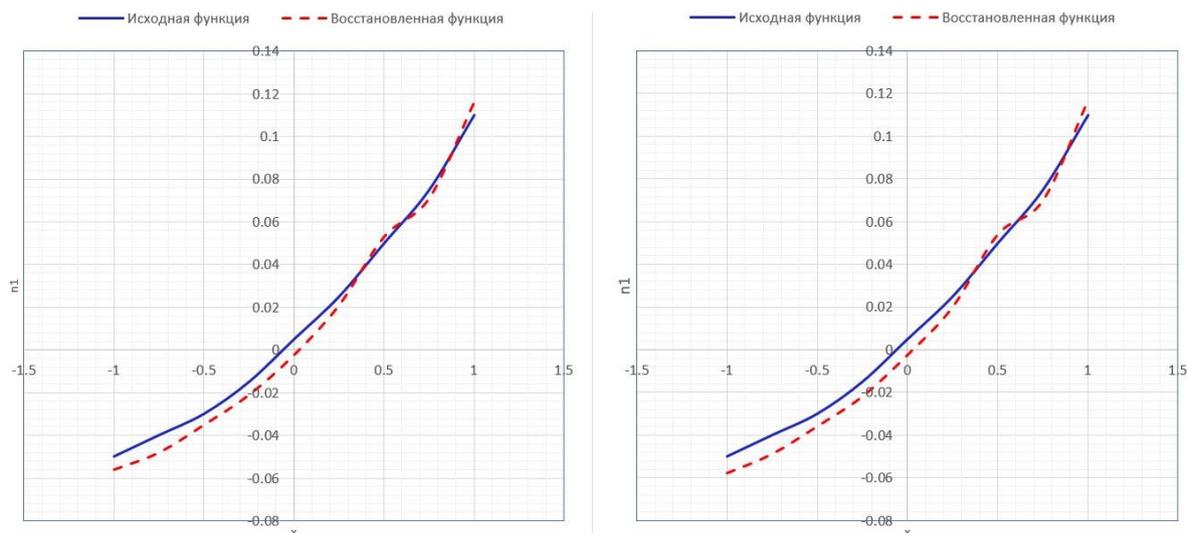


Рис. 4. Графическое изображение сечения плоскостью $x_2 = 0$ пространственного графика функции $n_1(x_1, x_2, Z^*)$ для последовательности значений параметра $B = 0,55$ и $B = 0,5$

Fig. 4. Graphic representation of a section by plane $x_2 = 0$ of the spatial graph of the function $n_1(x_1, x_2, Z^*)$ for a sequence of $B = 0,55$ and $B = 0,5$ values

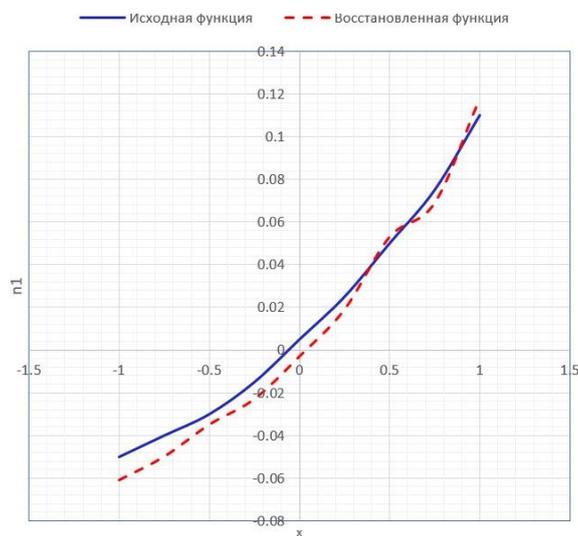


Рис. 5. Графическое изображение сечения плоскостью $x_2 = 0$ пространственного графика функции $n_1(x_1, x_2, Z^*)$ для значения параметра $B = 0,45$

Fig. 5. Graphic representation of a section by plane $x_2 = 0$ of the spatial graph of the function $n_1(x_1, x_2, Z^*)$ for a $B = 0,45$ value

Выполненные компьютерные эксперименты позволяют сделать вывод, что оптимальное в данном случае значение B находится в окрестности $B^* = 0,65$.

