

Научная статья

УДК 536.46 + 536.24

doi: 10.17223/19988621/95/11

Методика и результаты численного расчета нестационарной скорости горения высокоэнергетического материала по известному закону изменения давления

Василий Андреевич Порязов¹, Алексей Юрьевич Крайнов²,
Дмитрий Алексеевич Крайнов³, Сергей Александрович Басалаев⁴

^{1, 2, 3, 4} Томский государственный университет, Томск, Россия

¹ poryazov@ftf.tsu.ru

² a.krainov@ftf.tsu.ru

³ kraynov@tpu.ru

⁴ tarm@niipmm.tsu.ru

Аннотация. Представлены методика и результаты численного расчета нестационарной скорости горения металлизированного смесового твердого топлива (МСТТ) по известному закону изменения давления. Для определения нестационарной скорости горения использовался метод, основанный на численном решении системы уравнений, описывающей физико-математическую модель горения МСТТ в сопряженной постановке, где физико-химические процессы в твердой фазе определяются уравнением теплопроводности и уравнением разложения окислителя в конденсированной фазе, процессы в газовой фазе описываются на основе подходов динамики многофазных реагирующих сред, на поверхности твердого топлива ставятся условия сохранения потоков массы компонентов и энергии. Анализ результатов исследования показал, что нестационарная скорость горения ВЭМ при сбросе давления отличается от квазистационарной, а предложенный метод расчета является корректным.

Ключевые слова: металлизированное твердое топливо, математическая модель, нестационарная скорость горения

Благодарности: Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта РНФ 19-79-10054.

Для цитирования: Порязов В.А., Крайнов А.Ю., Крайнов Д.А., Басалаев С.А. Методика и результаты численного расчета нестационарной скорости горения высокоэнергетического материала по известному закону изменения давления // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2025. № 95. С. 124–136. doi: 10.17223/19988621/95/11

The methodology and numerical calculations for the non-stationary burning rate of a high-energy material according to the well-known law of pressure variation

Vasiliy A. Poryazov¹, Aleksey Yu. Krainov²,
Dmitriy A. Krainov³, Sergey A. Basalaev⁴

^{1, 2, 3, 4} Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation

¹ poryazov@ftf.tsu.ru

² a.krainov@ftf.tsu.ru

³ kraynov@tpu.ru

⁴ tarm@niipmm.tsu.ru

Abstract. This paper presents the methodology and numerical calculations of the non-stationary burning rate of a high-energy material (HEM) based on the well-known law of pressure variation. Numerical calculations are carried out using the method based on the numerical solution of a system of equations describing a physical and mathematical model of the burning of HEMs in a conjugate formulation. In this model, the physical and chemical processes occurring in the solid phase are determined by the equations of thermal conductivity and oxidizer decomposition in the condensed phase. The gas-phase processes are described using the approaches of the dynamics of multiphase reacting media. On the surface of the solid propellant, the conditions for the conservation of component mass and energy are specified. The analysis of the results reveals that the non-stationary burning rate of HEMs during pressure release differs from the stationary one, and the proposed calculation method is accurate.

Keywords: metallized solid rocket propellant, mathematical model, non-stationary burning rate

Acknowledgments: This work was carried out with a financial support from the Russian Science Foundation (project No. 19-79-10054).

For citation: Poryazov, V.A., Krainov, A.Yu., Krainov, D.A., Basalaev, S.A. (2025) The methodology and numerical calculations for the non-stationary burning rate of a high-energy material according to the well-known law of pressure variation. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 95. pp. 124–136. doi: 10.17223/19988621/95/11

Введение

Получение информации о нестационарной скорости горения высокоэнергетического материала (ВЭМ) является актуальной научной задачей, особенно при быстром изменении давления [1–4]. Современная научная литература располагает значительным количеством предлагаемых методов [5, 6]. Широкое распространение получили методы, основанные на решении обратных задач внутренней баллистики (ОЗВБ-методы) [7–10].

При этом активно развиваются методы математического моделирования нестационарных процессов горения конденсированных высокоэнергетических

систем [11–13]. Предложенная в работе методика расчета нестационарной скорости горения рассматривается как вариант развития методов нахождения нестационарной скорости горения по известному закону изменения давления в камере сгорания.

В работе представлены методика и результаты численного расчета нестационарной скорости горения высокоэнергетического материала по известному закону изменения давления. Для определения нестационарной скорости горения использовался метод, основанный на численном решении системы уравнений, описывающей физико-математическую модель горения металлизированного смесового твердого топлива (МСТТ) в сопряженной постановке, где физико-химические процессы в твердой фазе определяются уравнением теплопроводности и уравнением разложения окислителя в конденсированной фазе, процессы в газовой фазе описываются на основе подходов динамики многофазных реагирующих сред, на поверхности твердого топлива ставятся условия сохранения потоков массы компонентов и энергии.

Методика эксперимента, описание экспериментальной установки

Эксперименты проводились на установке, схема которой приведена на рис. 1. Детальное описание установки, составов и условий проведения экспериментов дано в [10].

