Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics

2025 Математика и механика

Nº 96

Научная статья УДК 539.3

doi: 10.17223/19988621/96/8

# Методология численного моделирования резания для расчетов распределения контактных напряжений на примере фрезерования стали

Пётр Михайлович Пивкин <sup>1</sup>, Артём Сергеевич Бабаев<sup>2</sup>, Виктор Николаевич Козлов<sup>3</sup>, Артём Романович Семёнов<sup>4</sup>, Екатерина Сергеевна Назаренко<sup>5</sup>, Алексей Борисович Надыкто<sup>6</sup>

1. 5. 6 Московский государственный технологический университет «СТАНКИН»,

Москва, Россия

2. 3. 4 Томский государственный университет, Томск, Россия

1 pmpivkin@gmail.com

2 a.s.babaev@mail.tsu.ru

3 kozlov-viktor@bk.ru

4 artems2102@yandex.ru

5 katarina.86@bk.ru

6 abnadykto@yandex.ru

**Аннотация.** Представлена общая методология численного моделирования резания при примере фрезерования концевой фрезой. Предложена многоуровневая модель, в которой представляются к определению функциональные связи между конструктивными параметрами инструмента, остротой режущей кромки, режимами резания, характеристиками обрабатываемого материала и возникающими эквивалентными напряжениями по Мизесу в режущем клине зуба фрезы.

**Ключевые слова:** численное моделирование резания, метод конечных элементов, фрезерование, контактные напряжения

**Благодарности:** Работа выполнена в рамках государственного задания № FSFS-2024-0014 «Цифровая кибер-физическая система проектирования и производства многономенклатурной гаммы режущего инструмента нового поколения с уникальными функциональными свойствами для нужд отечественной станкоинструментальной промышленности».

Для цитирования: Пивкин П.М., Бабаев А.С., Козлов В.Н., Семёнов А.Р., Назаренко Е.С., Надыкто А.Б. Основы методологии численного моделирования резания для расчётов распределения контактных напряжений в режущем клине при фрезеровании концевой фрезой // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2025. № 96. С. 92–107. doi: 10.17223/19988621/96/8

Original article

# Methodology of the numerical modeling of cutting for calculating the contact stress distribution: a case study on steel milling

Pyotr M. Pivkin<sup>1</sup>, Artyom S. Babaev<sup>2</sup>, Viktor N. Kozlov<sup>3</sup>, Artyom R. Semyonov<sup>4</sup>, Ekaterina S. Nazarenko<sup>5</sup>, Aleksey B. Nadykto<sup>6</sup>

1.5,6 Moscow State University of Technology STANKIN, Moscow, Russia
2.3,4 Tomsk State University, Tomsk, Russia

1 pmpivkin@gmail.com
2 a.s.babaev@mail.tsu.ru
3 kozlov-viktor@bk.ru
4 artems2102@yandex.ru
5 katarina.86@bk.ru
6 abnadykto@yandex.ru

**Abstract.** This paper presents a general methodology for the numerical modeling of cutting using end milling as an example. The proposed multilevel model is specified with functional relations between the tool design parameters (shape of the end part, number of teeth, front and back angles), sharpness (radius of rounding) of the cutting edge, cutting modes (cutting speed, feed, cutting depth and width), physical and mechanical characteristics of the processed material, and the resulting equivalent Mises stresses in the cutting wedge of the milling tooth. The justification of the requirements for the finite element mesh is given. It is suggested to choose a rational option when splitting into elements. The assumptions of the model that allow reducing requirements to computing power without calculation quality losses, are justified.

**Keywords:** numerical modeling of cutting, finite element method, milling, contact stresses

**Acknowledgments:** This work was carried out within the State Assignment (theme No. FSFS-2024-0014) "Digital cyber-physical system for design and production of a multiproduct range of new generation cutting tools with unique functional properties for the needs of the domestic machine-tool industry".

**For citation:** Pivkin, P.M., Babaev, A.S., Kozlov, V.N., Semyonov, A.R., Nazarenko, E.S., Nadykto, A.B. (2025) Methodology of the numerical modeling of cutting for calculating the contact stress distribution: a case study on steel milling. *Vestnik Tomskogo gosudar-stvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 96. pp. 92–107. doi: 10.17223/19988621/96/8

### Введение

Прогнозирование и управление эффективностью процесса резания (в частном случае фрезерование) становится затруднительным в силу необходимости учета большого количества факторов. К последним относятся физические явления, сопровождающие процесс отделения стружки от обрабатываемой поверхности (условия контакта поверхностей двух твердых тел): физико-механические характеристики инструментального и обрабатываемого материалов, условия формирования

нагрузок (деформаций) в режущем клине и заготовке; выделение тепла за счет трения и диссипативных эффектов; формирование износа и разрушения контактирующих поверхностей и т.п.

Установление эффективности процесса резания путем проведения натурных испытаний в настоящее время становится процессом с низкой эффективностью ввиду повышенной стоимости времени работы станка и необходимости большого количество итераций для выработки статистически доверительного количества экспериментов. В этой связи натурные испытания заменяются на вычислительные эксперименты, основанные на проведении моделирования процессов резания с использованием различных вычислительных моделей. Такие модели рассматриваются в условиях специальных программных продуктов, например Abaqus, LS-Dyna, Ansys Workbench и др. Все они при корректной постановке задачи позволяют сократить финансовые издержки при изучении резания, особенно когда в эксперименте участвуют дорогостоящее оборудование и материалы, наличие которых может быть ограничено по различным причинам. Таким образом, предварительное моделирование процесса резания позволяет избежать необходимости применения станочной базы и машинного времени, при этом формируя адекватное поведения изучаемых процессов. Важно понимать, что каждая вычислительная модель строится под конкретную задачу, учитывающую условия резания, а также допущения, использование которых не должно сказываться на эффективности моделирования и ожидаемых результатах. В случае, когда модель в полной мере соответствует физическому процессу резания, для обеспечения расчетов (без учета производительности вычислительной техники) могут потребоваться дни или недели вычислительного времени. Поэтому отдельным направлением является задача оптимизации вычислительных процессов.

