УДК 155.6+51:10

Л.Р. Данакари

МЕСТО ИНТУИЦИИ В МАТЕМАТИКЕ: ОСОБЕННОСТИ ФИЛОСОФСКО-ЭПИСТЕМОЛОГИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Рассматриваются роль и место интуиции в математике, соотношение интеллектуального мышления и интуитивного созерцания. Автором подчеркивается специфика математической интуиции в познании мира. Выявляется особенность интуиции при формировании математических теорий.

Ключевые слова: *математическая интуиция, математическое знание, идеальные объекты, аксиомы, созерцание, непосредственное знание.*

В настоящее время, когда значительно усилилось влияние неклассической традиции, господствующее положение занял постмодернистский форсированный плюрализм, интуиция возродилась как феникс и стала востребованным феноменом как для научного, так и для философского исследования. В рамках настоящей статьи нам хотелось бы остановиться на определении роли и места интуиции в математике. Это предполагает исследование соотношения логического и интуитивного знания, а также определение объективности истины, полученной без доказательств, значит, с помощью интуиции.

Актуальность исследования заключается в необходимости философского постижения и обоснования новых открытий в математике, где немалую роль всегда играла интуиция. Очевидно, что современная математика сохраняет многие черты предыдущих эпох, но имеет и свои особенности. Она заключается в чрезвычайно высоком уровне абстракций и идеализаций науки, значительной сложности новых математических моделей. В качестве конкретных примеров можно отметить четыре теории математики, которые уже достаточно убедительно заявили о себе. Речь идет о теории категорий, нестандартном анализе, теории нечетных множеств, теории катастроф. Важнейшей целью работы, в том числе и новизной, является попытка философского объяснения новых открытий, выявления логического и интуитивного в процессе «озарения», математического творчества.

Сегодня движение в сторону абстракций и идеализаций, в сторону «формализма» и обобщающих теорий имеет достаточное оправдание. Оно связано, во-первых, с необходимостью введения логически строгих определений, «жестких» математических операций и форм записи математических утверждений, а во-вторых, интенсивностью и расширением предмета современной математики. Одновременно под влиянием запросов науки и техники, компьютеризации и информатизации в центре внимания математиков остаются обобщающие теоремы, методы, теории. Правда, в числе главных тенденций развития современной математики все же остается движение к конкретным задачам, реальной практике.

Естественно, что чем более абстрактными становятся математические понятия и теории, тем они в совокупности более конкретны, богаче содержанием, ближе к действительности. Современные теории подтверждают мысль о том, что правильные математические абстракции не удаляются от реального мира, а, скорее, приближаются к нему, отражают глубинные свойства и отношения материи. Теоретическая математика нашего времени в «союзе» с компьютерными и информационными технологиями отражает количественные отношения и пространственные формы действительного мира гораздо глубже и шире, чем это свойственно было для науки даже первой половины прошлого столетия. Однако новые открытия в науке, в том числе и математике, нисколько не умаляют роли и значения субъективных факторов, рационального и иррационального в деятельности ученого, непосредственного и опосредованного знания.

Оценивая современное состояние математики, И.И. Блехман, А.Д. Мышкис и Я.Г. Пановко пишут, что прикладное направление в математике стало преобладающим и эта тенденция не только сохранится, но и будет даже усиливаться. Следует согласиться с их мнением о том, что «это дает возможность утверждать, что после периодов развития математики, которое можно условно назвать догреческим, греческим, Возрождения и теоретико-множественным, мы вступили в качественно новый период «всеобщей математизации» [1. С.25–26]. Появление компьютеров, дальнейшее развитие таких дисциплин, как кибернетика, теория автоматического регулирования, исследование операций, оказавших существенное влияние на развитие и общий облик современной математики. Благодаря математике происходят качественные изменения во многих областях естествознания, техники, социальных наук, общественной жизни.

Ученых и философов всегда волновали фундаментальные вопросы о том, как устроена Вселенная, насколько возможно постижение ее красоты и гармонии; какова специфика математических объектов; насколько объективно математическое знание отражает объективный мир. О месте же математической интуиции в познании мира известный математик и философ А. Пуанкаре писал: «Если я обладаю чувством, так сказать, интуицией этого порядка, так что могу обозреть одним взглядом все рассуждения в целом, то мне не приходится опасаться, что я забуду какой-нибудь один из элементов; каждый из них сам по себе займет назначенное ему место без всякого усилия памяти с моей стороны… Понятно, что это чувство, этот род математической интуиции, благодаря которой мы отгадываем скрытые гармонии и соотношения, не может быть принадлежностью всех людей.

Одни не обладают ни этим тонким, трудно оценимым чувством, ни силой памяти и внимания выше среднего уровня, и тогда они оказываются совершенно неспособными понять сколько-нибудь сложные математические теории. Другие, обладая этим чувством лишь в слабой степени, одарены в то же время редкой памятью и большой способностью внимания» [2. С. 403].

Для научного и философского познания всегда были актуальны такие вопросы, как и каким образом люди, ограниченные пространственными и временными рамками бытия, с помощью чувственных и рациональных методов видения мира входят в контакт с идеальными объектами математики и получают истинное знание об этих объектах. Следует отметить, что научное сообщество по-разному понимает взаимосвязь философии и математики. Философы и математики, занятые поисками субстанциональных оснований мира, часто при объяснении многих фактов реальности придерживаются разных точек зрения. Однако, несмотря на это, известно, насколько одновременно универсальны и отличны философская картина мира и теория математической красоты и гармонии Вселенной.

И философы, и математики всегда в поиске, заинтересованы в новейших открытиях, дальнейшей разработке и создании новых научных категорий и абстрактных моделей, объясняющих природу и сущность ранее неизвестных объектов. Для простой иллюстрации можно поразмыслить над тем, как соотносятся математические объекты, например «множество», и философские категории, «универсалии». Математические утверждения об объектах математики анализируются в терминах теории познания, а математические модели оцениваются как свидетельства в пользу той или иной философской концепции. При таком подходе осуществляется редукция, сведение проблем о природе специфических математических объектов к общефилософским проблемам.

