МЕХАНИКА

УДК 519.688

Е.В. Бервено, А.А. Калинкин, Ю.М. Лаевский

ФИЛЬТРАЦИЯ ДВУХФАЗНОЙ ЖИДКОСТИ В НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ НА КОМПЬЮТЕРАХ С РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ПАМЯТЬЮ[1]

Рассматривается математическая модель фильтрации двухфазной жидкости и её программная реализация на кластерах, состоящих из сотен узлов, с использованием MPI-технологии. Переход к сеточной задаче осуществлен с помощью смешанного метода конечных элементов. Приведенный в работе алгоритм для программной реализации задачи обладает высокой масштабируемостью и эффективностью с точки зрения операций и обмена данными на многопроцессорных системах. При проведении ряда тестов были получены численные результаты, демонстрирующие значительное варьирование времени прорыва воды в добывающие скважины в зависимости от местоположения неоднородностей. Также приведены результаты работы MPI-версии программы на сетке 256×512×64, вплоть до 64 процессов, демонстрирующие ускорение в 33 раза.

Ключевые слова: *двухфазная фильтрация*, *насыщенность*, *метод конечных элементов*, *параллельное программирование.*

На сегодняшний день методы математического моделирования широко используются в практике проектирования и оптимизации разработки месторождений и решения задач фильтрации. Создание моделей, адекватно описывающих строение пластов, а также происходящие в них фильтрационные процессы, является актуальной задачей.

Ранее в рамках данной тематики авторами статей [1, 2] на основе монографии [3] исследовались модели фильтрации двухфазной несжимаемой жидкости в однородной среде. Данное исследование является продолжением этого цикла работ, и теперь акцент ставится на изучение того, как неоднородности в почве могут влиять на процесс фильтрации.

1. Модель двухфазной фильтрации

Математическая постановка модели включает в себя закон сохранения массы компонент двухфазной несжимаемой жидкости и закон Дарси:

$$\frac{1}{k(s)}v+\nabla\psi=G(s),$$

$$\nabla v=0,$$

[1] Работа поддержана проектами РФФИ №13-01-00019 и №12-01-31046.

$$\frac{1}{k(s)} w = \nabla \sigma(s),$$

$$v_2 - \frac{k_2(s)}{k(s)}(v - w) = -k_2(s) G(s),$$

$$m\frac{\partial s}{\partial t} + \nabla v_2 = 0,$$

где v_i – векторы скоростей фильтрации фаз; $v = v_1 + v_2$; ψ – обобщенное давление; k_i – проницаемость фаз; $k = k_1 + k_2$; s – насыщенность второй фазы; $G(s)$ – вектор гравитации; m – пористость; t – время. Здесь и далее подстрочный индекс i означает номер фазы, где $i = 1$ соответствует вытесняемой фазе (нефть), $i = 2$ вытесняющей фазе (вода).

Приведённые выше соотношения характеризуют процесс фильтрации (рис. 1). Система замыкается путем задания условий непротекания на границе области и задания удельного потока на границах нагнетательной и добывающей скважин.

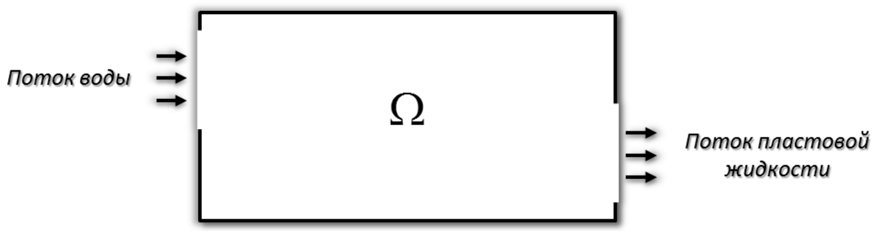

Рис. 1. Процесс фильтрации

2. Программная реализация задачи

Задача была реализована с применением высокопроизводительных кластерных вычислений, чтоо обусловлено сложностью и большим объемом задачи. Вычисления производились в Сибирском СуперКомпьютерном Центре (ССКЦ) на кластере НКС-30Т, содержащем 60 вычислительных узлов, каждый из которых содержит 2 процессора Intel®Xeon®E5540 с 8Gb RAM. В итоге алгоритм продемонстрировал эффективную работу на компьютерах с распределенной памятью и хорошую масштабируемость до 128 процессов.