Исследованию моделирования образования шероховатости поверхности при фрезеровании инструментами с принудительной фаской посвящена работа В. Denkena и соавт. [1]. Авторы приводят разработанную аналитическую модель для прогнозирования рельефа поверхности, включающую вариации режимов фрезерования (подача и толщина срезаемого слоя) и геометрию режущего клина инструмента. Ими установлено, что биения инструмента оказывают существенное влияние на профиль поверхности. Продолжение этой работы описано в [2], где отмечается, что проведенное моделирование демонстрирует повышение стабильности процесса фрезерования инструментом с фаской. Исследования показали, что фаска в сторону передней поверхности (отрицательный передний угол) может повысить стабильность процессов фрезерования за счет контакта с заготовкой и возникающих демпфирующих сил. В качестве положительного явления отмечается, что фаска приводит к выглаживающему эффекту, сопровождающемуся снижением шероховатости обработанной поверхности. Таким образом, эффективной может считаться фаска длиной 0,1 мм.

В работах [3, 4] исследовано влияние различных геометрических параметров инструмента на обработку с применением метода конечных элементов. Использование моделирования переходных процессов при резании позволило рассчитать контактные напряжения и силы, а также распределение температуры в заготовке. Основными результатами работы стали увеличение технологических сил и температуры в зоне контакта из-за дополнительного трения между фаской инструмента и заготовкой.

В работе [5] приведены результаты экспериментальных исследований резания с использованием различной геометрии инструмента. Было обнаружено, что в значительной мере радиус округления режущей кромки и переменные углы наклона вспомогательных режущих кромок, расположенных по спирали, оказывают влияние на эффективность процесса с точки зрения демпфирования вибраций в технологической системе.

Влияние округления кромок также отмечается в работе [6]. На примере режущих пластин авторы отмечают, что асимметричное округление кромки оказывает влияние на размер застойной зоны резания, положение точки разделения материала на стружку, а также с увеличением округления в сторону задней поверхности происходит повышение сил резания и температуры в зоне контакта.

При создании расчетной модели авторы используют подходы Лагранжа [7–12], Эйлера [13], их модификации и другие альтернативные методы [14], учитывающие особенности динамики процесса резания. Важно отметить, что от выбора математического аппарата зависит адекватность модели и ее способность выполнять расчеты. Моделирование методом конечных элементов высокоскоростной обработки при ортогональном строгании стали AISI 4340 рассматривается в работе [15]. В работе применен динамический метод Лагранжа—Эйлера (ALE) с возможностью адаптивного перестроения расчетной сетки при использовании конечно-элементной модели.

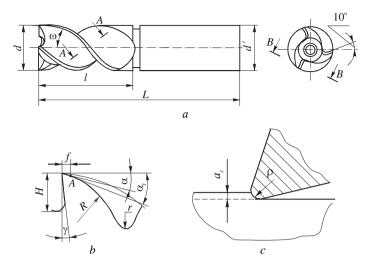
По результатам обзора открытых источников определена актуальность настоящей работы, цель которой — разработка методологии численного моделирования резания для расчетов распределения контактных напряжений по Мизесу в режущем клине на примере фрезерования пластичной стали марки AISI 304 SS твердосплавной концевой фрезой.

# Геометрическая постановка задачи

В настоящей работе рассмотрен порядок создания модели численного расчета контактных напряжений, возникающих в процессе фрезерования с использованием метода конечных элементов в Ansys Workbench. В ходе разработки модели особое внимание уделялось формированию контактных нагрузок и напряжений на передней и задней поверхностях режущего клина концевой фрезы (рис. 1). Для трехмерного моделирования задаются обязательные геометрические параметры режущей части концевой фрезы: диаметр d, мм; длина рабочей части L, мм; радиус сферической торцевой части R, мм; передний угол  $\gamma$  и задний угол  $\alpha$ , град.; угол наклона винтовой канавки  $\omega$ , град.; высота зуба H, мм. При необходимости вводятся дополнительные характеристики режущего клина: радиус округления (острота) режущих кромок  $\rho$ , мм; ширина упрочняющей фаски f, мм и т.п. [16].

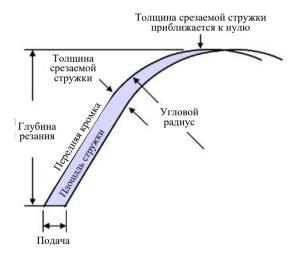
При создании методологии подразумевалось, что в качестве обрабатываемых материалов могут быть использованы коррозионностойкие стали и титановые сплавы различных марок, имеющие широкое распространение при обработке резанием ответственных и высоконагруженных элементов морской техники, которые имеют сложную пространственную геометрию (лопасти, винты, крыльчатки и т.п.).

Рассматриваемая для расчетов область представляет собой участок контактного взаимодействия режущей кромки и обрабатываемой поверхности заготовки, схематичное представление которых показано на рис. 2.



**Рис. 1.** Схемы геометрических параметров концевой фрезы: a – общий вид; b – зуб в сечении A–A; c – округленная режущая кромка и толщина среза **Fig. 1.** Schematic diagrams of the geometric parameters of the end mill:

(a) general view, (b) tooth in A–A section, and (c) rounded cutting edge and cut thickness



**Рис. 2.** Схема определения толщины срезанной стружки при фрезеровании концевой фрезой со сферическим торцом

Fig. 2. Pattern for determining the cut chip thickness when using a tapered end mill with a spherical face

Для расчета величины толщины срезаемого слоя и ее наибольшего значения перед выходом зуба фрезы из контакта с заготовкой при встречном фрезеровании представлена схема на рис. 3.