Внимание математика всегда приковано к математической структуре, к ее моделированию, открытию некоторых других структур, а также к тому, как они соотносятся с уже изученными структурами. Без сомнения, интеллектуальный восторг от открытия происходит, в первую очередь, в результате подсознательного выбора, «озарения», интуитивного знания. Для того, чтобы понять, что такое «интуитивное мышление», какова природа интеллектуального знания, следует обратиться к рассмотрению феномена интуиции. В науке прямое или непосредственное усмотрение истины получило название «интуиция». Как известно, латинское слово «intuitus» в переводе означает видение, созерцание, т.е. «усмотрение с помощью зрения». Ведущая роль зрения связана с тем, что из всех внешних чувств оно является главным для познания.

На наш взгляд, для понимания соотношения логического и интуитивного, роли интуиции в математических открытиях, особенно современных, важно обратиться к истории философии, выявлению роли математики в философском постижении Космоса, построении объективной картины мира.

Еще в эпоху Античности, в период формирования классической эпистемологии, были проведены различия между видами и формами знания, в том числе знанием непосредственным и опосредованным. Впервые эти особенности заметили античные математики. Древнегреческие мудрецы, математики и философы, были удивлены красотой и гармонией Космоса, богатством его содержания. Несмотря на совершенство «мира идей» Платона, античные математики исходили из объективной реальности представлений о космической гармонии. Поэтому их математика была целостной наукой (насколько можно судить), собственно методологией, основанной на четко сформулированных традициях классической эпистемологии и законах логики. Главным достижением их творчества можно признать рационализм, мысль о способности человеческого разума постичь сущность природы и ее законов, в результате математика и ее построения становятся ключом к познанию мира.

Математика как наука в классическом понимании формируется в античной Греции. Если в странах Древнего Востока математические знания в основном использовались для практических целей и обыденных нужд: подсчетов и измерений, магических ритуалов и обрядов, то античные греки подошли к ней с другой, теоретической стороны. Пифагорейцы выдвинули тезис о том, что «числа правят миром».

Древнегреческие математики, жившие в доклассический и классический период, сформулировали первые математические теории и модели мира. Они пришли к мысли, к которой возвращались неоднократно, что именно математика способна стать универсальным языком для выражения физических законов, что «все есть число». Точность и глубина этих выводов были поняты и оценены в Новое время и современную эпоху. Они строились, исходя из определенного числа посылок и положений, цепочек логических умозаключений, конструкций, основанных на непосредственных знаниях, носивших во многом интуитивный характер. Первые натурфилософские школы Античности, конструировавшие математические модели мира, основывались на наблюдениях, философских и логических рассуждениях и непосредственных, интуитивных выводах.

Успехи в формировании математической модели обладали неоспоримой предсказательной силой. Такая работа помогла сформировать философскую методологию для математического знания, завершить превращение математики из свода полуэвристических алгоритмов в целостную систему знания. В основу этой системы впервые был положен дедуктивный метод, позволивший из непосредственного, интуитивного и опосредованного теоретического знания выводить истины. Для древнегреческих математиков стало очевидной плодотворность и результативность дедуктивного метода, способного выявлять неочевидные связи между реальностью, научными фактами, понятиями и сферой математики.

Как известно, античное «научное чудо» начинается с философской школы Милета (Фалес, Анаксимен, Анаксимандр) и пифагорейцев. Ионийцы, как пишет Евдем Радосский, стали активно изучать природу, осуществлять поиск субстанции, «первоначал» мира, они же дали первые доказательства нескольких геометрических теорем, например, о том, что вертикальные углы равны. Однако вплоть до VI в. до н.э. древнегреческая математика не выделялась, так как были освоены только простые арифметические исчисления и измерения. Пифагор и его ученики известны тем, что заложили основы античной теоретической математики. В пифагорейской школе были разработаны арифметическая теория чисел, аксиоматический метод. Их заслугой также является занятие геометрией, доказательство теоремы, которую позже назвали именем Пифагора, изучение правильных многогранников. Построение теории музыки, зависимость музыкальной гармонии от отношений целых чисел стали решающим аргументом в формировании моделей математической гармонии мира. Пифагорейцы видели в числах свойства и отношения, присущие гармоническим сочетаниям… Элементы чисел они предположили элементами всех вещей и всю вселенную гармонией и числом» [3. С.19].

Пифагорейцы полагали, что арифметика лежит в основе всех законов природы, что с ее помощью можно проникнуть во все тайны мира. В отличие от геометрии, арифметика у них строилась не на базе аксиом; свойства натуральных чисел они считали самоочевидными, хотя они стремились к доказательствам своих теорем. Пифагорейцы далеко продвинулись в теории делимости, увлеклись разными числами, которым придавали интуитивное значение.

Большинство работ античных математиков не дошло до современности. Они известны нам благодаря упоминаниям авторов и комментаторов позднейшего периода, в первую очередь Папы Александрийского (III в.), Прокла (V в.), Симпликия (VI в.) и др. Конечно, среди сохранившихся трудов важную роль сыграли «Начала» Евклида и отдельные работы Аристотеля, Архимеда, Аполония, Диофанта.

Древние мыслители имели в своем распоряжении относительно развитую для того периода систему математических знаний. Все модели космической гармонии античных математиков, метафизический «мир идей» Платона, аристотелевская система первоначального бытия вещей в его целостности, прежде всего, опирались на непосредственное знание и таинственные способности интуитивного постижения. Характеризуя Античность, А.Ф. Лосев выделяет интуицию числа и «геометрической фигуры» [4. С. 1], что является весьма значимой и характерной чертой для всего античного мышления. Красота построений, последовательность выводов из общепринятых постулатов позволяли им увидеть специфичность математики. И не случайно, что в таком подходе многие математики увидели идеал и стремились привести к нему другие области знания, в том числе и философию.

В математическом знании часто используются как аксиомы, т.е. истины без доказательства, так и теоремы, получающие признание на основе доказательств. Как показала история развития науки, в любом случае и то, и друго соответствует реальности. Математическое знание воспринимается не как простая сумма истин, а как определенное логическое отношение между ними.

