

УДК 539.3

**А.М. Бубенчиков, М.А. Бубенчиков, Т.И. Некипелова,
В.Б. Цыренова, Н.Р. Щербakov**

КОНТАКТНОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ ЖЕСТКОГО ЭЛЕМЕНТА НА УПРУГОЕ ТЕЛО ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Предложена вычислительная технология, реализующая задачи линейной теории упругости в цилиндрических координатах. Особое внимание уделяется зоне контакта двух тел. Для ее раскрытия предложено использовать сетки с экспоненциальным расположением узлов по каждому из трех координатных направлений. Расчетами установлено, что воздействие сжимающего элемента порождает зоны срыва в распределении окружной компоненты перемещения на поверхности цилиндра.

Ключевые слова: *контактное воздействие, упругие перемещения точек, обобщенный закон Гука, касательные и нормальные напряжения, рекуррентные формулы, метод простой итерации.*

Определяющие уравнения

В настоящей работе нас будут интересовать максимальные локальные нормальные и касательные напряжения, возникающие в зоне контакта цилиндра с жестким элементом, то есть другим телом, обладающим менее выраженной способностью к деформированию, в данном случае – абсолютно твердым элементом. Величина этих напряжений будет зависеть от степени деформации и от упругих свойств материала цилиндра. Поэтому изначально решение будем строить в перемещениях, а затем, используя реологическую модель линейного упругого тела, найдем компоненты тензора искомых напряжений внутри тела и на границе.

Уравнения равновесия в перемещениях, записанные в цилиндрических координатах, имеют вид [1]

$$\nabla^2 u + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{u}{r^2} + \frac{1}{r(1-2\nu)} \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} + \frac{\rho}{G} f_\varphi = 0; \quad (1)$$

$$\nabla^2 v - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{v}{r^2} + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{\rho}{G} f_r = 0; \quad (2)$$

$$\nabla^2 w + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{\rho}{G} f_z = 0; \quad (3)$$

$$\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial vr}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{\partial w}{\partial z}, \quad (4)$$

где u , v , w – окружное, радиальное и осевое смещения точки; r , φ , z – цилиндрические координаты; ρ – плотность среды; f_r , f_φ , f_z – проекции массовой силы на оси выбранной системы координат; θ – объемная деформация; $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ – модуль

упругости при сдвиге; ν – коэффициент Пуассона; E – модуль Юнга;

$$\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \text{оператор Лапласа.}$$

В дальнейшем будем полагать, что нагрузки, прилагаемые к контактирующим элементам системы, настолько значительны, что их собственным весом по сравнению с нагрузками можно пренебречь, а силы электромагнитной природы вообще не будем принимать к рассмотрению, так что

$$f_r = f_\varphi = f_z = 0.$$

Подставляя (4) в (1) – (3) и раскрывая оператор Лапласа, получим следующую систему определяющих уравнений в перемещениях:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{b}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{u}{r^2} + \frac{b+1}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{b-1}{r} \frac{\partial^2 v}{\partial r \partial \varphi} + (b-1) \frac{\partial^2 w}{\partial z \partial \varphi} = 0; \quad (5)$$

$$\frac{b}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{b}{r^2} v - \frac{b+1}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{b-1}{r} \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \varphi} + (b-1) \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial z} = 0; \quad (6)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + b \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \frac{b-1}{r} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{b-1}{r} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi \partial z} + (b-1) \frac{\partial^2 v}{\partial r \partial z} = 0, \quad (7)$$

$$\text{где } b = \frac{2-2\nu}{1-2\nu}.$$

Следует сказать, что при формулировке задач теории упругости в компонентах перемещений как основных функций уравнения совместности деформаций удовлетворяются автоматически [2, с. 50].

Разностная схема

Умножим каждое из определяющих уравнений на r^2 и аппроксимируем производные в уравнениях (5) – (7) симметричными разностями на неравномерной сетке, получим

$$a_w (u_{i,j+1,k} - u_{i,j,k}) - a_e (u_{i,j,k} - u_{i,j-1,k}) + b a_s (u_{i+1,j,k} - u_{i,j,k}) - b a_n (u_{i,j,k} - u_{i-1,j,k}) + a_b (u_{i,j,k+1} - u_{i,j,k}) - a_t (u_{i,j,k} - u_{i,j,k-1}) - u_{i,j,k} + s_p = 0; \quad (8)$$