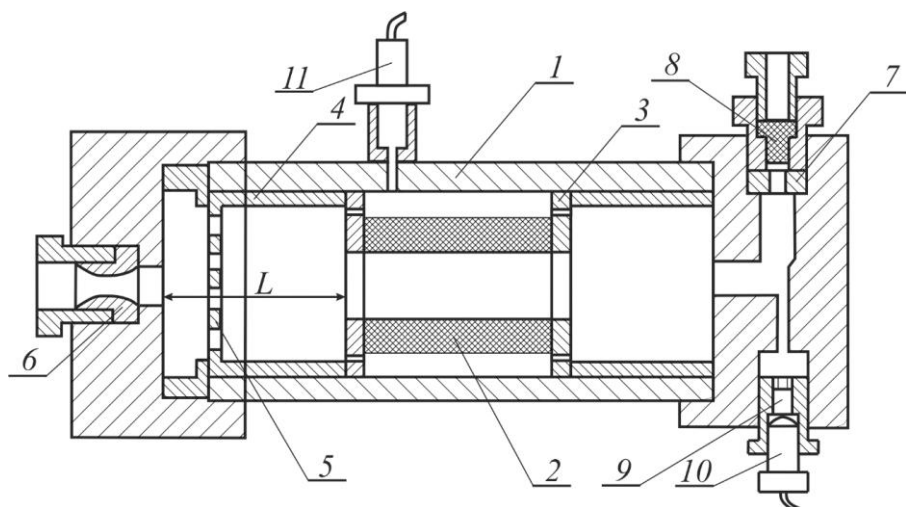


Рис. 1. Схема установки [10]: 1 – камера сгорания; 2 – заряд исследуемого ВЭМ; 3 – перфорированный контейнер; 4 – фиксаторы; 5 – диафрагма; 6 – основное сопло; 7 – дополнительное сопло; 8 – сгорающая пробка; 9 – воспламенитель; 10 – электрокапсульный инициатор; 11 – датчик давления

Fig. 1. Installation design [10]: 1, combustion chamber; 2, charge of the studied HEM; 3, perforated container; 4, clamps; 5, diaphragm; 6, main nozzle; 7, additional nozzle; 8, burning plug; 9, igniter; 10, electric capsule initiator; and 11, pressure sensor

Экспериментальные исследования по определению нестационарной скорости горения проводились для ВЭМ на основе инертного углеводородного горючего-связующего СКДМ-80 (раствор дивинильного каучука в трансформаторном масле в соотношении 20/80) и окислителя – бидисперсного перхлората аммония ПХА.

В качестве энергетических добавок использовались порошки алюминия промышленных марок АСД-4. Значение среднемассового диаметра частиц алюминия D_{43} 7.34 мкм. Экспериментально полученная зависимость давления от времени представлена на рис. 2. Аппроксимация полученного в эксперименте закона изменения давления имеет вид:

$$p(t) = (87.003922 + (-1.9153078 \times \text{pow}(9.4525223 \times t, 6.688972) - 102.57151/(\text{pow}(9.4525223 \times t, 5.9404836) - 0.46647462) - 24.064697)/\exp(t))/(2.2169473 + \text{pow}(8.4400129 \times t, 218.28163)) + (7.2332478 + 46.266483/(\text{pow}(9.4525223 \times t, 5.9404836) - 0.46647462))/\exp(t) - 2.1986706.$$

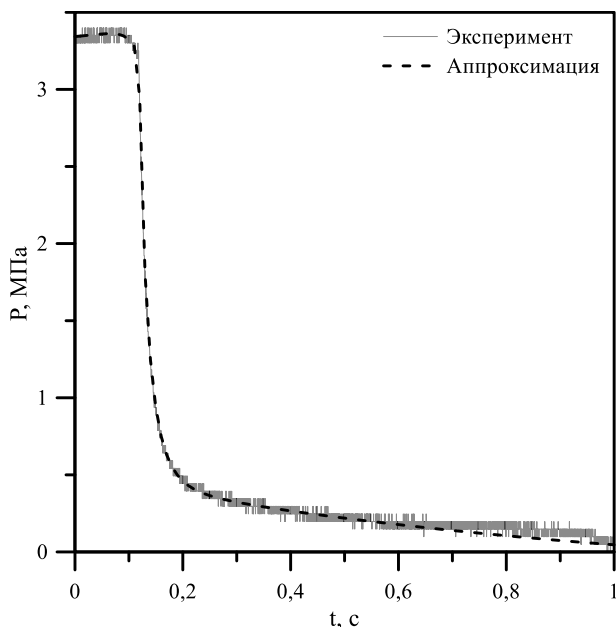


Рис. 2. Изменение давления во времени, полученное в эксперименте

Fig. 2. Experimental pressure variation with time

Физико-математическая модель и метод решения

Постановка задачи основывается на работах [11, 13]. Физико-химические процессы в твердой фазе определяются уравнением теплопроводности в конденсированной фазе и уравнением разложения окислителя. Процессы в газовой фазе описываются на основе подходов динамики многофазных реагирующих сред Р.И. Нигматулина [14]. Граница $x = 0$ находится и совпадает с поверхностью МСТТ, состоящего из окислителя, связки и порошка алюминия. Справа от границы находятся продукты газификации МСТТ. Предполагается, что окислитель твердого топлива при нагревании разлагается с образованием газообразных продуктов разложения. Газообразные продукты разложения окислителя образуются на последней стадии реакции, по достижении глубины превращения 0.99. Одновременно с поверхности топлива испаряется горючее связующее, увлекая за собой частицы алюминия. В газовой фазе газообразные горючее и окислитель смешиваются и реагируют. Реакция в газовой фазе экзотермическая, скорость реакции описывается законом

Аррениуса первого порядка. Газ при нагревании расширяется, возникает течение его от поверхности МСТТ, которым захватываются частицы алюминия. Частицы алюминия имеют известное, заранее заданное распределение по размерам, номер фракции частиц изменяется от i до N_f . Частицы в потоке реагирующих продуктов газификации окислителя и горючего прогреваются и начинают гореть. Величина температуры загорания частиц алюминия $T_{z,i}$ зависит от их размера. Зависимость температуры загорания частиц алюминия от их размера взята из [15]. При сформулированных допущениях математическая постановка задачи имеет следующий вид.