В философии различение непосредственного и опосредованного знания привело к формированию и чувственной, и интеллектуальной интуиции. Это стало возможным на этапе накопления огромного практического опыта и развития абстрактного мышления, когда философы стали объяснять логические особенности математических истин с помощью непосредственного знания.

Обращаясь к современности, зададимся вопросом: какие философские выводы вытекают из новых математических открытий? Например, какие выводы можно сделать из факта существования и развития алгебраической теории категорий? С возникновением алгебраической теории категорий в методологии математики во второй половине XX в. наметились два пути: 1) идти ли в направлении дальнейшего развития теоретико-множественной математики, принимая ее основанием науки, или же 2) создавать новые, теоретико-категориальные основы с далеко идущими перспективами в развитии математической культуры.

Дж. Белл в статье «Теория категорий и основания математики» подробно анализирует вопрос: может ли теория категорий служить основанием математики? В этом вопросе он выделяет два смысловых значения: 1) может ли теория категорий в своих терминах выразить все математические понятия? и 2) может ли она подменить собою аксиоматическую теорию множеств? Белл считает, что в первом смысле положительное решение маловероятно, а во втором – вполне возможно. Значит, теория категорий может подменить собою аксиоматическую теорию множеств.

На наш взгляд, теории категорий принадлежит такое же значение, какое имели в преобразовании математического знания исследования Декарта, Лобачевского, Кантора. Они вели не только к перестройке категориального аппарата математики, стиля мышления в ней, но и качественно меняли философскую оценку роли науки в социально-культурной жизни общества. Возникновение алгебраической теории категории, ее эвристический потенциал стали свидетельством того, что математическое познание осуществляется в соответствии с основными принципами и законами материалистической диалектики. Являясь, с одной стороны, зависимой от теории множества, она выступает в дальнейшем ее общением, освобождая математику от частной (специфической) формы. В результате сама теория категорий приобретает способность быть пригодной для обоснования широкого класса математических теорий.

Теория категорий разрушила догматические представления об универсальности и единственности теории множеств быть фундаментом всей математики. Она заложила новые основы как для теории множеств, так и для всей математики. Ее эвристическая возможность выразилась в способности описывать свойства и отношения математических объектов из различных областей науки. Открылись новые горизонты для алгебраической геометрии, математической логики, появилась возможность и для теории множеств по построению нового типа моделей.

В частности, Б.Л. Яшин в своей теории категорий выделил три направления: во-первых, направление, в котором исследуются возможности и границы применения идей и методов гомологической алгебры. Во-вторых, направление, ставящее своей целью изучение понятия «структура», а также установление связей между различными структурами. В-третьих, направление, задача которого состоит в унификации математических понятий и языка различных разделов математики на базе теории категорий.

Как известно, на протяжении многих столетий представители формализма, логицизма и интуиционизма осуществляли поиск оснований математики. Исследования современных последователей обусловили возникновение различных математик. В современную эпоху стала признанной точка зрения, согласной которой существует три вида математики. Во-первых, это классическая математика, или математика завершенных процессов (множеств); во-вторых, конструктивная математика, или математика процессов, которые осуществляются человеком по определенным алгоритмам; в-третьих, интуиционистская математика, или математика любых, а не только ограниченных алгоритмами процессов.

Во второй половине XX века в числе новых научных направлений в математике оказался и нестандартный анализ, у истоков которого стоят К. Шмиден, Д. Даугвиц, А.Ф. Мони, А. Робинсон. Его предметом является приложение нестандартных моделей к исследованиям в традиционных областях науки: математическом анализе, теории функций, теории дифференциальных уравнений. Важной характеристикой нестандартного анализа является то, что в нем бесконечно малое рассматривается не как переменные величины, т.е. не как функции, стремящиеся к нулю, а как величины постоянные. Словом, в нестандартном анализе получают право на существование актуально малые величины, утверждается существование нового математического объекта, которого нет в обычном «стандартном» анализе, нет его и в формальной логике.

Идеи нестандартного анализа, методология исследования в нем проникли как в теоретическую, так и в прикладную математику; в теорию функций комплексного переменного; в аналитическую механику; гидродинамику; теорию упругости. Рассматривая внематематические приложения нестандартного анализа, можно указать на математическую экономику (задачи, где рассматривается рынок с бесконечно большим числом участников, каждый из которых вносит бесконечно малый вклад).

В условиях современного плюрализма, признания «множественности истин», актуальности формирования новой научной и философской картин мира огромный интерес представляет теория нечетких множеств. Она появилась во второй половине XX века и связана с именем американского специалиста в области автоматического управления Л.А. Заде. Появление теории нечетких множеств детерминировано непрерывной динамикой и диалектикой мира, развитием науки, увеличением сложности постижения природы, нарастанием риска и неопределенностей в современном обществе. Как известно, классическая логика Дж. Буля и теория множеств Г. Кантора описывают мир в контрастном, «черно-белом» цвете. В правилах рассуждений используются понятия «истина» или «ложь», «да» или «нет» (на языке математики: 1 или 0). Однако объективно существующая и непрерывно развивающаяся природа: естественный и созданный человеком искусственный мир намного сложнее, богаче красками. Следовательно, отражая окружающий мир, мышление человека будет в некоторой степени нечетким, «размытым». Как отобразить это состояние мира и человека на языке математики? Именно Л. Заде удалось создать такой язык и метод. Они основываются на логике, которой дали название «нечеткая логика», или «логика приблизительных рассуждений», которая имеет множество значений истинности. Саму теорию нечетких множеств он рассматривает в качестве аппарата анализа и моделирования «гуманитарных систем». Гуманистическими системами Л. Заде называет те, «на поведение которых сильное влияние оказывают суждения, восприятия или эмоции человека».

Нечеткую логику Л. Заде определяет как «логику», лежащую в основе приблизительных рассуждений. Действительно, в большинстве случаев рассуждения человека приблизительны. Поэтому, как он считает, такая логическая система дает лучшую математическую модель для формализации рассуждений, чем классическая двузначная логика.