$$b a_w (v_{i,j+1,k} - v_{i,j,k}) - b a_e (v_{i,j,k} - v_{i,j-1,k}) + a_s (v_{i+1,j,k} - v_{i,j,k}) - a_n (v_{i,j,k} - v_{i-1,j,k}) + a_b (v_{i,j,k+1} - v_{i,j,k}) - a_t (v_{i,j,k} - v_{i,j,k-1}) - b v_{i,j,k} + s_{p1} = 0; \quad (9)$$

$$a_w (w_{i,j+1,k} - w_{i,j,k}) - a_e (w_{i,j,k} - w_{i,j-1,k}) + a_s (w_{i+1,j,k} - w_{i,j,k}) - a_n (w_{i,j,k} - w_{i-1,j,k}) + b a_b (w_{i,j,k+1} - w_{i,j,k}) - b a_t (w_{i,j,k} - w_{i,j,k-1}) + s_{p2} = 0, \quad (10)$$

$$\text{где } a_n = \frac{2}{(\varphi_i - \varphi_{i-1})(\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1})}, \quad a_s = \frac{2}{(\varphi_{i+1} - \varphi_i)(\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1})}; \quad (11)$$

$$a_e = \frac{r_e r_j}{(r_j - r_{j-1})(r_w - r_e)}, \quad a_w = \frac{r_w r_j}{(r_{j+1} - r_j)(r_w - r_e)}; \quad (12)$$

$$a_t = \frac{2r_j^2}{(z_k - z_{k-1})(z_{k+1} - z_{k-1})}, \quad a_b = \frac{2r_j^2}{(z_{k+1} - z_k)(z_{k+1} - z_{k-1})}; \quad (13)$$

$$s_p = \frac{(b+1)(v_{i+1,j,k} - v_{i-1,j,k})}{(\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1})} + \frac{r_j(b-1)(v_{i+1,j+1,k} - v_{i+1,j-1,k} - v_{i-1,j+1,k} + v_{i-1,j-1,k})}{(r_{j+1} - r_{j-1})(\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1})} +$$

$$+ \frac{r_j(b-1)(w_{i+1,j,k+1} - w_{i+1,j,k-1} - w_{i-1,j,k+1} + w_{i-1,j,k-1})}{(z_{k+1} - z_{k-1})(\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1})}; \quad (14)$$

$$s_{p1} = \frac{-(b+1)(u_{i+1,j,k} - u_{i-1,j,k})}{(\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1})} + \frac{r_j(b-1)(u_{i+1,j+1,k} - u_{i+1,j-1,k} - u_{i-1,j+1,k} + u_{i-1,j-1,k})}{(r_{j+1} - r_{j-1})(\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1})} +$$

$$+ \frac{r_j^2(b-1)(w_{i,j+1,k+1} - w_{i,j+1,k-1} - w_{i,j-1,k+1} + w_{i,j-1,k-1})}{(r_{j+1} - r_{j-1})(z_{k+1} - z_{k-1})}; \quad (15)$$

$$s_{p2} = \frac{r_j(b-1)(v_{i+1,j,k} - v_{i-1,j,k})}{(z_{k+1} - z_{k-1})} + \frac{r_j(b-1)(u_{i+1,j,k+1} - u_{i+1,j,k-1} - u_{i-1,j,k+1} + u_{i-1,j,k-1})}{(z_{k+1} - z_{k-1})(\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1})} +$$

$$+ \frac{r_j^2(b-1)(v_{i,j+1,k+1} - v_{i,j+1,k-1} - v_{i,j-1,k+1} + v_{i,j-1,k-1})}{(r_{j+1} - r_{j-1})(z_{k+1} - z_{k-1})}. \quad (16)$$

Здесь $r_e = \frac{(r_j + r_{j-1})}{2}$, $r_w = \frac{(r_j + r_{j+1})}{2}$.