Для твердого топлива, $-\infty < x < 0$:

уравнение теплопроводности в твердом топливе:

$$\rho_c c_c \left(\frac{\partial T_c}{\partial t} + u_c \frac{\partial T_c}{\partial x} \right) = \lambda_c \frac{\partial^2 T_c}{\partial x^2} + Q_c k_c \rho_c (1 - \eta) \exp \left(-\frac{E_c}{RT_c} \right), \quad (1)$$

уравнение разложения окислителя в твердом топливе:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u_c \frac{\partial \eta}{\partial x} = k_c (1 - \eta) \exp \left(-\frac{E_c}{RT_c} \right). \quad (2)$$

Уравнения для газовой фазы, $0 < x < L$:

уравнение сохранения массы газа:

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \frac{\partial \rho_g u_g}{\partial x} = - \sum_{i=1..N_f} G_{1,i}, \quad (3)$$

уравнение сохранения импульса газа:

$$\frac{\partial \rho_g u_g}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_g u_g^2 + p)}{\partial x} = \sum_{i=1..N_f} [-\tau_{tr,i} - G_{1,i} u_g], \quad (4)$$

уравнение сохранения энергии газа:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_g (\epsilon_g + 0.5 u_g^2)}{\partial t} + \frac{\partial [\rho_g u_g (\epsilon_g + 0.5 u_g^2) + p u_g]}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial x} \right) - \\ - \sum_{i=1..N_f} \left[G_{1,i} (c_{pg} T_g + u_g^2 / 2) + u_{p,i} \tau_{tr,i} + \alpha_{p,i} n_{p,i} S_{p,i} (T_g - T_{p,i}) \right] + Q_g G_g, \end{aligned} \quad (5)$$

уравнение сохранения массы окислителя в газе:

$$\frac{\partial \rho_{ox}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{ox} u_g}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_g \rho_g \frac{\partial a_{ox}}{\partial x} \right) - \sum_{i=1..N_f} G_{1,i} - G_g, \quad (6)$$

уравнения баланса массы частиц i -й фракции:

$$\frac{\partial \rho_{p,i}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{p,i} u_{p,i}}{\partial x} = G_{1,i}, \quad i = 1..N_f, \quad (7)$$

уравнение сохранения импульса частиц i -й фракции:

$$\frac{\partial \rho_{p,i} u_{p,i}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{p,i} u_{p,i}^2}{\partial x} = \tau_{tr,i} + G_{1,i} u_g, \quad i = 1..N_f, \quad (8)$$

уравнение энергии частиц i -й фракции:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{p,i} (\epsilon_{p,i} + 0.5 u_{p,i}^2)}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{p,i} u_{p,i} (\epsilon_{p,i} + 0.5 u_{p,i}^2)}{\partial x} = \frac{Q_1 G_{1,i}}{\alpha_1} + \\ + \left[G_{1,i} (c_{pg} T_g + u_g^2 / 2) + \tau_{tr,i} u_{p,i} + \alpha_{p,i} S_{p,i} n_{p,i} (T_g - T_{p,i}) \right], \quad i = 1..N_f, \end{aligned} \quad (9)$$

уравнение счетной концентрации частиц i -й фракции:

$$\frac{\partial n_{p,i}}{\partial t} + \frac{\partial n_{p,i} u_{p,i}}{\partial x} = 0, \quad i = 1..N_f, \quad (10)$$

уравнение состояния газа:

$$p = \rho_g R_g T_g, \quad (11)$$

начальные условия:

$$\begin{aligned} -\infty < x < 0 : T_c(x, 0) = T_0, \eta = 0, \\ 0 \leq x < \infty : T_g(x, 0) = T_{p,i}(x, 0) = T_b, \rho_{ox}(x, 0) = 0, \rho_{p,i}(x, 0) = 0, \\ u_g(x, 0) = u_{p,i}(x, 0) = 0, \rho_g(x, 0) = \rho_b, n_{p,i}(x, 0) = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Граничные условия задаются из следующих соображений. Координата $x = 0$ соответствует поверхности горения.