Для построения дискретной модели в соответствии с [4] используется смешанный метод конечных элементов. Скалярные функции (давление и насыщенность) ищутся в пространстве кусочно-постоянных функций, а векторные поля скоростей аппроксимируются элементами Равьяра-Тома минимальной степени. Для эффективного решения седловой задачи согласно [2] используется метод сопряженных градиентов для дополнения Шура с переобуславливателем, допускающим разделение переменных. В качестве разностной схемы по времени используется явная схема типа предиктор – корректор, что позволяет свести распараллеливание к параллельной реализации вычислений правых частей. Данная схема, предложенная в [5], продемонстрировала высокую эффективность.

Основным преимуществом этого алгоритма является хорошая масштабируемость на компьютерах с распределенной памятью: каждый процесс делает работу независимо от других, и все процессы обмениваются данными с помощью процедуры MPI_Alltoall. Распределение данных между процессами происходит, как указано на рис. 2.

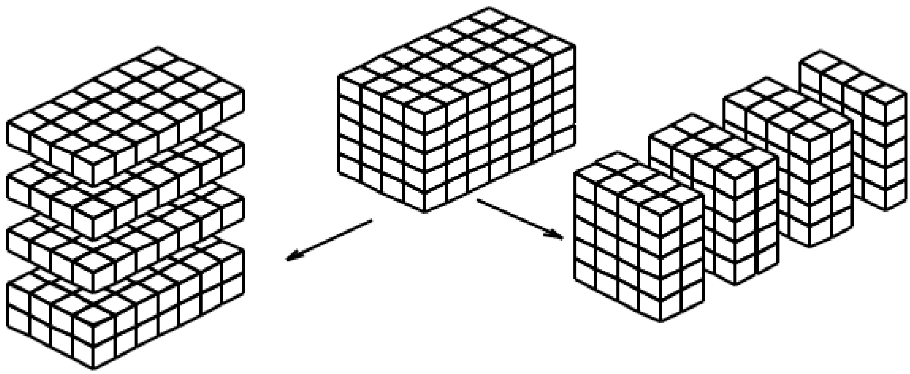

Рис. 2. Распределение данных между процессами

Для решения задачи на каждом шаге необходимо сделать лишь несколько итераций переобусловленного метода сопряженных градиентов. В процессе реализации переобуславливателя требуется выполнить огромное количество дискретных разложений Фурье малой размерности. В итоге, благодаря тому, что каждый рабочий массив делится поровну между процессами, мы смогли решать задачи достаточно большого размера, которые не могут быть рассчитаны на последовательных машинах ввиду естественных ограничений доступной памяти.

3. Результаты численных экспериментов

С целью изучения движения водяного фронта был проведен ряд вычислительных экспериментов для модели нефтеносного пласта, где неоднородные блоки задавались геометрически при помощи параметров пористости и проницаемости.

На рис. 3 приведена визуализация процесса фильтрации нефти водой в случае включения в нефтеносный слой блоков с различными параметрами пористости m. В верхнем и нижнем пунктирных блоках значение пористости $m = 0{,}1$, в среднем значение $m = 0{,}9$, а в остальном объеме $m = 0{,}375$ (соответствует пористости нефти).

На рис. 4 изображены результаты эксперимента, где в качестве варьируемого параметра неоднородности среды задается абсолютная проницаемость k_0. В верхнем и нижнем пунктирных блоках значение проницаемости $k_0 = 3{,}06 \cdot 10^{-11}$, в среднем значение $k_0 = 3{,}06 \cdot 10^{-13}$, а в остальном объеме $k_0 = 3{,}06 \cdot 10^{-12}$.

Интересно, что если задавать неоднородности разными способами – либо используя параметр пористости, либо параметр проницаемости, то при одном и том же положении неоднородностей в пластах скорость вытеснения нефти водой во всём объеме будет значительно отличаться. Это объясняется тем, что проницаемость входит в уравнение множителем при членах первого порядка малости, а изменения пористости – с множителем порядка единицы. Зависимость проницаемости от давления может быть существенной для процессов, происходящих в призабойной зоне, где велики перепады давления, или для весьма длительных процессов. Таким образом, проиллюстрирована важность точных моделей и исходных данных о структуре нефтяного коллектора.