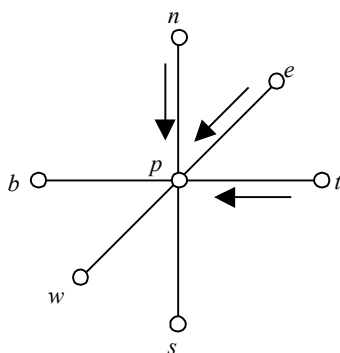


Рис. 1. Шаблон разностной сетки (стандартный для регулярной сетки).
Стрелками показаны направления возрастания индексов

Из разностных уравнений (8) – (10) получаем следующие рекуррентные формулы для определения значений перемещений во внутренних точках:

$$u_{i,j,k} = \frac{a_e u_{i,j-1,k} + a_w u_{i,j+1,k} + b a_n u_{i-1,j,k} + b a_s u_{i+1,j,k} + a_t u_{i,j,k-1} + a_b u_{i,j,k+1} + s_p}{1 + a_p + a_n(b-1) + a_s(b-1)}; \quad (17)$$

$$v_{i,j,k} = \frac{b a_e v_{i,j-1,k} + b a_w v_{i,j+1,k} + a_n v_{i-1,j,k} + a_s v_{i+1,j,k} + a_t v_{i,j,k-1} + a_b v_{i,j,k+1} + s_{p1}}{b + a_p + a_e(b-1) + a_w(b-1)}; \quad (18)$$

$$w_{i,j,k} = \frac{a_e w_{i,j-1,k} + a_w w_{i,j+1,k} + a_n w_{i-1,j,k} + a_s w_{i+1,j,k} + b a_t w_{i,j,k-1} + b a_b w_{i,j,k+1} + s p_2}{a_p + a_t(b-1) + a_b(b-1)}, \quad (19)$$

которые могут быть использованы при проведении расчетов по методу простой итерации. Здесь $a_p = a_e + a_w + a_n + a_s + a_t + a_b$.

Формулы (17) – (19) реализуют решения пространственных уравнений Ляме и используемые совместно с разностными граничными условиями пригодны для решения всех задач линейной теории упругости.

Построение разностной сетки

Строим экспоненциально сгущающуюся на пятне контакта сетку, следуя преобразованиям

$$\{\varphi, r, z\} \rightarrow \{\theta, \rho, \zeta\}: \quad \psi = \ln(\varphi + \varepsilon), \quad \rho = \ln(R - r + \delta), \quad \zeta = \ln(z + \gamma). \quad (20)$$

Пусть N – число точек разбиения по радиусу, $M_1 - 1$ – число разностных секторов в каждой четверти, $2K$ – число точек разбиения по осевой координате. Тогда

$$\left. \begin{aligned} \Delta\rho &= \frac{\ln(\delta) - \ln(R + \delta)}{N - 1}, \\ \Delta\psi &= \frac{\ln(\varepsilon) - \ln\left(\frac{\pi}{2} + \varepsilon\right)}{M_1 - 1}, \\ \Delta\zeta &= \frac{\ln(\gamma) - \ln\left(\frac{h}{2} + \gamma\right)}{K - 1} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho_j &= \ln(R + \delta) + (j - 1)\Delta\rho, \quad (j = 1, N), \\ \psi_i &= \ln\left(\frac{\pi}{2} + \varepsilon\right) + (i - 1)\Delta\psi, \quad (i = 1, M_1), \\ \zeta_k &= \ln\left(\frac{h}{2} + \gamma\right) + (k - 1)\Delta\zeta, \quad (k = 1, K); \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} r_j &= R + \delta - \exp(\rho_j), \quad (j = 1, N), \\ \varphi_i &= \frac{\pi}{2} + \varepsilon - \exp(\psi_i), \quad (i = 1, M_1), \\ z'_k &= \frac{h}{2} + \gamma - \exp(\zeta_k), \quad (k = 1, K), \\ z_k &= z'_k \quad (k = 1, K), \quad z_k = z'_{2K-k} \quad (k = K, 2K). \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Здесь h, R – высота и радиус цилиндра; $\delta, \varepsilon, \gamma$ – параметры преобразования (малые величины).

Формулы (21) – (23) позволяют построить экспоненциально сгущающуюся разностную сетку по каждому из трех координатных направлений. Однако на рис. 2 показана картина, полученная в сечении, перпендикулярном оси цилиндра, где видны сгущения сетки лишь по радиальному и окружному направлениям.