Перемещение зуба фрезы в направлениии подачи при глубине фрезерования (резания) t и диаметре фрезы D происходит на величину  $S_{az}$ . Ее численное значение определяется центральным углом  $\psi$ , измеряемым от точки входа режущей кромки

зуба фрезы до ее положения в момент начала выхода зуба из контакта с заготовкой и величиной подачи на зуб  $s_z$ .

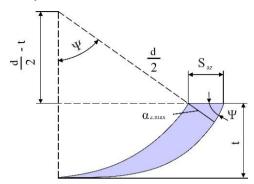
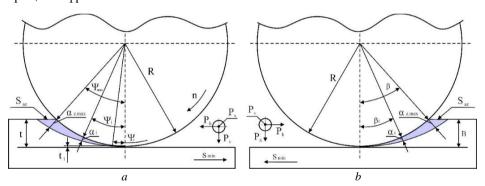


Рис. 3. Расчетная схема для определения толщины срезаемого слоя при встречном фрезеровании

Fig. 3. Calculation model for determining the cut layer thickness during counter milling

Для определения толщины среза текущей  $a_i$  и наибольшей  $a_{\max}$ , которая получается перед выходом зуба фрезы из контакта с заготовкой при встречном фрезеровании, использовали схемы перпендикулярно (рис. 4, a) и вдоль (рис. 4, b) оси вращения фрезы.



**Рис. 4.** Общий случай схемы для определения толщины срезаемого слоя  $a_i$  и  $a_{zmax}$  на скругленной режущей кромке концевой фрезы со сферическим торцом: a – вид перпендикулярно оси вращения фрезы; b – вид вдоль оси вращения фрезы **Fig. 4.** General pattern for determining cut layer thicknesses  $a_i$  and  $a_{zmax}$  at the curved cutting edge of the end mill with a spherical face: (a) perpendicular to and (b) along the axis of the mill rotation

Из геометрических построений с учетом масштаба было определено (измерено), что угол  $\psi_{max}=8^{\circ}$ . Таким образом,

$$S_{az} = 2 \cdot S_z \cdot \sqrt{\left(\frac{t}{d}\right)} / \sin \psi_{\text{max}} \tag{1}$$

Если бы режущая кромка зуба фрезы была прямолинейной, то на всей ее длине наибольшая толщина среза была бы везде одинаковой. Но при криволинейной главной режущей кромке, характерной для концевой фрезы, необходимо учитывать

уменьшение наибольшей толщины среза при уменьшении угла  $\beta$  на виде в плоскости, проходящей через ось вращения фрезы, т.е. на виде, приблизительно перпендикулярном передней поверхности круглого участка без учета переднего угла, в точке выхода зуба из контакта с заготовкой (см. рис. 4, b).

Тогда

$$S_{az} = 2 \cdot S_z \cdot \sqrt{(B_d)} / \sin \beta_{max}$$
 (2)

Для задания режимов обработки, а также при численном моделировании определяют диапазон варьирования режимами резания (скорость резания V, м/мин; подача S, мм/мин; глубина резания t, мм; ширина резания B, мм), т.е. параметры, влияющие на производительность обработки.

Определение максимальной толщины срезаемого слоя (см. рис. 4) производили по формуле

$$a_{\text{max}} = 2 \cdot S_{az} \cdot \sqrt{\frac{t}{d} - (t/d)^2}$$
 (3)

# Моделирование рабочих материалов

Численное моделирование обработки резанием заключается в подготовке вычислительной модели: выборе элементов твердотельных конструкций, установлении характера взаимодействия участвующих в контакте поверхностей, а также назначения характеристик и свойств их материалов.

Физико-математическая модель механического поведения деформируемой среды фрезы, изготовленной из твердого сплава WC + Co, и обрабатываемого образца из нержавеющего сплава марки AISI 304 SS содержит уравнения сохранения массы, импульса и энергии, записанные в рамках классического лагранжевого подхода континуальной механики для динамических условий взаимодействия [17]. Уравнение состояния для конденсированных фаз записывается в виде [18]:

$$P = \Gamma_0 E + \rho_0 C_0^2 \xi \left[ 1 + (1 - \frac{\Gamma_0}{2}) \xi \right] / \left[ 1 - (S_1 - 1) \xi \right]^2, \tag{4}$$

где  $\xi = \rho/\rho_0 - 1$ ,  $\rho$  и  $\rho_0$  – текущая и начальная массовые плотности; P – давление;  $\Gamma_0$  – коэффициент Грюнайзена;  $C_0$ ,  $S_1$  – постоянные материала.

Девиатор напряжений определяется из решения уравнения

$$\frac{dS_{ij}}{dt} = 2\mu(\dot{\varepsilon}_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\dot{\varepsilon}_{kk}), \qquad (5)$$

где  $\mu$  — модуль сдвига;  $\dot{\epsilon}_{ij}$  — компоненты тензора скорости деформации;  $dS_{ij}$  / dt — производная Яуманна для компонент тензора девиатора напряжения в конденсированной фазе материальной частицы. В качестве критерия пластичности использовано условие Мизеса  $\sigma_{eq} \leq \sigma_S$ , где  $\sigma_{eq} = [(3/2)S_{ij}S_{ij}]^{1/2}$ .