На границе $x = 0$ выполняются законы сохранения потоков массы компонентов газификации твердого топлива и потоков энергии:

$$\begin{aligned} \lambda_g \frac{T_g(0, t)}{\partial x} = \lambda_c \frac{T_c(0, t)}{\partial x} + L_c \rho_f u_c, \quad T_{p,i}(0, t) = T_g(0, t), \quad \rho_g(0, t) = \frac{p_g}{R_g T_g(0, t)}, \\ \alpha_{ox} u_c \rho_c = \rho_g D_g \frac{\partial a_{ox}(0, t)}{\partial x} + u_g(0, t) \rho_{ox}(0, t), \quad n_{p,i}(0, t) = \frac{\rho_{p,i}(0, t)}{(4/3) \pi r_{Al,0,i}^3 \rho_p^0}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\rho_{p,i}(0, t) = \alpha_{Al,i} \rho_c, \quad \alpha_{Al,i} \rho_c u_c = \rho_{p,i}(0, t) u_{p,i}(0, t), \quad \left(1 - \sum_{i=1..N_f} \alpha_{Al,i} \right) \rho_c u_c = \rho_g(0, t) u_g(0, t).$$

на левой границе, $x = -\infty$:

$$\frac{\partial T_c(-\infty, t)}{\partial x} = 0, \quad (14)$$

на правой границе, $x = L$:

$$\frac{\partial a_{ox}(L, t)}{\partial x} = \frac{\partial T_g(L, t)}{\partial x} = 0, \quad (15)$$

$$p(L, t) = p_L(t), \quad p_L(t) = \begin{cases} P_b = const, & t \leq t_c, \\ P(t), & t > t_c. \end{cases}$$

В уравнениях (1)–(15) c_{pg} , c_{vg} , c_c – удельная теплоемкость газа при постоянном давлении, газа при постоянном объеме, твердого топлива, T – температура, u_c – линейная скорость горения твердого топлива, u – скорость, p – давление, ρ – плотность, λ – коэффициент теплопроводности, Q – тепловой эффект реакции, k – предэкспоненциальный множитель в законе Аррениуса, η – глубина превращения в твердом топливе, E – энергия активации химической реакции, R – универсальная газовая постоянная, $\varepsilon_g = p/(\gamma - 1) + 0.5 u_g^2 \rho_g$ – полная энергия газа, $\varepsilon_{p,i} = c_p T_{p,i} \rho_{p,i} + 0.5 u_{p,i}^2 \rho_{p,i}$ – полная энергия частиц i -й фракции, $\alpha_{p,i} = Nu_{p,i} \lambda_g / (2 r_{p,i})$ – коэффициент теплообмена газа с частицами, D_g – коэффициент диффузии, $\gamma = c_{pg} / c_{vg}$ – показатель адиабаты, τ_{tr} – сила трения, $\rho_c = 1/(\alpha_{c,ox} / \rho_{c,ox} + \alpha_f / \rho_f + \alpha_{Al} / \rho_{Al})$ – плотность смесового твердого топлива, $\rho_{c,ox}$ – плотность вещества окислителя, ρ_f – плотность вещества связки, ρ_{Al} – плотность

алюминия, $\alpha_{Al} = \sum_{i=1..Nf} \alpha_{Al,i}$ – массовая доля порошка алюминия, $\alpha_{c,ox}$ – массовая

доля окислителя, α_f – массовая доля горючего связующего, t – время, x – координата, L_c – теплота испарения связки, $r_{p,i} = \sqrt[3]{3\rho_{p,i}/(4\pi n_{p,i}\rho_{Al})}$ – радиус частицы

i -й фракции; $r_{Al,i} = \left[\left(\frac{\mu_{Al} + 3/2\mu_O}{\mu_{Al}} r_{Al,0,i}^3 - \frac{\rho_{p,i}}{(4/3)\pi n_{p,i}\rho_p^0} \right) \frac{2\mu_{Al}}{3\mu_O} \right]^{1/3}$ – размер (радиус)

оставшейся части алюминия в частице, μ_{Al} , μ_O – молярные массы алюминия и кислорода, L – правая граница расчетной области, давление на которой меняется по заданному закону. Индексом b отмечены начальные значения параметров состояния, p – параметры частиц, g – параметры газа, c – параметры смесового твердого топлива, ox – окислитель, f – горючее, Al – алюминий, i – номер фракции частиц алюминия.

Коэффициент теплоотдачи вычисляется по формуле [16]

$$\alpha_{p,i} = \frac{Nu\lambda_g}{2r_{p,i}}, \quad Nu = 2 + \sqrt{Nu_l^2 + Nu_t^2}, \quad Nu_l = 0,664 Re^{0,5}, \quad Nu_t = 0,037 Re^{0,8}.$$

Скорость изменения массы частиц при их горении определяется зависимостью $G_{1,i} = \alpha_1 n_{p,i} \rho_p^0 S_{p,i} k(a_{ox}, r_{Al,i}) \beta_{m,i} / (k(a_{ox}, r_{Al,i}) + \beta_{m,i})$, где $\beta_{m,i} = \lambda_g(T_g) Nu / (c_g \rho_g r_{p,i})$ –

коэффициент массоотдачи частиц при числе Льюиса $Le = \frac{D_g}{\lambda_g(T_g)/(c_g \rho_g)} = 1$,

$k(a_{ox}, r_{Al,i}) = k_{02} a_f^{0,9} / \sqrt{r_{Al,i}}$, α_1 – стехиометрический коэффициент реакции алюминия с окислителем, $S_{p,i}$ – площадь поверхности частицы, ρ_p^0 – плотность вещества частицы.

Скорость химической реакции в газовой фазе определяется из соотношения

$$G_2 = \rho_{ox} k_{0g} \exp(-E_g / (RT_g)).$$

Сила трения между частицами и газом определяется выражением $\tau_{tr,i} = n_{p,i} F_{tr,i}$ [11],

где $F_{tr,i} = C_r S_{m,i} \rho_g (u_g - u_{p,i}) |u_g - u_{p,i}| / 2$ – сила взаимодействия одиночной частицы

с газом, $C_r = 24(1 + 0.15 Re^{0.682}) / Re$ – коэффициент трения, $Re = 2\rho_g r_{p,i} |u_g - u_{p,i}| / \eta_g$ –

число Рейнольдса, S_m – площадь миделевого сечения, η_g – коэффициент динамической вязкости газа.