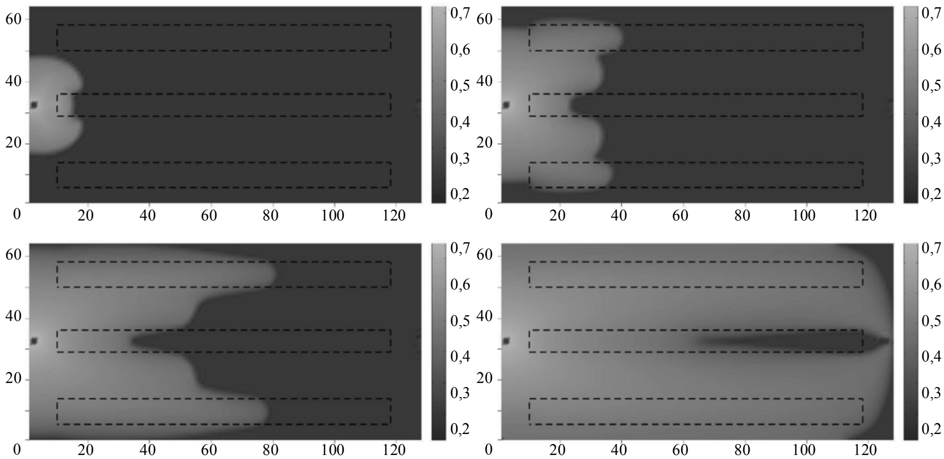

Рис. 3. Фильтрация с неоднородной пористостью

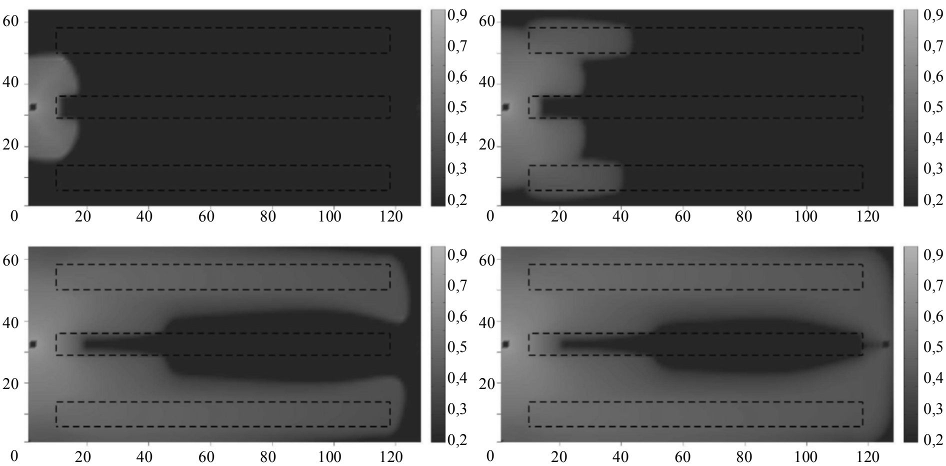

Рис. 4. Фильтрация с неоднородной проницаемостью k_0

Полученный алгоритм эффективно работает на компьютерах с распределенной памятью. Результаты работы MPI-версии программы на сетке 256×512×64, демонстрирующие ускорение, представлены на рис. 5.