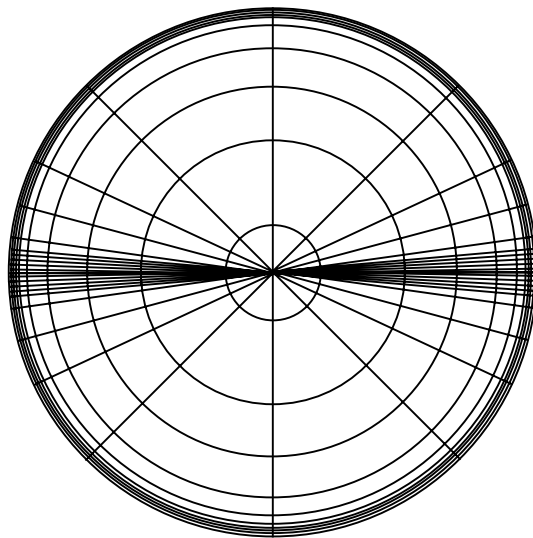


Рис. 2. Сгущение сетки в окрестности зоны контакта

Обобщённый закон Гука

Запишем обобщенный закон Гука [2]:

$$\sigma_{i,j} = \lambda \delta_{i,j} \varepsilon_{k,k} + 2\mu \varepsilon_{i,j}. \quad (24)$$

Здесь предполагается, что по индексу k выполнено суммирование. При этом $\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$, $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ – коэффициенты Ляме. Из последнего соотношения находим, что

$$\begin{aligned} \sigma_{\varphi,\varphi} &= (\lambda + 2\mu) \varepsilon_{\varphi,\varphi} + \lambda (\varepsilon_{r,r} + \varepsilon_{z,z}), \\ \sigma_{r,r} &= (\lambda + 2\mu) \varepsilon_{r,r} + \lambda (\varepsilon_{\varphi,\varphi} + \varepsilon_{z,z}), \\ \sigma_{z,z} &= (\lambda + 2\mu) \varepsilon_{z,z} + \lambda (\varepsilon_{r,r} + \varepsilon_{\varphi,\varphi}), \\ \sigma_{r,\varphi} &= 2\mu \varepsilon_{r,\varphi}, \quad \sigma_{z,\varphi} = 2\mu \varepsilon_{z,\varphi}, \quad \sigma_{r,z} = 2\mu \varepsilon_{r,z}. \end{aligned} \quad (25)$$

При этом компоненты тензора деформаций в цилиндрических координатах определяются следующими соотношениями [1, 3]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\varphi,\varphi} &= \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{\nu}{r}, \quad \varepsilon_{r,r} = \frac{\partial v}{\partial r}, \quad \varepsilon_{z,z} = \frac{\partial w}{\partial z}, \\ \varepsilon_{r,\varphi} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} \right), \quad \varepsilon_{z,\varphi} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right), \quad \varepsilon_{r,z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (26)$$

Условия на границах цилиндрического тела и на координатной оси

Пусть $M \equiv (r, \varphi, z)$ – точка на границе сплошного цилиндрического тела;

$\Omega_0 \equiv \left\{ r = R, \varphi \in [-\varphi_0, \varphi_0], z \in \left[\frac{h}{2} - z_0, \frac{h}{2} + z_0 \right] \right\}$ – область приложения внешнего

силового воздействия (пятно контакта); величина $2z_0$ определяет размер пятна контакта в осевом направлении. $\Omega \cup \Omega_0$ ($r = R$) – боковая поверхность цилиндра; Ω_1 ($z = 0$) – нижняя торцевая грань; Ω_2 ($z = h$) – верхняя торцевая грань.

Тогда граничные условия, используемые при решении пространственной задачи контактного воздействия на тело цилиндрической формы, можно записать следующим образом:

$$M \in \Omega_0, \quad \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi} = 0, \quad v = v_0, \quad \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0; \quad (27)$$

$$M \in \Omega, \quad \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi} = 0, \quad c \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} + v \right) + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0; \quad (28)$$

$$M \in \Omega_1, \quad u = 0, \quad v = 0, \quad w = 0; \quad (29)$$

$$M \in \Omega_2, \quad u = 0, \quad v = 0, \quad w = 0. \quad (30)$$

Здесь $c = \frac{\lambda + 2\mu}{\lambda}$, v_0 – постоянная величина радиального перемещения на пятне контакта. Координатная особенность на полярной оси разрешается следующим образом [4]:

$$u_{i,1,k} = \frac{1}{M} \sum_{v=1}^M u_{v,2,k}, \quad v_{i,1,k} = \frac{1}{M} \sum_{v=1}^M v_{v,2,k}, \quad w_{i,1,k} = \frac{1}{M} \sum_{v=1}^M w_{v,2,k} \quad (i = \overline{1, M}; k = \overline{1, 2K}). \quad (31)$$

Условие периодичности имеет вид

$$u_{M,j,k} = u_{1,j,k}, \quad v_{M,j,k} = v_{1,j,k}, \quad w_{M,j,k} = w_{1,j,k} \quad (j = \overline{1, N}; k = \overline{1, 2K}). \quad (32)$$

Первое условие в (27) и (28) выражает равенство нулю напряжения $\sigma_{r,\varphi}$, третье – равенство нулю напряжения $\sigma_{r,z}$. Второе соотношение в (28) определяет равенство нулю нормального напряжения $\sigma_{r,r}$.