Заключение

Данная томографическая постановка ОКЗ в трехмерном случае ($V(x), x \in R^3$) позволяет находить скоростное распределение с точностью, определяемой условиями линеаризации и слабой степенью математической некорректности этой постановки [8]. Точность может быть повышена в результате оптимизации выбора «референтного» скоростного распределения, т.е. функции $V_0 = A + Bx_3$ (x_3 – глубина).

Томографический подход обеспечивает достоверность решения за счет:

- 1) полноты проекционных данных;
- 2) геометрии системы наблюдений, которая снимает некорректность задачи;
- 3) слабой математической некорректности томографической постановки.

Результаты данной работы допускают обобщение на веерную томографию в условиях алгебраической реконструкции, что отвечает интересам кинематической сейсмотомографии, создавая более благоприятные условия при проведении полевых геофизических измерений. Представляется перспективным рассмотренный подход, основанный на априорной информации для организации алгоритмического и программного обеспечения в условиях «эвристического поиска» в тематике искусственного интеллекта с выходом в локальную томографическую реконструкцию, т.е. в ROI-томографию, в том числе при регистрации проекционных данных в полосе и конусе лучей [9].

Следует отметить, что обратная задача скоростной диагностики скоростного распределения зондирующего сигнала в исследуемой среде может возникать как обратная задача для волнового уравнения [10, 11].

Список источников

1. Lavrent'ev M.M., Zerkal S.M., Trofimov O.E. *Computer Modeling in Tomography and Ill-Posed Problems*. Berlin : Walter de Gruyter, 2014. 126 p.
2. Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П. Некорректные задачи математической физики и анализа. М. : Наука, 1980. 286 с.
3. Папкова Ю.И. Звуковое поле в морском волноводе с неоднородной скоростью звука по глубине и трассе // Вестник Московского университета. Сер. 3. Физика. Астрономия. 2021. № 3. С. 27–35.
4. Греков А.Н., Греков Н.А., Сычев Е.Н. Среднечастотные акустические методы и средства для исследования водной среды. Севастополь : ИПТС, 2020. 126 с.
5. Микушин И.И. Метрологическое обеспечение измерений скорости звука в воде. СПб. : Изд-во СПбГЭТУ, 2023. 205 с.
6. Смирнов В.И. Курс высшей математики. М. : Наука, 1974. Т. 4, ч. 1. 336 с.
7. Лагунова К.Ф., Омельченко О.К. Об одном способе определения близких землетрясений и явные формулы для луча и времени // Неклассические проблемы математической физики : сб. науч. тр. / под ред. М. М. Лаврентьева. Новосибирск : ВЦ СО АН СССР, 1981. С. 121–129.
8. Добринский В.И., Лаврентьев М.М. Способ определения профиля скорости звука по записи акустического поля в одной точке // Тезисы докладов Второй Дальневосточной акустической конференции «Человек и океан». Владивосток, 1978. С. 12–14.
9. Peshkov A.V., Zerkal, S.M. Computational-heuristic algorithm for tomographic solution of industrial flaw detection problems // Proc. 16th Int. Scientific and Technical Conference Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE-2023). Novosibirsk. 10–12 Nov. 2023. P. 910–915. doi: 10.1109/APEIE59731.2023.10347879
10. Романов В.Г., Бугуева Т.В. Обратная задача для волнового уравнения с полиномиальной нелинейностью // Сибирский журнал индустриальной математики. 2023. Т. 26, № 1. С. 142–149. doi: 10.33048/SIBJIM.2023.26.113
11. Романов В.Г., Бугуева Т.В. Обратная задача для нелинейного волнового уравнения // Сибирский журнал индустриальной математики. 2022. Т. 25, № 2. С. 83–100. doi: 10.33048/SIBJIM.2021.25.206