В качестве материала обрабатываемого образца рассматривается сплав AISI 304 SS. Для описания кинетики развития пластического течения обрабатываемого материала в диапазоне скоростей деформации  $10^{-3}$  до  $10^4$  с<sup>-1</sup> использовано соотношение Джонсона–Кука [19]. Эта континуальная модель предназначена для моделирования поведения материалов, подверженных действию больших деформаций, высоких скоростей деформации и температур, что имеет место при резании.

Обычно используется в задачах с интенсивными динамическими нагрузками, порождаемыми столкновением, при высоких скоростях нагружения:

$$\sigma_{s} = \left[A + B \cdot \varepsilon_{p}^{n}\right] \cdot \left[1 + C \cdot \ln \varepsilon_{p}^{*}\right] \cdot \left[1 - (T_{H})^{m}\right]. \tag{6}$$

Константа A – величина условного предела текучести материала при исходной скорости деформации, B и n – константа и степень деформационного упрочнения. Выражения во второй и третьей скобках описывают эффекты влияния скорости деформации через параметры скоростной чувствительности C, температуры и ко-

эффициент температурного разупрочнения 
$$m$$
 соответственно,  $T_H = \left(\frac{T - T_r}{T_m - T_r}\right)$  —

гомологическая температура. В частности, температурное разупрочнение влияет на напряжение течения, которое стремится к нулю при приближении температуры проведения эксперимента  $T_r$  к температуре плавления  $T_m$ . В используемой модели учитывается локальный разогрев обрабатываемого материала в зоне формирования стружки при резании вследствие диссипации работы напряжений на пластических деформациях; в некоторых работах их локальные значения даже приравнивают к интенсивным пластическим деформациям, поэтому изменение температуры определяется с помощью соотношения [17]

$$T = T_0 + \frac{0.9}{C_p} \int_0^t \left| \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p \right| dt, \tag{7}$$

где  $C_p$  – удельная теплоемкость при постоянном объеме,  $T_0$  – температура до начала деформации.

Значения материальных констант, использованных в расчетах, и физико-механические характеристики обрабатываемого и инструментального материалов подобраны из открытых источников [19].

При проведении моделирования были использованы следующие значения коэффициентов моделей:

— для твердого сплава WC + Co:  $\Gamma_0$  = 1.54;  $C_0$  = 4 029 м/c;  $S_1$  = 1.237;  $\rho_0$  = 17 000 кг/м<sup>3</sup>;  $\mu = 160 \Gamma\Pi a$ ;

– для сплава AISI 304 SS:  $\Gamma_0 = 1.23$ ;  $C_0 = 5 130$  м/c;  $S_1 = 1.028$ ;  $\rho_0 = 7 950$  кг/м<sup>3</sup>; μ = 77 ΓΠα; A = 452 ΜΠα, B = 694 ΜΠα; n = 0.311; C = 0.0067; m = 0.996;  $T_r = 296$  K,  $T_m = 1 662 \text{ K}; C_p = 423 \text{ Дж/ (кг · K)}$ 

Так как в процессе фрезерования образуется стружка, то в вычислительной модели учитывают эффект накопления повреждений в области деформирования, а отрыв материала моделируют эрозией элементов при достижении значений параметра поврежденности, равного 1. Эволюция параметра поврежденности среды Dвычислялась путем суммирования приращений на дискретных интервалах времени, соответствующих шагу интегрирования:  $D = \sum_{k=1}^{\infty} \Delta D_k \ ,$ 

$$D = \sum_{k=1} \Delta D_k , \qquad (8)$$

где  $\Delta D_k = [\Delta \epsilon_{eq}^p]_k \ / \ \epsilon_f -$  приращение параметра поврежденности за шаг по време-

ни  $\Delta t_k$ ;  $[\Delta \epsilon_{eq}^p]_k = \int\limits_{t_{eq}}^{t_{k+1}} \dot{\epsilon}_{eq}^p \, dt$  — приращение эквивалентной пластической деформации;

є f – значение эквивалентной пластической деформации в момент начала макроскопического повреждения деформируемой среды:

$$\varepsilon_f = [D_1 + D_2 \exp(D_3 \sigma^*)][1 + D_4 \ln \varepsilon][1 + D_5 T_H]$$
 (9)

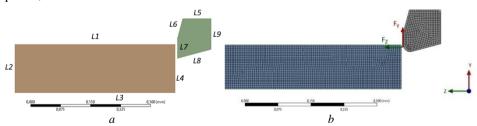
где  $\sigma^* = \frac{P}{\sigma_{eq}}$  — параметр трехосности напряженного состояния; P — гидростатиче-

ское давление;  $\sigma_{eq}$  — эквивалентные напряжения по Мизесу;  $\dot{\epsilon}$  — нормированная величина эквивалентной скорости пластической деформации  $D_1$ — $D_5$  — константы модели разрушения при накоплении повреждения, которые для AISI 304 SS имеют следующие значения:  $D_1 = 0.53$ ;  $D_2 = 0.5$ ;  $D_3 = -6.8$ ;  $D_4 = 0.014$ ;  $D_5 = 0$ .

#### Конечно-элементная модель и сетка

При создании вычислительной модели особое внимание уделяется допущениям (упрощениям) модели. Переход от макроуровня к микроуровню обусловливается геометрическими особенностями режущей кромки и особенностями самого процесса фрезерования, так как при численном моделировании необходимо учитывать округление режущей кромки, фактическую максимальную толщину среза и путь резания, которые совокупно влияют на количество элементов расчетной сетки. В совокупности большое количество элементов расчетной сетки при их малых размерах на макроуровне усложняет решение динамической задачи в явной постановке, реализованной в решателе AUTODYN [18], при этом кратно увеличивается расчетное время за счет малого шага интегрирования, зависящего от размеров самого маленького элемента сетки. В статьях [19, 20] акцентировано внимание на масштабном уровне похожего моделируемого процесса и предлагается решение для оптимизации процесса моделирования фрезерования, где производится переход от макроуровня с учетом всех особенностей реальных объектов, участвующих в процессе фрезерования, к альтернативным постановкам и идеализации задачи до двухмерного случая в микромасштабе геометрической модели. По некоторым признакам из-за принятых упрощений постановка задачи переходит от фрезерования, когда режущая кромка движется по окружности, к развертке пройденного кромкой пути, когда осуществляется прямолинейное движение. При этом геометрические размеры, скорости резания остаются соизмеримыми.

