2012 Математика и механика № 1(17)

УДК 66.061.352

Ю.Н. Финаева, Н.Г. Самойленко, Г.Б. Манелис

МОДЕЛЬ ПРОТИВОТОЧНОГО ЭКСТРАКЦИОННОГО РЕАКТОРА ВЫТЕСНЕНИЯ

Сформулирована простая модель противоточного реактора идеального вытеснения для экстракционных процессов. Дисперсная фаза в виде сферических капель всплывает в движущейся навстречу сплошной фазе. Получено аналитическое решение математической модели в стационарном приближении. Показано, что распределения концентрации зависят от скорости течения сплошной фазы. При малых скоростях движения сплошной фазы работает верхняя часть реактора, при больших скоростях – нижняя часть. Обнаружено, что при заданной степени экстракции не при всех скоростях движения сплошной фазы реализуются стационарные режимы.

Ключевые слова: противоточный реактор, экстракция, массообмен, стационарные режимы.

Развитая к настоящему времени стационарная теория массообмена экстракционных процессов, основанная на законе химического равновесия и на простейшей записи закона сохранения массы, послужила основой для разработки эмпирических методов расчета основных параметров реактора при заданной степени экстракции. В основу этих методов положено понятие теоретической ступени контакта и флегмового отношения. Математические модели стационарной теории экстракции от гидродинамической картины процесса отвлекаются [1-4]. Но вопрос: влияет ли и как течение фаз на эффективность экстракционного процесса? – остается.

В работе предложена простая математическая модель противоточного экстракционного реактора идеального вытеснения, которая учитывает гидродинамику течения фаз в ламинарном приближении.

Физическая модель проста. В реактор высотой H сверху подается раствор вещества A (фаза 1). Линейная скорость движения фазы 1 равна V. Экстрагент B (фаза 2) всплывает в фазе 1 в виде капель одного размера R. Размер капель постоянен. Скорость движения этой фазы $U\!-\!V$, где $U\!-\!$ скорость подъема капли в неподвижной фазе 1. Эту скорость в первом приближении можно рассчитать по формуле Стокса [5]. Система обыкновенных дифференциальных уравнений с граничными условиями, описывающая стационарный режим работы реактора, имеет вид

$$V\frac{dA}{dx} = \beta \cdot S_{\text{ud}} \cdot (\epsilon A - A_B); \tag{1}$$

$$(U - V)\frac{dA_B}{dx} = \beta \cdot S_{\text{ud}}^* \cdot (\varepsilon A - A_B).$$
 (2)

Граничные условия: при x = H, $A = A_0$, при x = 0 $A_B = 0$ (3)

Здесь A и A_B — концентрация вещества A соответственно в фазе 1 и фазе 2; β — коэффициент массообмена между фазами; $S_{\rm ud}$ и $S^*_{\rm ud}$ — удельная поверхность соответственно для фазы 1 и фазы 2; ϵ — коэффициент распределения вещества A между фазами; H — высота реактора; x — пространственная координата.

Решение системы уравнений (1) – (3) имеет вид:

$$A = A_0 \frac{\exp(r_2 x) - \frac{V}{U - V} \frac{S_{\text{ud}}^*}{S_{\text{ud}}} \frac{1}{\varepsilon}}{\exp(r_2 H) - \frac{V}{U - V} \cdot \frac{S_{\text{ud}}^*}{S_{\text{ud}}} \frac{1}{\varepsilon}};$$

$$A_{B} = A_{0} \frac{[\exp(r_{2}x) - 1] \frac{V}{U - V} \frac{S_{\text{ud}}^{*}}{S_{\text{ud}}}}{\exp(r_{2}H) - \frac{V}{U - V} \cdot \frac{S_{\text{ud}}^{*}}{S_{\text{ud}}} \frac{1}{\varepsilon}}.$$

Поскольку
$$S_{\rm ud} = \frac{S}{m\omega}$$
 и $S_{\rm ud}^* = \frac{S}{(1-m)\omega}$, тогда $\frac{S_{\rm ud}^*}{S_{\rm ud}} = \frac{m}{(1-m)}$. Здесь ω – объем реак-

тора, S — межфазная поверхность, m — объемная доля фазы 1.