Результаты расчетов

Тестирование задачи проводилось на тривиальном решении, отвечающем случаю $v_0 = 0$. В этом примере получаем нулевые распределения для всех компонент перемещений. Еще один тривиальный тест ($v_0 = 0$) относился к примеру, когда однородные условия первого рода для компонент перемещений (29), (30) были заменены на соответствующие условия второго рода (условия свободной торцевой поверхности цилиндра), а первое условие в (27) замещено условием $u = u_0 = \text{const}$. В этом случае мы получаем поворот цилиндра как целой фигуры, что отражено на рис. 3. При этом какие-либо деформации и напряжения в теле отсутствуют. Рис. 4–8 иллюстрируется расчет, отвечающий граничным условиям (27) – (30).

Цилиндрическое тело, отвечающее представленным данным, имело следующие размеры: $R = 5 \cdot 10^{-2}$ м, $h = 5 \cdot 10^{-2}$ м. Пятно контакта располагалось в центральной части боковой поверхности и определялось длинами $\Delta z = 3,925 \cdot 10^{-3}$ м, $\Delta l = 6,578 \cdot 10^{-3}$ м. Ниже на графиках все значения перемещений представлены в микронах, напряжения – в системе СИ, радиальная координата – в безразмерном виде: r/R .

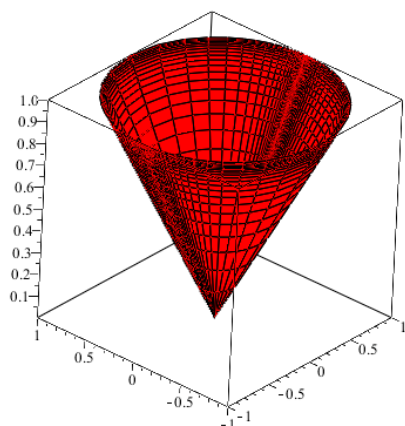


Рис. 3. Распределение окружной компоненты в тестовом примере

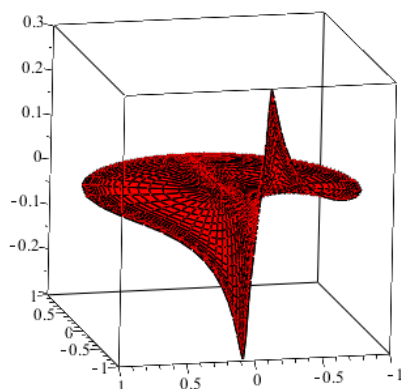


Рис. 4. Распределение окружной компоненты при контактном воздействии жесткого элемента

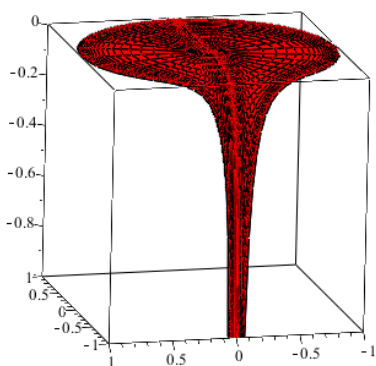


Рис. 5. Распределение радиальной компоненты при контактном воздействии жесткого элемента

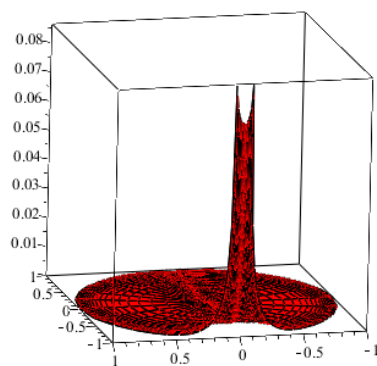


Рис. 6. Распределение осевой компоненты при контактном воздействии жесткого элемента