Затем задают начальные и граничные условия закрепления, контакта режущего клина с обрабатываемой поверхностью заготовки по поверхностям, указанным на рис. 5, a.



**Рис. 5.** Примеры микромасштабных геометрических моделей, используемых в моделировании: a — радиус скругления 0 мм (острая кромка); b — радиус скругления больше 0 мм (округленная кромка)

**Fig. 5.** Examples of microscale geometric models with rounding radius of: (a) 0 mm (sharp edge) and (b) greater than 0 mm (rounded edge)

Граничные условия при решении задачи соответствовали следующему случаю:

- на нижней (L3) и торцевой слева (L2) гранях модели образца жесткое закрепление;
- на верхней (L1) и торцевой справа (L4) гранях модели образца условия свободной поверхности;
- на верхней (L5) и торцевой справа (L9) гранях режущего клина фрезы постоянная скорость смещения вдоль образца от L4 к L2, соответствующая значениям режимов резания и ограничениям на смещения в других направлениях, что вынуждает режущий клин двигаться с заданной линейной скоростью, не меняя направления.

Выбор шага пространственной дискретизации расчетной области обеспечивает сходимость численного решения задачи. Пример расчетной сеточной модели представлен на рис. 5, b, ячейки модели представлены четырехузловыми элементами. Шаг интегрирования по времени определяется из условия Куранта [17].

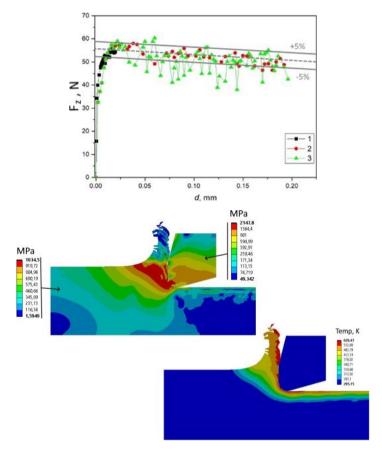
# Результаты и обсуждение

Для проверки результата анализа сеточной сходимости произведена оценка по графику на рис. 6, где представлены силы резания в виде графиков контактного усилия  $F_z$ , отображенного на схеме рис. 5, b. Результаты получены на трех расчетных сетках со средними размерами конечных элементов (КЭ) 0.002, 0.004 и 0.005 мм, графики I, 2, 3 соответственно. Решения качественно отличаются друг от друга, однако количественно по среднему схожи: графики имеют общую асимптоту, к которой сходятся во всех случаях. Оптимальным вариантом при анализе сеточной сходимости является использование в вычислительной модели сетки 2, где решение является средним между случаями 1 и 3. Близкое качественное и количественное совпадение графиков 1 и 2 говорит о хорошем допустимом диапазоне размеров элементов. Максимальные значения усилий в численных расчетах составляли  $56 \pm 2.8$  Н.

Приведенный результат можно считать достаточно точным совпадением с экспериментальными данными, опубликованными в [21, 22]. Экспериментальные значения максимальных усилий резания в начальные моменты обработки концевыми фрезами с различными свойствами режущей кромки, приведенные к 1 мм длины режущей кромки, при той же толщине стружки колебались в пределах  $53 \pm 5$  Н. Поэтому можно считать, что предлагаемая методика и разработанная физико-математическая модель для численного моделирования дает адекватный прогноз контактных усилий в режущем клине при фрезеровании концевой фрезой. Как следствие, значения контактных напряжений в резце и материале образа являются адекватными.

Возвращаясь к графику на рис. 6, отметим, что по виду контактное усилие быстро увеличивается до максимального значения и постепенно стабилизируется на начальном этапе фрезерования. Возрастающий нелинейный характер контактного усилия в начале характеризуется упругопластическим поведением материала образца во время начала взаимодействия с инструментом и образования навала перед критическим накоплением повреждений под режущей кромкой и первым отрывом, символизирующим образование стружки. Случай 1 со средним размером элементов 0.002 мм практически не имеет осцилляций, но более затратен по времени и отражает только начальный момент вхождения режущей пластины в заготовку,

при этом для отображения результата на широкий интервал требуется на порядки больше расчетного времени, чем в других двух. Отсюда делается вывод, что бесконечное уменьшение среднего размера КЭ-сетки нецелесообразно в силу значительного увеличения расчетного времени в угоду слабому уточнению результатов решения.



**Рис. 6**. Зависимость силы резания от продвижения режущей кромки в заготовке из сплава *AISI* 304 *SS* при скорости резания V = 50 м/мин и поля распределения эквивалентных напряжений и температуры в образце в момент времени 0.24 с

**Fig. 6.** Cutting force as a function of cutting-edge motion in AISI 304 SS alloy specimens at cutting speed V = 50 m/min; equivalent stress and temperature distributions in the specimen at a time instant of 0.24 s

Осцилляции на графике (см. рис. 6) отражают процесс моделирования отрыва материала стружки от заготовки и, по сути, являются артефактами выбранного метода эрозии для разделения сетки, который не стоит воспринимать как физическое явление. Так как за отделение стружки в численном решении отвечает алгоритм эрозии элементов с максимальным повреждением, то при удалении поврежденного элемента или целого кластера элементов на какое-то время под задней поверхностью режущего клина возникает микропустота. По мере прохождения этой

пустоты резцом и взаимодействия со следующим малоповрежденным элементом происходит сброс усилия на некоторую величину. При использовании крупных КЭ образуется больший зазор, поэтому величина сброса усилия кратно больше.