References

1. Lavrentiev, M.M., Zerkal, S.M. & Trofimov, O.E. (2014) *Computer Modeling in Tomography and Ill-Posed Problems*. Berlin: Walter de Gruyter.
2. Lavrentiev, M.M., Romanov, V.G. & Shishatsky, S.P. (1980) *Nekorrektnye zadachi matematicheskoy fiziki i analiza* [Ill-posed problems of mathematical physics and analysis]. Moscow: Nauka.
3. Papkova, Yu.I. (2021) Zvukovoe pole v morskoy volnovode s neodnorodnoy skorost'yu zvuka po glubine i trasse [Sound field in a sea waveguide with a non-uniform speed of sound along the depth and path]. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Ser. 3. Fizika. Astronomiya*. 3. pp. 27–35.
4. Grekov, A.N., Grekov, N.A. & Sychev, E.N. (2020) *Srednечастotnye akusticheskie metody i sredstva dlya issledovaniya vodnoy sredy* [Mid-frequency acoustic methods and means for studying the aquatic environment]. Sevastopol: IPTS.
5. Mikushin, I.I. (2023) *Metrologicheskoe obespechenie izmereniy skorosti zvuka v vode* [Metrological support for measuring the speed of sound in water]. St. Petersburg: SPbGETU. pp. 193–203.
6. Smirnov, V.I. (1974) *Kurs vysshey matematiki* [Higher Mathematics]. Vol. 4. Moscow: Nauka.
7. Lagunova, K.F. & Omelchenko, O.K. (1981) Ob odnom sposobe opredeleniya blizkikh zemletryaseniy i yavnye formuly dlya lucha i vremeni [About one way to determine nearby earthquakes and explicit formulas for ray and time]. In: Lavrentyev, M. M. (ed.) *Neklassicheskie problemy matematicheskoy fiziki* [Non-classical problems of mathematical physics]. Novosibirsk: USSR AS. pp. 121–129.
8. Dobrinsky, V.I. & Lavrentiev, M.M. (1978) Sposob opredeleniya profilya skorosti zvuka po zapisi akusticheskogo polya v odnoy tochke [Method for determining the sound speed profile from recording the acoustic field at one point]. In: *Chelovek i okean* [Human and Ocean]. Theses of the Second Far Eastern Far Eastern Acoustic Conference. Vladivostok. pp. 12–14.

9. Peshkov, A.V. & Zerkal, S.M. (2023) Computational-heuristic algorithm for tomographic solution of industrial flaw detection problems. *Proceedings 16 International Scientific and Technical Conference Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE-2023)*. Novosibirsk, November 10–12, 2023. pp. 910–915. DOI: 10.1109/APEIE59731.2023.10347879
10. Romanov, V.G. & Bugueva, T.V. (2023) Obratnaya zadacha dlya volnovogo uravneniya s polinomial'noy nelineynost'yu [Inverse problem for the wave equation with polynomial nonlinearity]. *Sibirskiy zhurnal industrial'noy matematiki – Siberian Journal of Industrial Mathematics*. 26(1). pp. 142–149. DOI: 10.33048/SIBJIM.2023.26.113.
11. Romanov, V.G. & Bugueva, T.V. (2022) Obratnaya zadacha dlya nelineynogo volnovogo uravneniya [Inverse problem for a nonlinear wave equation]. *Sibirskiy zhurnal industrial'noy matematiki – Siberian Journal of Industrial Mathematics*. 25(2). pp. 83–100. DOI: 10.33048/SIBJIM.2021.25.206.

Информация об авторах:

Гервас Николай Владимирович – аспирант кафедры вычислительной техники Новосибирского государственного технического университета (Новосибирск, Россия). E-mail: nik.gervas@mail.ru

Зеркаль Сергей Михайлович – доктор технических наук, профессор кафедры вычислительной техники Новосибирского государственного технического университета (Новосибирск, Россия). E-mail: zerkal@ngs.ru

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Information about the authors:

Gervas Nikolai V. (Post-graduate Student, Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation). E-mail: nik.gervas@mail.ru

Zerkal Sergey M. (Doctor of Technical Sciences, Professor, Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation). E-mail: zerkal@ngs.ru

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Поступила в редакцию 30.07.2024; принята к публикации 02.12.2024

Received 30.07.2024; accepted for publication 02.12.2024