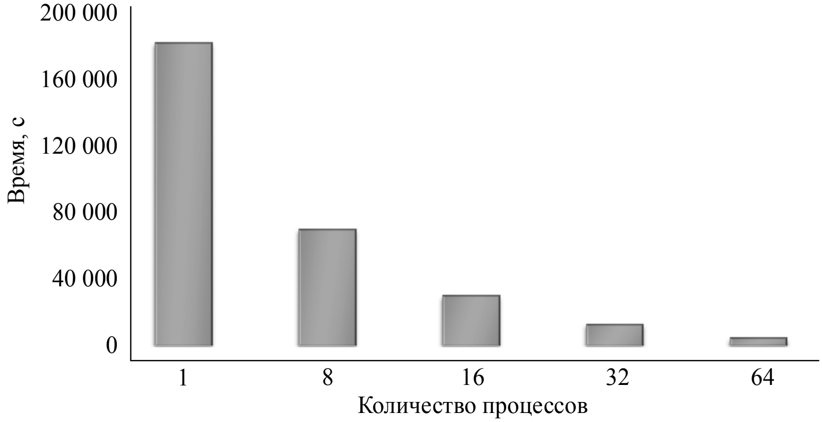

Рис. 5. Ускорение вычислений в зависимости от количества процессов

Заключение

Одной из главных целей данного исследования являлось изучение влияния введения неоднородностей на процесс двухфазной фильтрации. Благодаря построенной модели и проведенным в этом направлении экспериментам, выявлена необходимость работы над адекватным заданием среды реального нефтяного пласта, поскольку алгоритм демонстрирует зависимость движения фронта воды от изменения параметров среды. Приведены результаты расчетов, показана хорошая масштабируемость на компьютерах с распределенной памятью.

Следующим этапом нашего исследования планируется построение модели фильтрации в трещиновато-пористой среде, что сделает доступным более корректное воспроизведение процесса.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Laevsky Yu.M., Popov P.E., Kalinkin A.A.* Simulation of two-phase fluid filtration by mixed finite element method // Matem. Mod. 2010. V. 22. No. 3. P. 74–90.
2. *Popov P.E., Kalinkin A.A.* The method of separation of variables in a problem with a saddle point // Russ. J. Numer. Anal. Math. Model. 2008. V. 23. No. 1. P. 97–106.
3. *Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М.* Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. С. 104–112, 147–149.
4. *Brezi F. and Fortin M.* Mixed and Hybrid Finite Element Methods. New York: Springer-Verlag, 1991.
5. *Демидов Г.В., Новиков Е.А.* Экономичный алгоритм интегрирования нежестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений // Численные методы в математической физике. Новосибирск: ВЦ СО СССР, 1979. С. 69–83.

Статья поступила 29.05.2014 г.

Berveno E.V., *Kalinkin A.A.*, *Laevskii Yu.M.* TWO-PHASE FLUID FILTRATION IN NONUNIFORM MEDIA ON CLUSTERS

This work is related to the simulation of oil recovery. At the same time, it is an attempt to come closer to a correct model that describes the flow of a fluid through a porous medium. To examine the effect of porosity and permeability on the motion of fluids in rocks, an algorithm and its program realization has been constructed.

The key point within the scope of this work is the implementation of the problem on clusters which consist of hundreds or thousands of nodes using the MPI technology. The algorithm shows high scalability and efficiency from the standpoint operations and data exchange on multiprocessor systems. We also present numerical results that show the efficiency of the implemented algorithm on a cluster with several hundreds of cores.

It follows from the results that the time of water breakthrough in production wells varies depending on the location of the inhomogeneities. Therefore, this work is of great practical importance.

Keywords: two-phase fluid filtration, saturation, finite element method, parallel computing.

BERVENO Ekaterina Viktorovna (Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS, Novosibirsk, Russia)
E-mail: ekaterina.berveno@gmail.com

KALINKIN Alexander Aleksandrovich (Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia)
E-mail: alexander.a.kalinkin@intel.com

LAEVSKY Yuri Mironovich (Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS, Novosibirsk, Russia)
E-mail: laev@labchem.sscc.ru

REFERENCES

1. Laevsky Yu.M., Popov P.E., Kalinkin A.A. Simulation of two-phase fluid filtration by mixed finite element method (2010) *Matem. Mod*. v. 22, no. 3, pp. 74–90.
2. Popov P.E., Kalinkin A.A. The method of separation of variables in a problem with a saddle point (2008) *Russian J. Numer. Anal. Math. Model.*, v. 23, no. 1, pp. 97–106.
3. Barenblatt G.I., Entov V.M., Ryzhik V.M. *Dvizhenie zhidkostey i gazov v prirodnykh plastakh.* Moscow, Nedra Publ., 1984, pp. 104–112, 147–149. (in Russian)
4. Brezi F. and Fortin M. *Mixed and Hybrid Finite Element Methods.* New York, Springer-Verlag Publ., 1991.
5. *Demidov G.V., Novikov E.A. Ekonomichnyy algoritm integrirovaniya nezhestkikh sistem obyknovennykh differentsial'nykh uravneniy. Chislennye metody v matematicheskoy fizike*. Novosibirsk, VTs SO SSSR Publ., 1979, pp. 69–83. (in Russian)