Какое практическое значение приобретут теория нечетких множеств и нечеткая логика – покажет будущее. Однако уже сегодня несомненным является их использование в компьютерных системах, в системах автоматического управления (скажем, поездами, банковскими операциями, промышленностью), в постановке медицинского диагноза, в химических технологиях, психологии, социологии и других сферах жизнедеятельности людей. Определяя перспективы методов расплывчатых алгоритмов в теории управления, Л. Заде отмечал, что теория управления должна меньше значения придавать математической строгости и точности. В центре ее внимания должны быть качественные и приближенные решения насущных проблем реального мира.

Факт наличия теорий типа «нечетких» множеств не есть свидетельство того, что математика потеряла статус «точной науки». Скорее это проявление разных аспектов функционирования математического знания, проявление диалектики науки, свидетельствующее о соответствии математики требованиям практики. В подобных теориях научное знание повернуто в сторону человека, в сторону его реального мышления и тех проблем действительности, в которых качественные и приближенные решения играют доминирующую роль. Они близки в своей сущности к многозначным и бесконечным математическим логикам, с помощью которых можно моделировать истинность человеческих суждений, располагая их на «шкале правдоподобия» от абсолютной истинности до абсолютной ложности.

Сегодня теория катастроф рассматривается как совокупность математических и физических идей, имеющих «выход» в геометрию, алгебру, анализ, топологию, теорию особенностей, теорию бифуркаций, неравновесную термодинамику, синергетику, теорию динамических систем и в другие области науки. Она имеет прямой «выход» и в практику – связана с исследованием устойчивости судов, геометрии (линии тока) движущейся жидкости, оптических процессов в атмосфере (радуга, мираж), формы морских и океанских волн, упругости тела и другими. Она используется при решении проблем лазерной физики, биологии, экологии, социологии.

Одно из интересных приложений теории катастроф – область геометрической оптики, связанная с исследованием образования каустик. «Каустика» («жгучая») – это место концентрации световых лучей. Название вполне себя оправдывает, если каустика образована солнечным светом, сопровождающимся тепловым излучением. Из всех каустик наиболее интересными являются радуга на небе и мираж в пустыне. Теория катастроф позволяет описывать образование скоплений галактик, предсказывать области, «свободные» от галактик, и другие структурные характеристики материи.

Дальнейшее развитие математики, использование компьютеров, появление новых методов математического моделирования, проникающих во все области научного знания, расширяют горизонты научного исследования, в том числе и социальных процессов, позволяют найти оптимальные варианты управления в условиях нарастания риска и случайностей во все более глобализирующемся мире. Современные теории дают определенные представления о путях развития математики, о взаимоотношениях теории и практики. Углубление математического познания сопровождается созданием «узких» областей науки со своими специфическими законами и методами исследования. Одновременно расширение предметной области математики свидетельствует о стремлении человека сблизить различные части науки на основе обобщающей теории, сформировать научную картину мира, в процессе формирования которой немалую роль играет творческая лаборатория ученого, опирающегося на интуицию, в том числе и философскую.

Как известно, сегодня в философии среди видов знаний различают непосредственное и опосредованное знание. Интуицией, или непосредственным знанием, называют знание, представляющее собой прямое усмотрение истины, т.е. усмотрение объективной связи вещей, не опирающееся на доказательство [5. С. 3]. Такое знание добывается с помощью внешних чувств, отличается непосредственным характером и не нуждается в доказательстве. Истинность такого знания открывается прямо; так как непосредственное усмотрение истины достигается с помощью органов чувств: зрения, слуха, обоняния.

На наш взгляд, следует более четко различать природу и сущность понятия «интуиция», которое используются как в науке, так и в философии. В отличие от науки философия не просто описывает, регистрирует, а дает теоретическое объяснение каждому виду знания, в том числе и интуиции.

Естественно, что результаты работы ума никогда не могут быть тождественны чувственному «видению» или «созерцанию». Конечно, когда мы говорим об «интеллектуальной интуиции», то отдаем себе отчет, какой смысл имеет понятие «интуиция» в применении к деятельности ума. «Интеллектуальная интуиция» всегда воспринимается как образное выражение, так как ум ничего не «видит» в прямом смысле слова. Использование понятия «интеллектуальная интуиция» предполагает идею о происхождении постижений ума и абстракций из лежащих в их основе чувственных созерцаний.

Сразу же оговоримся, что «интеллектуальное созерцание» понимается как образное выражение. Усмотрение мыслимого в доказательствах содержания создает непреложное сознание его истинности. Добытые в результате интуиции истины, хотя и не созерцаются чувственным зрением, однако осознаются как истины, непосредственно отражающие реальность. От чувственных интуиций их отличает интеллектуальный характер постижений.

На всех исторических этапах развития философии понятия «чувственная интуиция» и «интеллектуальная интуиция» по-разному воспринимались сторонниками как сенсуализма, так и рационализма. Однако интуитивное знание, несмотря на критическое отношение к нему, всегда применялось для обоснования философских теорий. Не секрет, что часто в объективных описаниях реальные виды интуитивного знания непосредственно переплетались с их философским объяснением. Каждый вид интуиции как факт знания воспринимался как реальность, существующая в сфере познания для всех познающих. В результате сегодня философских теорий интуиции оказывается столько, сколько существует эпистемологических теорий, объясняющих факты интуитивного познания.

Теперь, непосредственно возвращаясь к теме, отметим, что для нас важным является современное эпистемологическое исследование роли интуиции в математике как актуального и значимого фактора в росте и приращении научного знания.

Движущей силой творческого процесса в математике является интуиция как особая способность мышления к неосознанным, как бы свернутым умозаключениям, которые логическим, дискурсивным путем разворачиваются. Естественно, что рефлексия осуществляется над самим умозаключением, что не является деятельностью интуиции как таковой. Сложность заключается в том, что эти выводы сложно переформатировать, потому что деятельность интуиции скрыта в подсознании, ведь осознается только ее результат.

На этапе скрытого, неявного знания, предшествующего озарению, неосознанные образы постепенно трансформируются, происходит вербализация, а затем и преобразование дискурсивных рассуждений в явное теоретическое знание, которое непосредственно выражается в символах и терминах математики.