Подставляя полученное выражение для отношения удельных поверхностей в решение системы, получаем

$$A = A_0 \frac{\exp(r_2 x) - \frac{V}{U - V} \cdot \frac{m}{(1 - m)} \cdot \frac{1}{\varepsilon}}{\exp(r_2 H) - \frac{V}{U - V} \cdot \frac{m}{(1 - m)} \cdot \frac{1}{\varepsilon}};$$
(4)

$$A_{B} = A_{0} \frac{\left[\exp\left(r_{2}x\right) - 1\right] \cdot \frac{V}{U - V} \cdot \frac{m}{\left(1 - m\right)}}{\exp\left(r_{2}H\right) - \frac{V}{U - V} \cdot \frac{m}{\left(1 - m\right)} \cdot \frac{1}{\varepsilon}},\tag{5}$$

где
$$r_2 = \varepsilon \cdot \frac{\beta}{V} \cdot \frac{\Sigma}{m} \cdot [1 - \frac{V}{U - V} \cdot \frac{m}{1 - m} \cdot \frac{1}{\varepsilon}], \quad \Sigma = \frac{3(1 - m)}{R}$$
 — поверхность контакта фаз в единице объема реактора, R — радиус сферической капли.

Из формул (4) и (5) следует, что стационарные режимы в противоточном реакторе высотой H возможны только при $V \le U$. При V = U сферические капли неподвижны относительно стенок реактора. Реализуется «стационарный» режим, в котором в фазе 1 по высоте реактора концентрация вещества A равна A_0 , а фаза 2 полностью насышена.

На рис. 1 в качестве иллюстрации для экстракции уксусной кислоты A из водного раствора (фаза 1) метилизобутилкетоном (фаза 2) в реакторе высотой около 15 метров [2] приведены рассчитанные по формулам (4) и (5) распределения кислоты в обеих фазах для трех значений скорости течения V фазы 1 (рис. 1, a и δ). Числовые значения характеристик, по которым рассчитывались параметры для расчета по формулам (4), (5), $\varepsilon = 0.75$, m = 0.75, $\Sigma = 15$ 1/см, $\beta = 0.001$ см/с, U = 11.17 см/с. Полученные результаты свидетельствуют о том, что пространственные распределения концентрации кислоты существенным образом зависят от скорости течения исходного раствора. При малых скоростях движения фазы 1 работает верхняя часть реактора (рис. 1, a и δ , кривые I), при больших скоростях нижняя часть (рис. 1, I и I об, кривые I об, кривые I об кривые I об кривые I об кривые I образом зависят об

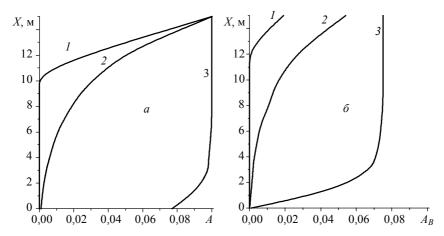


Рис. 1. Распределение уксусной кислоты по высоте реактора: a – в исходном растворе; δ – в экстрагенте. I – V = 0,5 см/c, 2 – V = 1,34 см/c, 3 – V = 5 см/c

Стационарный режим для конкретной степени экстракции, естественно, определяется конкретным набором характеристик процесса. В этом случае возникает вопрос: при всех ли скоростях течения фазы 1 возможны стационарные режимы? Определим степень экстракции кислоты из фазы 1 как $a=A_{\scriptscriptstyle \rm BMX}$ / $A_{\scriptscriptstyle 0}$; $A_{\scriptscriptstyle \rm BMX}$ — концентрация кислоты при x=0. После простых преобразований из формулы (4) получаем

$$H = \frac{\ln \frac{1}{a} [1 - (1 - a) \frac{V}{U - V} \cdot \frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{m}{1 - m}]}{\beta \cdot \frac{\varepsilon}{V} \cdot \frac{\Sigma}{m} (1 - \frac{V}{U - V} \cdot \frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{m}{1 - m})}.$$