Из графического представления полей напряжений на рис. 6 следует, что максимальные значения эквивалентных напряжений в инструменте и образце возникают в области округления резца, находящегося в контакте со стружкой, образуя полосу адиабатического сдвига в материале образца и пятно концентрации в инструменте. Максимальные значения температуры 626 К, возросшей вследствие диссипативных эффектов при развитии пластической деформации, находятся в области контакта инструмента и стружки – в месте концентрации максимальных пластических деформаций. Сопоставляя количественные данные по контактным усилиям, качественное распределение искомых величин и формы образовывавшейся стружки, можно считать, что конечно-элементная модель фрезерования, описанная в данной статье, соответствует фактическому точению.

#### Заключение

В работе предложены алгоритм расчета и общая методология создания физикоматематической модели скоростного взаимодействия режущей кромки с образцом из конструкционного материала во время процесса фрезерования, позволяющая проводить оценку напряженно-деформированного состояния инструмента при заданных режимах обработки. Для автоматизации расчетов предлагается использовать решатель AUTODYN, доступный в виде самостоятельной программы или в качестве расчетного ядра в инженерных программных комплексах.

В ходе подготовки расчетной модели предлагается проводить аналитическую оценку максимальной толщины срезаемой стружки при различных скоростях резания с учетом геометрических особенностей режущего клина фрезы, которые выступают основными данными для создания геометрической модели. В качестве допущения при моделировании используется идеализированная двумерная модель прямолинейной развертки пути, пройденного режущей кромкой при фрезеровании.

При разработке физико-математической модели обработки образцов концевой фрезой учитывается упругопластическое поведение материала с разупрочнением и разрушением на примере обрабатываемого сплава AISI 304 SS. Определяющее уравнение в виде модели Джонсона—Кука позволяет описывать сложное сочетание факторов влияния на пластическое течение материала при фрезеровании, таких как скоростная чувствительность, температурное размягчение. Одноименная модель повреждаемой среды позволяет учесть эффект накопления микроповреждении вплоть до момента образования макроскопического разрушения при образовании стружки. В совокупности появляется возможность теоретически оценить кинетику протекания процесса образования стружки как качественно, так и количественно.

Ключевой вопрос о возможности применения предлагаемой методики и создаваемой модели для получения с помощью численного моделирования адекватных прогнозов контактных напряжений в режущем клине при фрезеровании концевой фрезой закрывается проведенным анализом сеточной сходимости с экспериментальными данными и сравнениями с экспериментальными данными. Расчетные максимальные значения контактного усилия при фрезеровании совпадают с экспе-

риментальными данными в рамках небольшой погрешности. Анализ сеточной сходимости позволил подобрать расчетную сетку с оптимальными размерами.

Предлагаемая методика может быть адаптирована для широкого класса пар «обрабатываемый / инструментальный материал». Таким образом, появляется возможность оценивать НДС при различных сочетаниях инструмента и обрабатываемых материалов. Знание параметров НДС должно позволить уже на стадии проектирования формировать режущие кромки с улучшенными геометрическими параметрами, повысить жесткость и прочность режущего клина в целом, а за счет численного прогноза увеличить производительность инструмента при сопоставимом уровне нагрузки на технологическую систему.

#### Список источников

- Denkena B., Kohler J., Sellmeier V., Morke T. Topography prediction of resilient parts after flank milling with chamfered tools // Production Engineering. Research and Development. 2011. V. 5. P. 273–281. doi: 10.1007/s11740-011-0305-2
- Denkena B., Bicke W., Sellmeier V. Flank milling of compliant workpieces with chamfered tools // Production Engineering. Research and Development. 2012. V. 6. P. 403–412. doi: 10.1007/s11740-012-0399-1
- 3. *Yen Y.-C.*, *Jain A.*, *Altan T.* A finite element analysis of orthogonal machining using different tool edge geometries // Journal of Manufacturing and Materials Processing. 2004. V. 146. P. 72–81. doi: 10.1016/S0924-0136(03)00846-X
- Al-Athel K.S., Gadala M.S. The use of volume of solid (VOS) approach in simulating metal cutting with chamfered and blunt tools // International Journal of Mechanical Sciences. 2011.
   V. 53. P. 23–30. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2010.10.003
- Yusoff A.R., Turner S., Taylor C.M., Sims N.D. The role of tool geometry in process damping milling // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2010. V. 50. P. 883–895. doi: 10.1007/s00170-010-2586-6
- Denkena B., Kohler J., Mengesha M.S. Influence of the cutting edge rounding on the chip formation process: Part 1. Investigation of material flow, process forces, and cutting temperature // Production Engineering. Research and Development. 2012. V. 6. P. 329–338. doi: 10.1007/s11740-012-0366-x
- 7. *Usui E., Shirakashi T.* Mechanics of machining—from descriptive to predictive theory. In on the art of cutting metals 75 years later // American Society of Mechanical Engineers. Publication PED. 1982. V. 7. P. 13–35.
- Strenkowski J.S., Carroll J.T. A finite element model of orthogonal metal cutting // American Society of Mechanical Engineers. Journal of Engineering in Industrial Research. 1985. V. 107. P. 346–354.
- Komvopoulos K., Erpenbeck S.A. Finite element modeling of orthogonal metal cutting // American Society of Mechanical Engineers. Journal of Engineering in Industrial Research. 1991. V. 113. P. 253–267.
- 10. Lin Z.C., Lin S.Y. A coupled finite element model of thermoelastic-plastic large deformation for orthogonal cutting // American Society of Mechanical Engineers. Journal of Engineering in Industrial Research. 1992. V. 114. P. 218–226.
- Zhang B., Bagchi A. Finite element simulation of chip formation and comparison with machining experiment. // American Society of Mechanical Engineers. Journal of Engineering in Industrial Research. 1994. V. 116. P. 289–297.
- Shih A.J. Finite element simulation of orthogonal metal cutting // American Society of Mechanical Engineers. Journal of Engineering in Industrial Research. 1995. V. 117. P. 84–93.
- Strenkowski J.S., Carroll J.T. Finite element models of orthogonal cutting with application to single point diamond turning // International Journal of Mechanical Sciences. 1986. V. 30. P. 899–920.