Роль интуиции в процессе математического творчества доказывается всей историей развития науки. Решение любой задачи, каждое математическое открытие непременно содержит в себе интуитивный элемент. Присутствие интуиции всегда психологически ощутимо, поскольку любое утверждение всегда предшествует собственно доказательству. Математик делает определенный вывод в результате интуитивной деятельности, когда формулирует мысль на основе работы интуиции, а затем уже стремится обосновать его на языке математических символов.

Место интуиции в математическом исследовании неоднозначно, она влияет на личность и характер самого математика, определяет стиль мышления и особенности его деятельности. Какой из подходов к решению задачи окажется наиболее эффективным, конечно, зависит от аналитического и интуитивного математического мышления. Об интуитивном стиле мышления свидетельствует сам процесс математического творчества, когда при долгом размышлении над проблемой неожиданно приходит «озарение» и совершается открытие.

В частности, А.Л. Литвинова пишет: «Озаренная светом разума интуиция предстает в виде выжидательной установки, созерцания и всматривания, причем только всегда последующий результат может установить, сколько было «всмотрено» в объект и сколько в нем действительно было заложено» [6. С. 19].

В результате появляется решение задачи, хотя формальное обоснование результата занимает значительное время. Часто именно интуиция помогает быстро найти удачные предположения, определить, какой из вариантов, подходов к решению окажется наиболее эффективным. Интуитивное мышление характеризуется тем, что в нем отсутствуют определенные стадии, этапы, разграничения. Часто математик получает результат, мало осознавая при этом сам мыслительный процесс, посредством которого его получил.

Не секрет, что обычно интуитивное мышление осуществляется в виде скачков, быстрых переходов, с пропуском отдельных звеньев. Этот механизм, конечно, требует проверки выводов с помощью аналитического мышления; именно оно позволяет через некоторое время отчетливо представлять и выражать отдельные этапы в процессе решения задачи, обосновать ее. Только тогда все это принимает форму емкого, дедуктивного рассуждения, естественно, с использованием логики. По нашему мнению, для математика важно понимание единства аналитического мышления и интеллектуальной интуиции, дополняющих друг друга. Для иллюстрации можно ссылаться на мнение А. Пуанкаре, который писал: «Чистая логика всегда привела бы нас только к тавтологии; она не могла бы создать ничего нового; сама по себе она не может дать начало никакой науке. Для того, чтобы создать геометрию или какую бы то ни было науку, нужно нечто другое, чем чистая логика. Для обозначения этого другого у нас нет иного слова, кроме слова «интуиция»…Интуиция не основывается неизбежно на свидетельстве чувств; чувства скоро оказались бы бессильными…» [2. С. 210–211].

Для современного этапа неклассической эпистемологии, переживающей процесс активного развития и стремящейся переосмыслить новейшие открытия в науке, особенно актуален анализ математического знания. Такая аналитическая работа необходима для выявления конкретного механизма интуиции в различных областях научного познания.

Действительно, на современном этапе динамики постклассической и неклассической науки все более актуальным становится изучение эвристической роли интуиции в сферах специализированного знания. Интерпретация математических знаний в традициях неклассической эпистемологии, особенно с помощью интуиции, намного расширяет горизонты познания. Здесь особая роль принадлежит интеллектуальной интуиции в объяснении и обосновании новейших открытий. История развития математического знания показывает, насколько более значима роль интуиции в математике, чем в любой другой области научного знания. Сегодня закономерности интуиции, выявленные на основе математических открытий, могут быть полезными и за пределами самих фундаментальных наук.

Обращаясь к истории и философии науки, отметим, что еще античные мудрецы заметили универсальность и специфичность математики в постижении окружающего мира, формализации его законов. Математика показала богатство «мира идей», выявила соотношение физического и метафизического, обосновала необходимость постижения идеального, значимость потенциального и актуального, как и каким образом возникает новое, что является его источником, насколько объективно существование логики, какова логическая последовательность выводов из выявленных постулатов.

Поиски ответов на происхождение и сущность мироздания привели к созданию интуитивно математических систем, наполненных религиозными и мифологическими, а затем и философскими смыслами. Конечно, сама интеллектуальная деятельность, процесс созерцания открытий до сих пор продолжают оставаться удивительной «тайной», «озарением», творчеством, символом могущества мышления человека, которую впоследствии латиняне стали называть «intuitus», т.е. интуицией. Деятельность человека на пути поиска нового, рождения качественно иного, оригинального и уникального всегда вызывала удивление.

Обращаясь к науке и философии Нового времени, отметим особую значимость для эпохи поиска познавательных способностей, в том числе и интуиции. Как известно, Ф. Бэкон одним из первых в новоевропейской науке поставил вопрос о методах познания. Чему же отдаст предпочтение наука: ощущениям или разуму, методу интуитивного постижения или логическому рассуждению с математическим доказательством. Основную цель своей теории познания Ф. Бэкон видит в том, чтобы «с помощью особой науки сделать разум адекватным материальным вещам, найти особое искусство указания и наведения (direction), которое раскрывало бы нам и делало известным остальные науки, их аксиомы и методы…» [7. С. 299]. По его мнению, на человеческий разум больше всего действует то, что внезапно может его поразить; именно это обыкновенно возбуждает и заполняет воображение. Однако основоположник эмпиризма, не решаясь использовать «чувственную интуицию» древних мыслителей, начинает разрабатывать свою методологию. Скептически относится Ф. Бэкон к интеллектуальной интуиции Средневековья, не считая возможным ввести ее в свою теорию познания.

Как известно, одним из «первооткрывателей» философской проблемы интуиции является Р. Декарт. Во всяком случае, его определение интуиции можно считать господствующим в науке XVII века. Занятия математикой определили дальнейшее стремление Р. Декарта преобразовать эту науку с помощью философии. С этой целью он обращается к дедуктивно-рационалистическому методу научного познания. «Под интуицией я подразумеваю не зыбкое свидетельство чувств и не обманчивое суждение неправильно слагающего воображения, а понимание ясного и внимательного ума, настолько лёгкое и отчётливое, что не остаётся совершенно никакого сомнения относительно того, что мы разумеем, или, что то же самое, несомненное понимание ясного и внимательного ума, которое порождается одним лишь светом разума и является более простым, а значит, и более достоверным, чем сама дедукция» [8. С. 84]. В этом рационалистическом определении интуиции четко прослеживается ее интеллектуальный характер. Таким образом, интуиция для него – это высшее проявление единства знания, и притом знания интеллектуального, ибо в акте интуиции разум человеческий одновременно мыслит и созерцает.