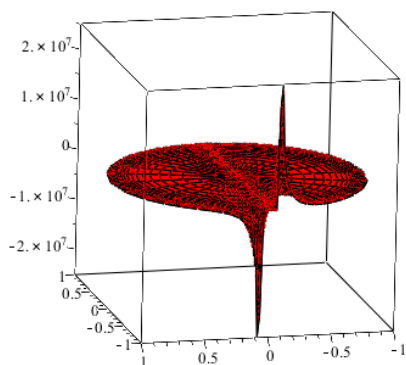


Рис. 7. Распределение касательного напряжения $\sigma_{r,\varphi}$ при контактном воздействии жесткого элемента

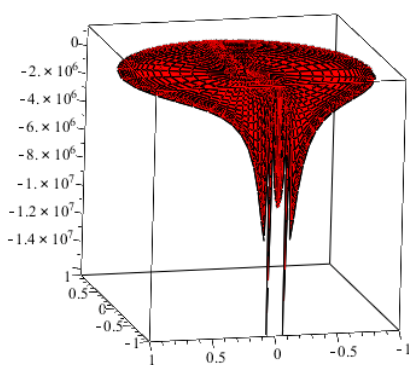


Рис. 8. Распределение нормального напряжения $\sigma_{\varphi,\varphi}$ при контактном воздействии жесткого элемента

Как видим из представленных распределений, заданные радиальные перемещения на пятне контакта индуцируют окружные и осевые перемещения на поверхности и внутри тела. Как следует из рис. 4, окружная компонента перемещения быстро возрастает с удалением от центра пятна контакта, а затем на некотором удалении от плоскости симметрии наблюдается срыв (излом с изменением знака производной). Причем точка, отвечающая срыву в распределении, расположена вне пятна контакта. Геометрическое место этих точек образует два фрагмента линий, ориентированных по вертикали и находящихся на поверхности цилиндра. Срыв в распределении осевой компоненты перемещений (рис. 6) обусловлен краями жесткого элемента. Срыв в распределении касательного напряжения (рис. 7) обусловлен срывом в распределении окружной компоненты перемещения и находится вне пятна контакта.

Не вдаваясь в подробности анализа полученного решения, обратим внимание на распределение нормальных (по отношению к окружной координате) напряжений $\sigma_{\varphi\varphi}$, представленных в горизонтальном сечении, проходящем через середину пятна контакта (рис. 8). Внутренняя пара «усов» у этой фигуры определяется изломом в распределении радиальной компоненты перемещений (рис. 5), то есть краями пятна контакта. Внешняя пара – срывом в поверхностном распределении окружной компоненты перемещения (рис. 4, два срыва – слева и справа от плоскости симметрии).

ЛИТЕРАТУРА

1. Демидов С.П. Теория упругости. М.: Высшая школа, 1979. 340 с.
2. Хан Х. Теория упругости. Основы линейной теории и ее применения. М.: Мир, 1988. 344 с.
3. Ляв А. Математическая теория упругости. М.; Л.: Главная редакция общетехнической литературы и номографии, 1935. 674 с.
4. Бубенчиков А.М., Ливаев Р.З. Некоторые автомодельные задачи магнитной гидродинамики // Вестник ТГУ. Бюллетень оперативной научной информации. 2001. № 4. С. 32–35.

Статья поступила 05.08.2012г.

Bubenchikov A.M., Bubenchikov M.A., Nekipelova T.I., Tsyrenova V.B., Shcherbakov N.R. CONTACT AFFECT OF A RIGID ELEMENT ON AN ELASTIC CYLINDRICAL BODY. The paper presents the computational technology that implements problems of the linear theory of elasticity in cylindrical coordinates. Special attention is paid to the area of contact between two bodies. To disclosure it, it is proposed to use difference grids with an exponential position of nodes on each of the three coordinate directions. According to the calculations, the affect of a squeezing element generates breakdown zones in the distribution of the circular shift component on the cylinder surface.

Keywords: contact effects, elastic displacement of points, generalized Hooke's law, shear and normal stresses, recurrence formulas, simple iteration.

Bubenchikov Aleksey Mikhailovich (Tomsk State University)
E-mail: bubenchikov@mail.tomsknet.ru

Bubenchikov Mikhail Alekseevich (Tomsk State University)
E-mail: michael121@mail.ru

Nekipelova Tatiana Ivanovna (Buryat State University)
E-mail: inltavo@mail.ru

Tsyrenova Valentina Babasanovna (Buryat State University)
E-mail: v.ts@mail.ru

Shcherbakov Nikolay Romanovich (Tomsk State University)
E-mail: nrs@math.tsu.ru