- Black J.T., Huang J.M. An evaluation of chip separation criteria for the FEM simulation of machining // The Journal of Manufacturing Science and Engineering. 1996. V. 118. P. 545–553.
- Tuğrul Ö., Erol Z. Finite element modeling the influence of edge roundness on the stress and temperature fields induced by high-speed machining // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2007. V. 35. P. 255–267. doi: 10.1007/s00170-006-0720-2
- 16. Кожевников Д.В., Кирсанов С.В. Резание материалов. М.: Машиностроение, 2012.
- 17. Skripnyak V.V., Skripnyak V.A. Hexagonal Close-Packed (hcp) Alloys under Dynamic Impacts // Journal of Applied Physics. 2022. V. 28. P. 16–19. doi: 10.1063/5.0085338
- 18. AUTODYN-TM Interactive non-linear dynamic analysis software theory manual. Horsam: Century Dynamics Inc., 1998.
- Molinari A., Musquar C., Sutter G. Adiabatic shear banding in high speed machining of Ti-6Al-4V: experiments and modeling // International Journal of Plasticity. 2002. V. 18. P. 443-459. doi: 10.1016/S0749-6419(01)00003-1
- Zichuan Z., Lin H., Tao Zh. et al. Research on inverse identification of Johnson-Cook constitutive parameters for turning 304 stainless steel based on coupling simulation // Journal of Materials Research and Technology. 2023. V. 23. P. 2244–2262. doi: 10.1016/j.jmrt.2023.01.090
- Kozlov V., Babaev A., Schulz N. et al. Study of a Methodology for Calculating Contact Stresses during Blade Processing of Structural Steel // Metals. 2023. V. 13. doi: 10.3390/met13122009
- 22. Бабаев А.С., Козлов В.Н., Семёнов А.Р., Шевчук А.С. и др. Исследование влияния параметров микрогеометрии режущих кромок на силу резания, износ и обрабатываемость при фрезеровании // Вестник машиностроения. 2024. Т. 103, № 10. С. 862–872. doi: 10.36652/0042-4633-2024-103-10-862-872

#### References

- 1. Denkena B., Kohler J., Sellmeier V., Morke T. (2011) Topography prediction of resilient parts after flank milling with chamfered tools. *Production Engineering. Research and Development*. 5. pp. 273–281. doi: 10.1007/s11740-011-0305-2
- Denkena B., Bicke W., Sellmeier V. (2012) Flank milling of compliant workpieces with chamfered tools. *Production Engineering. Research and Development*. 6. pp. 403–412. doi: 10.1007/s11740-012-0399-1
- 3. Yen Y-C., Jain A., Altan T. (2004) A finite element analysis of orthogonal machining using different tool edge geometries. *Journal of Manufacturing and Materials Processing*. 146. pp. 72–81. doi: 10.1016/S0924-0136(03)00846-X
- Al-Athel K.S., Gadala M.S. (2011) The use of volume of solid (VOS) approach in simulating metal cutting with chamfered and blunt tools. *International Journal of Mechanical Sciences*. 53. pp. 23–30. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2010.10.003
- 5. Yusoff A.R., Turner S., Taylor C.M., Sims N.D. (2010) The role of tool geometry in process damping milling. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 50. pp. 883–895. doi: 10.1007/s00170-010-2586-6
- Denkena B., Kohler J., Mengesha M.S. (2012) Influence of the cutting edge rounding on the chip formation process: Part 1. Investigation of material flow, process forces, and cutting temperature. *Production Engineering. Research and Development*. 6. pp. 329–338. doi: 10.1007/s11740-012-0366-x
- Usui E., Shirakashi T. (1982) Mechanics of machining from descriptive to predictive theory.
   In on the art of cutting metals 75 years later. *American Society of Mechanical Engineers*. *Publication PED*. 7. pp. 13–35.
- 8. Strenkowski J.S., Carroll J.T. (1985) A finite element model of orthogonal metal cutting. *American Society of Mechanical Engineers. Journal of Engineering in Industrial Research*. 107(4). pp. 346–354. doi: 10.1115/1.3186008
- Komvopoulos K., Erpenbeck S.A. (1991) Finite element modeling of orthogonal metal cutting. *American Society of Mechanical Engineers. Journal of Engineering in Industrial Research*. 113(3). pp. 253–267. doi: 10.1115/1.2899695