Высокую роль интуиции в познании подчеркивал также математик и философ Готфрид Лейбниц. Для него интуиция – высший уровень познания, позволяющий осознать все рациональные истины. Под интуитивным он понимает познание, при котором мы одновременно мыслим в совокупности все признаки, характерные для данной вещи. Рациональная интуиция – это своего рода «монада» всех рациональных доказательств, сосредоточившая все предикаты вещи в сознании субъекта. Г. Лейбниц определил интуитивное знание не как изначальное, хотя оно и позволяет получать начальные дефиниции рационального познания, а как результат длительной предшествующей познавательной деятельности. Последняя, в свою очередь, осуществляется дискурсивным мышлением. Далее Г. Лейбниц вводит еще один важный элемент в декартово определение интуиции. Высший критерий истинности, по Г. Лейбницу, – принцип тождества. Этот принцип интуитивен. Следовательно, рациональная интуиция оказывается критерием к утверждениям опытного характера и критерием истинности актов рассудочного мышления, строго соблюдающего законы логики.

Первичное понятие, по Г. Лейбницу, мы можем познать только интуитивно, в то время как сложные понятия по большей части только символически. «Интуиция, посредством которой мы познаем наше собственное существование, приводит к тому, что мы познаем его с полной очевидностью, не допускающей доказательства и не нуждающейся в нем. Если бы я даже захотел усомниться во всех вещах, то само это сомнение не позволило бы сомневаться в моем существовании. Словом, по этому вопросу мы обладаем величайшей степенью достоверности, какую только можно вообразить» [9. С. 444]. Подобно Б. Спинозе, Г. Лейбниц считал интуитивное познание наиболее совершенным родом знания, которое в одно и то же время и адекватно, и интуитивно.

Несколько иначе подходят к рассмотрению вопроса об особенностях интуитивного знания материалисты-сенсуалисты XVI в. Каким образом из знания, порожденного опытом и обладающего относительной необходимостью, может следовать знание, обладающее абсолютной всеобщностью, оставалось неразрешимой загадкой как для метафизиков-рационалистов, так и для метафизиков-сенсуалистов. Но и те, и другие, благодаря развитию математики и естествознания, вынуждены были признать существование необходимого и всеобщего знания в этих науках. Рационалисты объявили источником необходимости и всеобщности интуицию, что вполне укладывалось в рамки рационалистической теории познания.

Однако метафизический материализм XVII века разработал совершенно другое направление. В метафизическом материализме источником всех наших знаний математического рода объявляется способность языка являть собой знаки общих понятий. Номинализм определил отрицательное отношение к интуиции.

Классическим представителем этого направления был Т. Гоббс. Для него общим является не учение об интуитивном познании, а постановка вопроса об основах логической необходимости и всеобщности математики и математического естествознания. Математика, согласно Т. Гоббсу, – априорная наука, но не потому, что она обладает априорными интуициями, а потому, что дедуцирует из априорных построений или конкретизаций.

Начиная с XVII века в философской эпистемологии различные трактовки и подходы к проблеме интуиции развиваются в диалектической взаимосвязи с задачами, выдвигаемыми естественными науками и математикой. Они были связаны с непосредственным изучением природы и постановкой теоретических вопросов науки, в частности проблем и методов познания. Даже в рационалистической традиции, несмотря на критику, исследование интуиции происходило в связи с необходимостью построения целостной системы научного знания.

В своей теории познания И. Кант подчиняет философское учение об интуиции поиску новой методологии. Для него интуитивное созерцание существует, но не как непосредственное созерцание ума, а как интуиция чувственная. Признание И. Кантом чувственной интуиции было вызвано его стремлением ограничить познание областью явлений, показать принципиальную непознаваемость «вещей в себе». Основная цель кантовской философии – анализ способностей человеческого разума. Доступная человеку интуиция существует уже не как непосредственное созерцание ума, а как чувственность, априорные формы которой – пространство и время. Иными словами, интуиция – это пассивная способность восприятия. В подтверждение своих выводов И. Кант проводит анализ математического познания, из которого следует, что общий и необходимый характер математических суждений выводится из того, что математическое знание опирается на формы чувственной интуиции – пространство и время. Посредством одних понятий математика ничего не может достигнуть – необходима чувственная интуиция.

Системный кризис индустриального общества детерминировал кризис классического естествознания и философии рационализма, дал серьезные основания для нового рассмотрения вопроса о соотношении разума и интуиции, роли непосредственного (интуитивного) познания в определении сущности мира. В формирующейся неклассической философии феномен интуиции становится важнейшей темой. Один из основателей философии интуитивизма А. Бергсон целью истинной философии объявил овладение интуицией, находить для нее «точки опоры», не дав потухнуть под «ветром рационализма», проникнуть с ее помощью внутрь объекта, чтобы слиться с тем, что есть в нем единственного и неповторимого. Истинная интуиция, по его мнению, выходит за пределы инстинкта, является ultraintellectuale, и «…все те, которые апеллировали к метафизической интуиции: все они понимали под этим известную познавательную способность, радикально отличающуюся от чувств и сознания и которая держится даже противоположного направления» [10. С. 15].

Философ определяет интуицию как специфическое умение человека видеть целое раньше его частей, способность мгновенного творческого решения задачи. Интуиция как бы предвосхищает деятельность сознания, интеллекта, оставляя на долю последнего лишь формально-логическое закрепление полученных результатов. А. Бергсон стремился доказать, что знание, каторым способен обладать интеллект и которым он гордится, не может быть истинным, адекватным познанием жизни, развития, эволюции, движения. Интеллект и интуиция в его представлении – это два параллельно развивающихся рода знания. Они взаимно обусловливают и дополняют друг друга.