Из этого выражения следует, что стационарные режимы для заданной степени очистки возможны только при $V < V_{\star}$, где

$$V_* = \frac{U}{1 + \frac{1 - a}{\varepsilon} \cdot \frac{m}{1 - m}}.$$
 (6)

На рис. 2 в координатах высота H — отношение массовых скоростей потоков $\delta = \frac{V}{U-V} \cdot \frac{m}{1-m} \cdot \frac{\rho_A}{\rho_B}$ представлены результаты расчетов для трех значений степени экстракции фазы 1. Для степени экстракции равной 0,1 (рис. 2, a) вертикальная линия соответствует $\delta_* = \frac{V_*}{U-V_*} \cdot \frac{m}{1-m} \cdot \frac{\rho_A}{\rho_B}$. Аналогичные значения δ_* существуют и для других степеней экстракции (рис. 2, δ).

Дальнейший анализ формулы (6) показал, что при $V > V_*$ существуют стационарные режимы, но уже для больших степеней экстракции.

Предлагаемая модель противоточного реактора вытеснения позволяет провести качественный анализ стационарных режимов реактора в зависимости от всех управляющих параметров (например, скорости движения фаз, радиуса капель и т.п.) и выбрать наиболее оптимальный режим процесса.

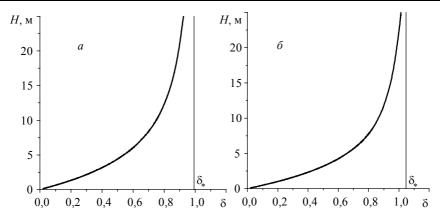


Рис. 2. Зависимость высоты реактора от параметра δ : a - a = 0.1; $\delta - a = 0.05$

ЛИТЕРАТУРА

- 1. *Броунштейн Б.И.*, *Железняк А.С.* Физико-химические основы жидкостной экстракции. М.; Л.: Химия, 1966. 314 с.
- 2. Трейбал Р. // Жидкостная экстракция. М.: Химия, 1966. 724 с.; Treybal R. Liquid Extraction. 2nd ed. N.Y.: McGraw-Hill Book Company Inc., 1963.
- 3. Кафаров В.В. Основы массопередачи. М.: Высшая школа, 1979. 439 с.
- 4. *Альдерс Л.* Жидкостная экстракция. М.: ИЛ, 1962. 258 с.; *Alders L.* Liquid–Liquid Extraction. Elsevier Publ. Company, 1959.
- 5. *Ландау Л.Д.*, *Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 730 с.

Статья поступила 18.11.2011 г.

Finaeva Yu. N., Samoilenko N.G., Manelis G.B. A MODEL OF A COUNTER-CURRENT PLUG-FLOW EXTRACTION REACTOR. A simple model of the counter flow reactor of ideal extrusion for extraction processes is formulated. The disperse phase in the form of spherical drops floats up towards to the moving continuous phase. An analytical solution of the mathematic model was found in the steady approximation was obtained. It was found that concentration distributions depended on the velocity of the continuous phase movement. At small velocities of the continuous phase movement, the upper part of the reactor works; at large velocities, the lower part. It was found that, at a given extraction degree, the steady regimes were implemented not at all velocities of the continuous phase movement.

Keywords: counter flow reactor, extraction, mass transfer, steady regimes.

FINAEVA Yuliya Nikolaevna (Institute of Problem of Chemical Physics)

E-mail: sam@icp.ac.ru

SAMOILENKO Nikolay Georgievich (Institute of Problem of Chemical Physics)

E-mail: sam@icp.ac.ru

MANELIS Georgii Borisovich (Institute of Problem of Chemical Physics)

E-mail: manelis@icp.ac.ru