Методика решения

Уравнения (1)–(15) решались численно. Уравнения (1), (2) решались с использованием явной разностной схемы, для аппроксимации конвективных слагаемых использовались разности против потока. Шаг по пространству брался равным $\Delta h = 2.5 \cdot 10^{-7}$ м. Количество точек подбиралось таким, чтобы выполнялось граничное условие (14). Уравнения (3)–(6) решались численно методом С.К. Годунова [17]. Слагаемые в правых частях уравнений, описывающие процессы переноса за счет теплопроводности и диффузии, аппроксимировались явно на трехточечном шаблоне. Решение уравнений (7)–(10) проводилось методом [18]. Шаг по пространству

вблизи поверхности твердого топлива (до координаты $x = 7.5 \cdot 10^{-5}$ м) задавался постоянным и равным $\Delta h_i = 2.5 \cdot 10^{-7}$ м. После координаты $x = 7.5 \cdot 10^{-5}$ м шаг по пространству увеличивался в направлении правой границы по правилу $\Delta h_{i+1} = 1.02 \cdot \Delta h_i$. Размер расчетной области выбирался таким, чтобы в этой области завершились все реакции горения газа и частиц алюминия. Величина схемной диффузии при выбранном шаге Δh была много меньше коэффициента диффузии D_g . Шаг по времени определялся из условия устойчивости Куранта, $\Delta t < \Delta h_i / (\max[c] + \max[|u_g|])$, где c – скорость звука, и условия устойчивости явной разностной схемы для решения уравнений (1), (2) и выбирался минимальный. Граничные условия (13)–(15) аппроксимировались конечными разностями с первым порядком точности.

Система уравнений (1)–(15) решается до установления стационарной линейной скорости горения твердого топлива u_c при заданных начальных условиях, далее расчет проводится в соответствии с заданным законом изменения давления.

Результаты расчетов

В расчетах приняты следующие исходные данные: $c_{pg} = 1466.5$ Дж/(кг·К), $c_{vg} = 1202$ Дж/(кг·К), $R = 8.315$ Дж/(кг·К), $c_c = 1465$ Дж/(кг·К), $c_p = 760$ Дж/(кг·К), $\lambda_c = 0.25$ Дж/(м·с·К), $\lambda_g = 0.35$ Дж/(м·с·К), $\eta_g = 5 \cdot 10^{-5}$ Па·с, $Q_c = 0.7$ МДж/кг, $k_{0c} = 6.3 \cdot 10^8$ 1/с, $E_c = 100000$ Дж/моль, $Q_1 = 12.75$ МДж/кг, $k_{02} = 2.22 \cdot 10^{-5}$ м^{1.5}/с, $Q_g = 42.61775$ МДж/кг, $k_{0g} = 4.12 \cdot 10^9$ 1/с, $E_g = 188325$ Дж/моль, $\alpha_1 = 0.8889$, $\alpha_{Al} = 0.15$, $\alpha_{ox} = 0.65$, $\alpha_f = 0.2$, $\rho_{c,ox} = 1950$ кг/м³, $\rho_f = 1270$ кг/м³, $\rho_{Al} = 2700$ кг/м³, $a_f = 0.5$, $T_b = 293$ К. Для проведения расчетов была принято, что частицы, оттекающие от поверхности твердого топлива с газообразными продуктами газификации твердого топлива, имеют одинаковый размер (монодисперсная среда, $N_f = 1$), $r_{Al,0} = 7.5$ мкм.

Проведены расчеты зависимости стационарной скорости горения от давления. На рис. 3 представлена зависимость стационарной скорости горения от давления. На рис. 4. представлена связь стационарной скорости горения с температурой поверхности топлива.

Далее расчеты проводились при заданном законе изменения давления над поверхностью топлива, полученном из эксперимента при: $P_b = 3.3$ МПа; функция $p(t)$, определяющая закон изменения давления во времени при сбросе давления, была получена путем аппроксимации экспериментальных измерений:

$$p(t) = (87.003922 + (-1.9153078 \times \text{pow}(9.4525223 \times t, 6.688972) - 102.57151/(\text{pow}(9.4525223 \times t, 5.9404836) - 0.46647462) - 24.064697)/\exp(t))/(2.2169473 + \text{pow}(8.4400129 \times t, 218.28163)) + (7.2332478 + 46.266483/(\text{pow}(9.4525223 \times t, 5.9404836) - 0.46647462))/\exp(t) - 2.1986706.$$

Представляет интерес определение отклонения нестационарной скорости горения от квазистационарных ее значений при изменении давления, как измерено в эксперименте. На рис. 5 представлено изменение скорости горения от времени при изменении давления во времени в соответствии с аппроксимацией экспериментальных данных, пунктирной линией показана квазистационарная скорость горения при соответствующем мгновенном значении давления. На рис. 6 представ-

лено изменение температуры поверхности топлива от времени при изменении давления над поверхностью горения в соответствии с экспериментальными данными.