Рассматривая современный период развития науки, отметим, что в ней по-прежнему подчеркивается особая роль математики, уникальность ее методов и выводов, оригинальность процесса математического творчества. Однако, несмотря на ее строгость, аксиоматичность выводов, результаты все-таки достигаются путем «стягивания», сопряжения разнородных противоположных дискурсов. Благодаря математике обеспечивается рост и развитие научного знания, создается пространство для новой философской рефлексии.

По мнению Г.И. Рузавина, даже при аксиоматическом способе выражения теории всегда существует необходимость обращения к интуиции. В частности, он пишет: «Выбор системы аксиом представляет важнейшую и вместе с тем наиболее трудную творческую часть математического исследования. Не существует никаких правил и рецептов, с помощью которых можно было бы находить наиболее интересные системы аксиом. Только опыт и глубокое проникновение в проблемы вместе с неожиданно возникающей интуицией помогают ученому находить наиболее полезные системы аксиом…» [11. С. 114–129].

Развитие естествознания, особенно математики, привело к необходимости эпистемологического поворота в философии. На эти особенности указывает Гедель: «Более близкий взгляд показывает, что теоретико-множественные парадоксы не причиняют особых неприятностей. Они представляют серьезнейшую проблему, однако не для математики, а скорее для логики и эпистемологии» [12. С. 262].

Карнап, один из представителей современного неопозитивизма, пишет: «Мой взгляд на этот предмет состоит в том, что нет такой вещи, как логический метод получения новых идей или логическое воспроизведение этого процесса. Мой взгляд может быть выражен словами, что всякое открытие содержит «иррациональный момент» или «творческую интуицию» в бергсоновском смысле» [13. С. 203]. Кроме интуитивного восприятия, Карнап отмечает существование еще «нерациональной интуиции», или «религиозного откровения».

В сборнике «О философии математики» Г. Вейль так оценивает интуицию: «Исходным пунктом математики является натуральный ряд чисел... В природе самого дела заложено, что узрение сущности, из которого проистекают общие теоремы, всегда основывается на полной индукции, на изначальной математической интуиции» [14. С. 26]. И из этой «интуиции сущности», опирающейся на полную индукцию, происходят, по Вейлю, все общие суждения. Вейль отдает интуиции определенный приоритет над логически опосредованным знанием, отводя на второй план логические и формальные основы математики. «Математика не состоит в том, – писал Вейль, – чтобы развивать по всем направлениям логические выводы из данных посылок; нет, ее проблемы нельзя разрешить по установленной схеме вроде арифметических школьных задач. Дедуктивный путь, ведущий к их разрешению, не предуказан, его требуется открыть, и в помощь при этом нам служит обращение к мгновенно прозревающей многообразие связи интуиции, к аналогии, опыту» [14. С. 53].

В современном познании все более актуальный характер приобретает проблема соотношения интуитивного и дискурсивного. В свое время на это обратил внимание известный математик и философ современности К. Поппер. Он писал: «…Существует нечто вроде интеллектуальной интуиции, которая наиболее убедительно дает нам почувствовать, что мы видим истину (это решительно отвергается противниками интуитивизма). [15. С. 467]. По его мнению, открытия в любой отрасли научного знания, в том числе и в математике, строго индивидуализированы, зависят от творческой лаборатории ученого, определяются работой его мозга. Раскрытие механизмов работы человеческого мозга помогло бы дать ответ на «загадки» научных открытий, в том числе и математики.

Подводя итоги, отметим, что дальнейшее развитие математики, новые открытия расширяют горизонт научного знания, свидетельствуют как о неисчерпаемости и бесконечности мира, так и о безграничных способностях человека проникнуть в неизведанные «тайны» Вселенной. Вместе с возрастанием уровня математических абстракций и моделирования возрастает не только необходимость в универсальной теории, но и актуальность «выхода» на конкретные реалии. Поэтому нельзя соглашаться с мнением об априорности математических аксиом, так как основные понятия математики являются отражением объективного мира. Их познание предполагает использование всего арсенала интеллектуального и интуитивного мышления.

Литература

1. *Блехман И.И., Мышкис А.Д., Пановко Я.Г.* Механика и прикладная математика: Логика и особенности приложений математики. М.: Наука, 1983. С. 25–26.
2. *Пуанкаре А.* О науке. М.: Наука, 1990. 736 с.
3. *Аристотель* Метафизика. М.; Л.: Государственное социально-экономическое издательство, 1934. 348 с.
4. *Лосев А.Ф.* Имя, вещь, космос. М.: Мысль, 1994.
5. *Асмус В.Ф.* Проблема интуиции в философии и математике. Очерк истории: XVII – начало XX вв. / Вступ. ст. В.В. Соколова. Изд. 3-е, стер. М.: Едиториал УРСС, 2004. 320 с.

6. *Литвинова А.Л.* Роль интуиции в научном познании / Философия о предмете и субъекте научного познания. СПб.: Санкт-Петербургское философское общество, 2002.
7. *Бэкон Ф.* Сочинения: в 2 т. М.: Мысль, 1971. Т. 1. 590 с.
8. *Декарт Р.* Сочинения: в 2 т. М.: Мысль, 1989. Т. 1. 654 с.
9. *Лейбниц Г.В.* Сочинения: в 4 т. М.: Мысль, 1983. Т. 2. 686 с.
10. *Бергсон А.* Собрание сочинений: в 4 т. СПб.: Московский клуб, 1994. Т. 4. 336 с.
11. *Рузавин Г.И.* Логика и интуиция при принятии решения // Полигнозис. 2002 . № 1. С. 114–129.
12. *Gödel K.* Whate is Cantors Continuum Problem? // Philosophy of Mathematics / Ed. P. Benacerraf, H. Putnam. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1964. 262 p.
13. *Carnap K. The logical structure of th* world. Berely and Los Angelos, 1967. 203 p.
14. *Вейль Г.* О философии математики. М.; Л., 1934. 128 с.
15. *Поппер К.* Открытое общество и его враги. Т. 2: Время лжепророков: Гегель, Маркс и другие оракулы. М.: Феникс, 1992. 528 с.