- Lin Z.C., Lin S.Y. (1992) A coupled finite element model of thermoelastic-plastic large deformation for orthogonal cutting. *American Society of Mechanical Engineers. Journal* of Engineering in Industrial Research. 114(2), pp. 218–226. doi: 10.1115/1.2904165
- Zhang B., Bagchi A. (1994) Finite element simulation of chip formation and comparison with machining experiment. *American Society of Mechanical Engineers. Journal of Engineering* in *Industrial Research*. 116(3). pp. 289–297. doi: 10.1115/1.2901944
- Shih A.J. (1995) Finite element simulation of orthogonal metal cutting. American Society of Mechanical Engineers. Journal of Engineering in Industrial Research. 117(1). pp. 84–93. doi: 10.1115/1.2803283
- Strenkowski J.S., Carroll J.T. (1986) Finite element models of orthogonal cutting with application to single point diamond turning. *International Journal of Mechanical Sciences*. 30(12). pp. 899–920. doi: 10.1016/0020-7403(88)90073-2
- Black J.T., Huang J.M. (1996) An evaluation of chip separation criteria for the FEM simulation of machining. *The Journal of Manufacturing Science and Engineering*. 118(4). pp. 545–553. doi: 10.1115/1.2831066
- 15. Tuğrul Ö., Erol Z. (2007) Finite element modeling the influence of edge roundness on the stress and temperature fields induced by high-speed machining. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 35. pp. 255–267. doi: 10.1007/s00170-006-0720-2
- 16. Kozhevnikov D.V., Kirsanov S.V. (2012) *Rezanie materialov* [Cutting of materials]. Moscow: Mashinostroenie.
- Skripnyak V.V., Skripnyak V.A. (2022) Hexagonal close-packed (hcp) alloys under dynamic impacts. *Journal of Applied Physics*. 28. pp. 16–19. doi: 10.1063/5.0085338
- 18. AUTODYN-TM Interactive Non-Linear Dynamic Analysis Software Theory Manual (1998) Horsam, UK: Century Dynamics Inc.
- Molinari A., Musquar C., Sutter G. (2002) Adiabatic shear banding in high speed machining of Ti-6Al-4V: experiments and modeling. *International Journal of Plasticity*. 18. pp. 443–459. doi: 10.1016/S0749-6419(01)00003-1
- Zou Z., He L., Zhou T., Zhang W., Tian P., Zhou X. (2023) Research on inverse identification of Johnson-Cook constitutive parameters for turning 304 stainless steel based on coupling simulation. *Journal of Materials Research and Technology*. 23. pp. 2244–2262. doi: 10.1016/j.jmrt.2023.01.090
- Kozlov V., Babaev A., Schulz N. Semenov A., Shevchuk A. (2023) Study of a methodology for calculating contact stresses during blade processing of structural steel. *Metals*. 13(12). Article 2009. doi: 10.3390/met13122009
- 22. Babaev A.S., Kozlov V.N., Semenov A.R., Shevchuk A.S., Ovcharenko V.A. (2024) Issledovanie vliyaniya parametrov mikrogeometrii rezhushchikh kromok na silu rezaniya, iznos i obrabatyvaemost' pri frezerovanii [Research of influence of cutting edges microgeometry parameters on cutting force, wear, and machinability during milling]. Vestnik mashinostroeniya Vestnik Mashinostroeniya. 103(10). pp. 862–872. doi: 10.3103/s1068798x24703271

#### Сведения об авторах:

**Пивкин Пётр Михайлович** — кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории цифрового проектирования кибер-физических инструментальных систем Московского государственного технологического университета «СТАНКИН» (Москва, Россия). E-mail: pmpivkin@gmail.com

**Бабаев Артём Сергеевич** – кандидат технических наук, старший научный сотрудник лаборатории нанотехнологий металлургии Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: a.s.babaev@mail.tsu.ru

**Козлов Виктор Николаевич** – кандидат технических наук, научный сотрудник лаборатории нанотехнологий металлургии Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: kozlov-viktor@bk.ru

**Семёнов Артём Романович** — младший научный сотрудник лаборатории нанотехнологий металлургии Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: artems2102@yandex.ru

**Назаренко Екатерина Сергеевна** — кандидат физико-математических наук, заведующая лабораторией цифрового проектирования кибер-физических инструментальных систем Московского государственного технологического университета «СТАНКИН» (Москва, Россия). E-mail: katarina.86@bk.ru

Надыкто Алексей Борисович — доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник лаборатории цифрового проектирования кибер-физических инструментальных систем Московского государственного технологического университета «СТАНКИН» (Москва, Россия). E-mail: abnadykto@yandex.ru

### Information about the authors:

**Pivkin Pyotr M.** (Candidate of Technical Sciences, Leading Researcher, Laboratory of Digital Design of Cyber-Physical Cutting Tool Systems, Moscow State University of Technology STANKIN, Moscow, Russian Federation). E-mail: pmpivkin@gmail.com

**Babaev Artyom S.** (Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher, Laboratory of Nanotechnology of Metallurgy, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: a.s.babaev@mail.tsu.ru

**Kozlov Viktor N**. (Candidate of Technical Sciences, Researcher, Laboratory of Nanotechnology of Metallurgy, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: kozlov-viktor@bk.ru **Semyonov Artyom R**. (Junior Researcher, Laboratory of Nanotechnology of Metallurgy, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: artems2102@yandex.ru

**Nazarenko Ekaterina S.** (Candidate of Physics and Mathematics, Head of Laboratory, Laboratory of Digital Design of Cyber-Physical Cutting Tool Systems, Moscow State University of Technology STANKIN, Moscow, Russian Federation). E-mail: katarina.86@bk.ru

**Nadykto Aleksey B.** (Doctor of Physics and Mathematics, Chief Researcher, Laboratory of Digital Design of Cyber-Physical Cutting Tool Systems, Moscow State University of Technology STANKIN, Moscow, Russian Federation). E-mail: abnadykto@yandex.ru

Статья поступила в редакцию 21.04.2025; принята к публикации 01.08.2025

*The article was submitted 21.04.2025; accepted for publication 01.08.2025*