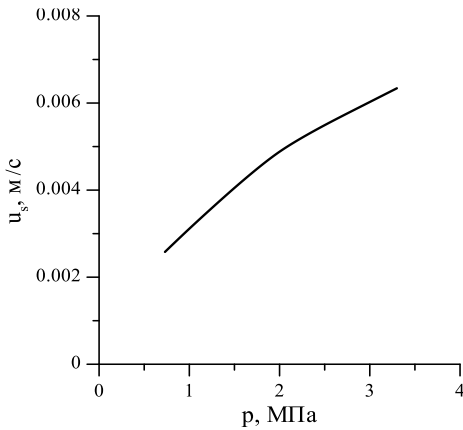


Рис. 3. Зависимость стационарной скорости горения от давления
Fig. 3. Stationary burning rate as a function of pressure

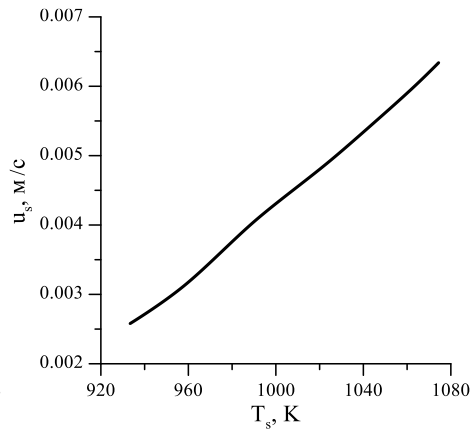


Рис. 4. Связь стационарной скорости горения с температурой поверхности топлива
Fig. 4. Stationary burning rate as a function of temperature of the propellant surface

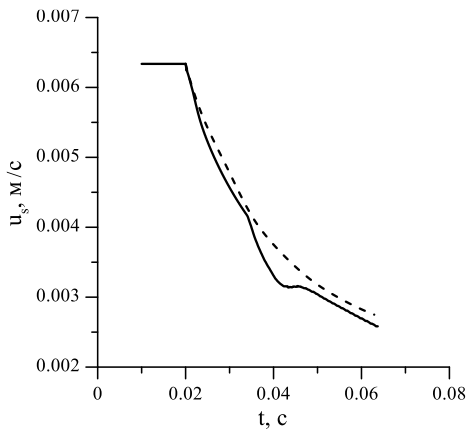


Рис. 5. Нестационарная скорость горения во времени при изменении давления над поверхностью топлива, как в эксперименте (сплошная линия), и квазистационарная скорость горения при соответствующем мгновенном значении давления (пунктирная линия)
Fig. 5. Time dependence of the non-stationary burning rate at varying pressure above the propellant surface as in the experiment (the solid line) and quasi-stationary burning rate at the corresponding instantaneous pressure (the dotted line)

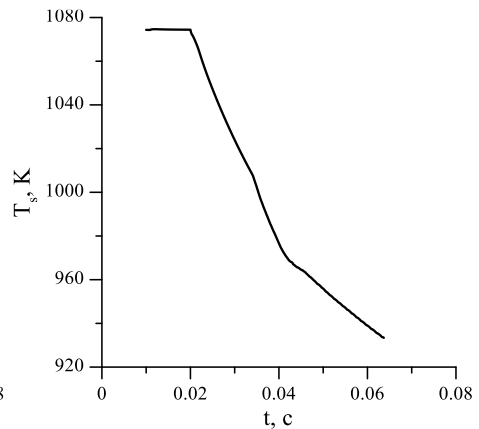


Рис. 6. Изменение температуры поверхности топлива при изменении давления над поверхностью топлива, как в эксперименте
Fig. 6. Variation of the propellant surface temperature with pressure above the propellant surface as in the experiment

На рис. 7 представлена связь нестационарной скорости горения с температурой поверхности топлива при изменении давления, как в эксперименте (сплошная линия), и в квазистационарном случае (пунктирная линия). На рис. 8 представлено отношение нестационарной скорости горения к квазистационарной скорости горения при изменении давления над поверхностью топлива при изменении давления во времени в соответствии с аппроксимацией экспериментальных данных. Соответствующее мгновенное значение квазистационарной скорости горения вычисляется при значении давления в заданный момент времени.

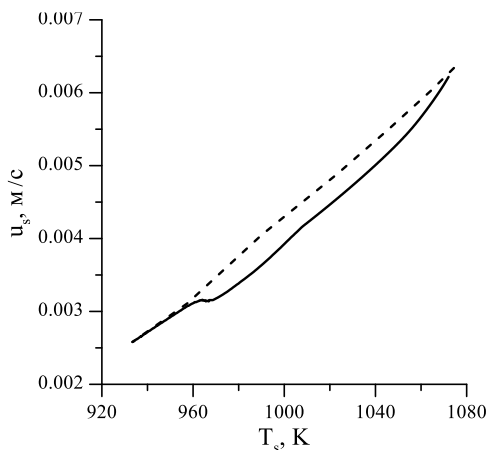


Рис. 7. Связь нестационарной скорости горения с температурой поверхности топлива при изменении давления, как в эксперименте (сплошная линия), и в квазистационарном случае (пунктирная линия)

Fig. 7. Non-stationary burning rate as a function of temperature of the propellant surface at varying pressure both in the experiment (the solid line) and in the quasi-stationary case (the dotted line)