Danakari Liliya Richardi Volgograd State Academy of Physical Culture (Volgograd, Russian Federation)

PLACE OF INTUITION IN MATHEMATICS: PHILOSOPHICAL AND EPISTEMOLOGICAL ANALYSIS

Key words: intuition, mathematical knowledge, ideal common objects, axioms, mathematical intuition, contemplation, direct knowledge

This article discusses the role and place of intuition in mathematics, the ratio of intellectual thinking and intuitive contemplation. This study involves the relation of logical and intuitive knowledge, as well as determining the objectivity of truth obtained without evidence, then, with the help of intuition. The most important aim of the work, including the novelty, is to attempt a philosophical explanation of new discoveries, identifying logical and intuitive process of "enlightenment" of mathematical creativity. Contemporary Mathematics retains many features of previous epochs, but has its own characteristics. It is an extremely high level of abstraction and idealization of science, of considerable complexity of new mathematical models. Intuition peculiarity is detected when forming mathematical theories. We can give as specific examples four theories of mathematics, which have already proved this fact. We mean the theory of categories, non-standard analysis, the theory of odd sets and catastrophe theory. The algebraic theory of categories appearance, its heuristic potential testified the fact that mathematical knowledge is carried out in accordance with the basic principles and laws of materialist dialectics. On the one hand, being dependent on the set theory, it serves its further generalization, releasing mathematics from the individual (specific) form. As a result, the categories theory itself acquires the ability to be suitable for the study of a wide class of mathematical theories. Category theory destroyed dogmatic notions of set theory universality and uniqueness to be the foundation of all mathematics. It has laid a new foundation for both the theory of sets, and mathematics as a whole. Its heuristic opportunity was expressed in the ability to describe the properties and relations of mathematical objects from various areas of science. New horizons were opened for algebraic geometry, mathematical logics; it became possible for the theory of sets to construct a new type of models. Nowadays it is undoubtedly possible to use the fuzzy sets theory in computer systems in automatic control systems (eg, trains, banking industry), in medical diagnosis, in chemical engineering, psychology, sociology and other fields of human activity. Catastrophe theory is considered as a set of mathematical and physical ideas that have "exit" in geometry, algebra, analysis, topology, singularity theory, bifurcation theory, nonequilibrium thermodynamics, synergetic, dynamical systems theory and other fields of science. The author emphasizes the specificity of mathematical intuition to understand the world. Interpretation of mathematical knowledge in the tradition of non-classical epistemology, especially through intuition greatly expands the horizons of knowledge. The intellectual intuition plays a special role in explaining and justifying of the latest discoveries. The history of the mathematical knowledge development shows how important the role of intuition in mathematics is than in any other area of scientific knowledge. The intuition regularities identified on the basis of mathematical discoveries can be useful beyond basic sciences themselves.

References

1. *Blekhman I.I., Myshkis A.D., Panovko Ya.G.* Mekhanika i prikladnaya matematika: Logika i osobennosti prilozheniy matematiki [Mechaniks and applied mathematics. Logic and pecularities of

mathematical supplements]. Moscow: Nauka Publ., 1983, pp. 25-26.
2. *Poincaré J.H.* O nauke [On science]. Translated from French by L.S. Pontryagin Moscow: Nauka Publ., 1990. 736 p.
3. *Aristotle.* Metafizika [Metaphysics]. Moscow, Leningrad: State Social and Economic Publ., 1934. 348 p.
4. *Losev A.F.* Imya, veshch', kosmos [Name. Thing. Space]. Moscow: Mysl' Publ., 1994. 958 p.
5. *Asmus V.F.* Problema intuitsii v filosofii i matematike. Ocherk istorii: XVII – nachalo XX vv. [The problem of intuition in philosophy and mathematics. An essay on history: 17th – early 20th century]. Moscow: Editorial URSS Publ., 2004. 320 p.
6. *Litvinova A.L.* Rol' intuitsii v nauchnom poznanii [The role of intuition in the scientific perception]. In: Karavaev E.F., Razeev D.N. Filosofiya o predmete i sub"ekte nauchnogo poznaniya [Philosophy on the object and subject of scientific perception]. St. Petersburg: St. Petersburg Philosophical Society Publ., 2002, pp. 135–150.
7. *Bacon F.* Sochineniya: v 2 t. [Works in 2 vols.]. Translated from English by N.A. Fedorov, Ya.M. Borovskoy. Moscow: Mysl' Publ., 1971. Vol. 1, 590 p. (In Russian).
8. *Descartes R.* Sochineniya: v 2 t. [Works in 2 vols.]. Translated from Latin and French by S.F. Vasil'ev, M.A. Garntsev, N.N. Sretenskiy, S.Ya. Sheynman-Topshteyn et al. Moscow: Mysl' Publ., 1989. Vol. 1, 654 p.
9. *Leibniz G. V Sochineniya: v 4 t.* [Works in 4 vols.]. Translated from German by Ya. M. Borovskoy. Moscow: Mysl' Publ., 1983. Vol. 2, 686 p.
10. *Bergson A.* Sobranie sochineniy: v 4 t. [Collected works in 4 vols.]. Translated from French by V. Flerova. St. Petersburg: Moskovskiy klub Publ., 1994. Vol. 4, 336 p.
11. *Ruzavin G.I.* Logika i intuitsiya pri prinatii resheniya [Logic and intuition in making decisions]. Polignozis, 2002, no. 1, pp. 114-129.
12. *Gödel K.* Whate is Cantors Continuum Problem? In: Benacerraf P., Putnam H. (eds.) *Philosophy of Mathematics*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1964. 262 p.
13. *Carnap K.* The logical structure of the world and pseudoproblems in philosophy. Translated from German by R.A. George. University of California Press, 1967. 203 p.
14. *Weyl H.* O filosofoii matematiki [On the philosophy of mathematics]. Translated from German by A.P. Yushkevich. Moscow: GTTI Publ., 1934. 128 p.
15. *Popper K.* Otkrytoe obshchestvo i ego vragi. T. 2: Vremya lzheprorokov: Gegel', Marks i drugie orakuly [The open society and its enemies. Volume 2. The high tide of prophecy: Hegel, Marx, and the aftermath]. Translated from English by V. N. Sadovskiy. Moscow: Feniks Publ., 1992. 528 p.