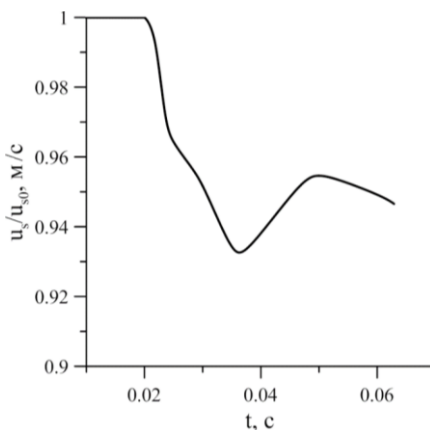


Рис. 8. Отношение нестационарной скорости горения к квазистационарной скорости горения при соответствующем мгновенном значении давления, как в эксперименте

Fig. 8. The ratio of non-stationary and quasi-stationary burning rates at the corresponding instantaneous pressure as in the experiment

Заключение

В работе предложена методика численного расчета нестационарной скорости горения высокоэнергетического материала по известному закону изменения давления. Для расчета нестационарной скорости горения использовалась ранее разработанная авторами физико-математическая модель горения металлизированного смесового твердого топлива в сопряженной постановке [11–13]. В предложенной модели физико-химические процессы в твердой фазе определяются уравнением теплопроводности и уравнением разложения окислителя в конденсированной фазе, а процессы в газовой фазе описываются на основе подходов динамики многофазных реагирующих сред, на поверхности твердого топлива ставятся условия сохранения потоков массы компонентов и энергии. Анализ результатов исследования показывает, что предложенная методика применима для расчета нестационарной скорости горения и отражает основные физические закономерности процесса.

Список источников

1. De Luca L.T., Kuo K.K., Summerfield M. Extinction theories and experiments // *Fundamentals of Solid-Propellant Combustion. Progress in Astronautics and Aeronautics*, 1984. V. 90. P. 661–732.
2. Маршаков В.Н. Анализ повторного воспламенения пороха после спада давления с позиции очагово-пульсирующего механизма горения // *Физика горения и взрыва*. 1991. Т. 27, № 1. С. 12–18.
3. Маршаков В.Н., Пучков В.М. Расчет нестационарной скорости горения по известному закону изменения давления при переходных процессах в двигателе на твердом топливе // *Химическая физика*. 2014. Т. 33, № 5. С. 62–68.
4. Маршаков В.Н. Эксперимент и расчет спада давления в камере сгорания ракетного двигателя при вскрытии дополнительного сопла // *Горение и взрыв*. 2017. Т. 10, № 4. С. 63–70.
5. Zarko V.E., Kuo K.K. Critical review of methods for regression rate measurements of condensed phase systems // *Non-intrusive Combustion Diagnostics* / K.K. Kuo, T. Parr (eds.). New York: Begel House, 1994. P. 600–623.
6. Архипов В.А., Бондарчук С.С., Жуков А.С. Нестационарные режимы горения конденсированных систем : учеб. пособие. Томск: Изд. Дом. Том. гос. ун-та, 2017.
7. Архипов В.А., Зимин Д.А. Анализ условий применимости обратных методов восстановления нестационарной скорости горения // *Физика горения и взрыва*. 2000. Т. 36, № 3. С. 39–43.
8. Архипов В.А., Бондарчук С.С., Коротких А.Г. Сравнительный анализ методов измерения нестационарной скорости горения. I. Методы исследования // *Физика горения и взрыва*. 2010. Т. 46, № 5. С. 82–87.
9. Архипов В.А., Бондарчук С.С., Коротких А.Г. Сравнительный анализ методов измерения нестационарной скорости горения. II. Результаты исследования // *Физика горения и взрыва*. 2010. Т. 46, № 5. С. 88–96.
10. Архипов В.А., Басалаев С.А., Бондарчук С.С., Глотов О.Г., Порязов В.А., Дубкова Я.А. Экспериментальное исследование нестационарной скорости горения высокоэнергетических материалов при сбросе давления // *Физика горения и взрыва*. 2023. Т. 59, № 2. С. 133–140.
11. Крайнов А.Ю., Порязов В.А., Моисеева К.М. Численное моделирование нестационарного горения твердого топлива в камере сгорания регулируемой твердотопливной двигательной установки // *Инженерно-физический журнал*. 2022. Т. 95, № 6. С. 1633–1643.
12. Крайнов А.Ю., Порязов В.А. Численное моделирование нестационарного горения пороха при быстром росте давления на основе сопряженной модели горения // *Инженерно-физический журнал*. 2022. Т. 95, № 1. С. 185–193.
13. Krainov A.Yu., Poryazov V.A., Krainov D.A. Mathematical modelling on extinction of metalized composite solid propellant under a sudden drop in pressure // *Propellants, Explosives, Pyrotechnics*. 2021. V. 47 (1). P. 1–9. doi: 10.1002/prep.202100123
14. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987.
15. Ягодников Д.А. Воспламенение и горение порошкообразных металлов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009.
16. Справочник по теплообменникам: в 2 т. М.: Энергоатомиздат, 1987. Т. 1.
17. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976.
18. Крайко А.Н. О поверхностях разрыва в среде, лишенной ‘собственного’ давления // *Прикладная математика и механика*. 1979. Т. 43, № 3. С. 500–510.

References

1. De Luca L.T., Kuo K.K., Summerfield M. (1984) Extinction theories and experiments. *Fundamentals of Solid-Propellant Combustion. Progress in Astronautics and Aeronautics*. 90. pp. 661–732. doi: 10.2514/5.9781600865671.0661.0732

2. Marshakov V.N. (1991) Analysis of secondary ignition of a powder after a drop in pressure from the position of a site-pulsation mechanism of combustion. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 27(1). pp. 10–15. doi: 10.1007/BF00785347
3. Marshakov, V.N., Puchkov, V.M. (2014) Calculation of the unsteady burning velocity according to a known law of pressure variation during transient processes in a solid-propellant rocket engine. *Russian Journal of Physical Chemistry B*. 8. pp. 345–351. doi: 10.1134/S1990793114030099
4. Marshakov V.N. (2017) Eksperiment i raschet spada davleniya v kamere sgoraniya raketnogo dvigatelya pri vskrytii dopolnitel'nogo sopla [Experiment and calculation of pressure drop in the combustion chamber of a rocket engine when opening an additional nozzle]. *Gorenie i vzryv – Combustion and Explosion*. 10(4). pp. 63–70.
5. Zarko V.E., Kuo K.K. (1994) Critical review of methods for regression rate measurements of condensed phase systems. *Non-intrusive Combustion Diagnostics*. New York: Begel House. pp. 600–623.
6. Arkhipov V.A., Bondarchuk S.S., Zhukov A.S. (2017) *Nestatsionarnye rezhimy goreniya kondensirovannykh sistem. Uchebnoe posobie* [Non-stationary combustion modes of condensed systems. Study guide]. Tomsk.
7. Arkhipov V.A., Zimin D.A. (2020) Applicability conditions for inverse methods of reconstructing the nonsteady burning rate. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 36(3). pp. 318–322. doi: 10.1007/BF02699383
8. Arkhipov V.A., Bondarchuk S.S., Korotkikh A.G. (2010) Comparative analysis of methods for measuring the transient burning rate. I. Research methods. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 46(5). pp. 564–569. doi: 10.1007/s10573-010-0074-9
9. Arkhipov V.A., Bondarchuk S.S., Korotkikh A.G. (2010) Comparative analysis of methods for measuring the transient burning rate. II. Research results. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 46(5). pp. 570–577. doi: 10.1007/s10573-010-0075-8
10. Arkhipov V.A., Basalaev S.A., Bondarchuk S.S., Poryazov V.A., Dubkova, Y.A. (2023) Experimental study of unsteady burning rate of high-energy materials under depressurization. *Combustion, Explosion and Shock Waves*. 59(2). pp. 244–251. doi: 10.1134/S0010508223020168
11. Krainov A.Yu., Poryazov V.A., Moiseeva K.M. (2022) Numerical simulation of the nonstationary burning of a solid propellant in the combustion chamber of a controllable solid-propellant propulsion system. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 95(6). pp. 1604–1614. doi: 10.1007/s10891-022-02629-1
12. Krainov A.Y., Poryazov V.A. (2022) Numerical simulation of unsteady gunpowder combustion at a rapid rise in pressure on the basis of a conjugate combustion model. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 95(1). pp. 184–192. doi: 10.1007/s10891-022-02466-2
13. Krainov A.Yu., Poryazov V.A., Krainov D.A. (2021) Mathematical modelling on extinction of metallized composite solid propellant under a sudden drop in pressure. *Propellants, Explosives, Pyrotechnics*. 46. doi: 10.1002/prep.202100123
14. Nigmatulin R.I. (1987) *Dinamika mnogofaznykh sred* [Dynamics of multiphase media]. Moscow: Nauka.
15. Yagodnikov D.A. (2009) *Vosplamnenie i gorenie poroshkoobraznykh metallov* [Ignition and combustion of powdered metals]. Moscow: Moskovskiy gosudarstvennyy tekhnicheskii universitet im. N.E. Bauman.
16. *Spravochnik po teploobmennikam* (1987) [Handbook of heat exchangers]. Volume 1. Moscow: Energoatomizdat.
17. Godunov S.K., Zabrodin A.V., Ivanov, M.I., Krayko A.N., Prokopov G.P. (1976) *Chislennoe reshenie mnogomernykh zadach gazovoy dinamiki* [Numerical solution to multidimensional problems of gas dynamics]. Moscow: Nauka.
18. Kraiko A.N. (1979) On discontinuity surfaces in a medium devoid of “proper” pressure. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 43(3). pp. 539–549. doi: 10.1016/0021-8928(79)90102-3

Сведения об авторах:

Порязов Василий Андреевич – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математической физики Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: poryazov@ftf.tsu.ru

Крайнов Алексей Юрьевич – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математической физики физико-технического факультета Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: a.krainov@ftf.tsu.ru

Крайнов Дмитрий Алексеевич – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Томского политехнического университета (Томск, Россия). E-mail: kraynov@tpu.ru

Басалаев Сергей Александрович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: tarm@niipmm.tsu.ru

Information about the authors:

Poryazov Vasily A. (Candidate of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: poryazov@ftf.tsu.ru

Krainov Aleksey Yu. (Doctor of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: a.krainov@ftf.tsu.ru

Krainov Dmitry A. (Candidate of Physics and Mathematics, Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: kraynov@tpu.ru

Basalaev Sergey A. (Candidate of Physics and Mathematics, Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: tarm@niipmm.tsu.ru

Статья поступила в редакцию 06.05.2024; принята к публикации 09.06.2025

The article was submitted 06.05.2024; accepted for publication 09.06.2025