

УДК 531.3

Г.В. Павлов, М.А. Кальмова

СПЕЦИФИКА ДВИЖЕНИЯ ДИСКА НА РЕОЛОГИЧЕСКОМ ОСНОВАНИИ

Построена новая математическая модель силового взаимодействия, движущегося по реологическому основанию модели Кельвина. Получена система дифференциальных уравнений движения диска в форме модифицированных уравнений Чаплыгина, включающих обобщенную реологическую силу реакции, а также уравнения неголономных связей. Исследована устойчивость невозмущенного движения по уравнениям первого приближения. Показано, что режимы прямолинейного движения диска и верчение вокруг вертикального диаметра неустойчивы по углу нутации θ .

Ключевые слова: *связи неголономные, реологическое основание, кривая релаксации, годограф Михайлова.*

Реологические модели находят широкое применение при анализе работы конструкции из синтетических материалов. К достоинствам применения реологических моделей следует отнести относительную простоту их математического описания, поскольку уравнения движения в основном выражаются в форме обыкновенных дифференциальных уравнений. Теоретически и экспериментально доказано [1], что реологическое тело Кельвина – Фойхта наиболее корректно описывает природу несовершенной упругости при стационарных и нестационарных колебаниях неметаллических материалов. Но, к сожалению, вопрос построения уравнений Лагранжа для анализа гироскопических систем с упруго-вязкими элементами модели Кельвина в литературе практически не освещался. При составлении уравнений Лагранжа в такого рода системах обычно вводят функцию Релея с полной или неполной диссипацией или поправку на рассеяние энергии в форме нелинейной функции, учитывающей гистерезисные потери.

Как показывает обзор литературы [1–4], анализ устойчивости диска на реологическом основании тела Кельвина отсутствует. Поэтому проведём анализ устойчивости движения диска на основании Кельвина.

Рассмотрим движение однородного кругового жесткого диска массой M и радиусом r по вязкоупругому основанию, наделенному деформационно-демпфирующими свойствами, отвечающими физической модели Кельвина, и работающему совместно с безмассовой оболочкой-мембраной с конечной жесткостью c_1 на растяжение. Предполагается, что основание имеет точечный контакт с диском, причем силы взаимодействия сводятся к силе, приложенной в точке касания и вертикально направленной. Силовое взаимодействие между диском и основанием, вообще говоря, сводится к реологической реакции P и моменту трения $M_{\text{тр}}$, так как контакт колеса и основания с учетом их деформаций осуществляется по некоторой малой поверхности контакта. Приложив их к диску, образуем модель диска с точечным контактом. Но как показано в работе автора [2], модуль момента трения убывает по экспоненциальному закону – релаксационной кривой, асимптотически приближаясь к постоянной, близкой к нулю, а вертикальная деформация основания при надлежащем выборе эксплуатационных параметров основания

может быть пренебреженно малой. Поэтому решаем задачу в предположении, что кривизна линии контакта основания и диска меньше кривизны диска. Тогда справедлива гипотеза о точечном контакте диска с основанием.

Движение диска отнесем к неподвижной системе координат $O\xi\eta\zeta$ (рис. 1) с началом в точке O в опорной плоскости. Ось ζ направлена вертикально вверх. С точкой касания диска D свяжем полуподвижные оси Кёнига $D\xi^*\eta^*\zeta^*$ – параллельные осям $O\xi\eta\zeta$ и движущиеся поступательно. Неизменно с центром диска свяжем систему координат $Cxyz$, ось z направлена по нормали к плоскости диска. За обобщенные координаты приняты координаты центра масс диска ξ_c, η_c, ζ_c , углы Эйлера ψ, θ, φ , а также ζ – вертикальная координата точки касания диска с основанием. Имеет место соотношение $\zeta_c = \zeta + r \sin \theta$.

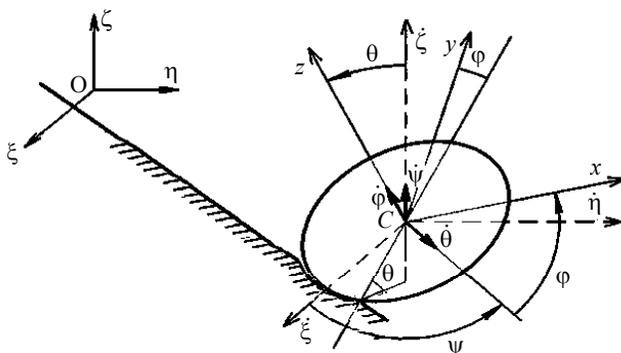


Рис. 1. Принятые системы отсчета и угловые координаты диска

Уравнения связей получим из равенства скоростей точки диска и точки основания в точке касания

$$\overline{V}_D = \overline{V}_C + \overline{\omega} \times \overline{CD}, \quad (1)$$

где $\overline{V}_D = (V_\xi, V_\eta, V_\zeta)$ – вектор скорости деформации точки основания, совпадающей с точкой касания диска, в нашем случае: $V_\xi = V_\eta = 0, V_\zeta = \dot{\zeta}$.

Проецируя векторное равенство (1) на неподвижные оси координат, получим

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_c &= r [\dot{\theta} \sin \varphi \sin \theta - \cos \varphi (\dot{\varphi} + \dot{\varphi} \cos \theta)], \\ \dot{\eta}_c &= -r [\dot{\theta} \cos \varphi \sin \theta + \sin \varphi (\dot{\varphi} + \dot{\varphi} \cos \theta)], \\ \dot{\zeta}_c &= \dot{\zeta} + r \dot{\theta} \cos \theta. \end{aligned} \quad (2)$$

Два первых уравнения (2) представляют уравнения неголономных связей, последнее уравнение – голономная связь и может быть проинтегрирована. Кинетическая и потенциальная энергии диска имеют вид

$$T = \frac{M}{2} (\dot{\xi}_c^2 + \dot{\eta}_c^2 + (\dot{\zeta} + r \dot{\theta} \cos \theta)^2) + \frac{1}{2} (I_x \omega_x^2 + I_y \omega_y^2 + I_z \omega_z^2),$$

$$\Pi = Mg(r \sin \theta + \zeta) + c_1 \zeta^2 / 2.$$

Здесь $I_x = I_y = \frac{Mr^2}{4}$, $I_z = \frac{Mr^2}{2}$ – экваториальный и аксиальный центральные моменты инерции диска, а $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – задаются кинематическими уравнениями Эйлера, g – ускорение свободного падения. Учитывая склерономность связей и то, что кинетическая, потенциальная энергии и уравнения связей не содержат обобщенных координат ξ_c, η_c , целесообразно записать уравнения движения диска в форме модифицированных уравнений Чаплыгина – в уравнения включены обобщенные реологические силы – $\sum_{j=1}^K b_{kj} P_k$. В этом случае уравнения движения диска можно исследовать независимо от уравнений связей:

$$L_j(q, \dot{q}, t) + \sum_{k=1}^K b_{kj} P_k = B_j (j=1, \overline{m-v}). \quad (3)$$

Здесь $L_j(q, \dot{q}, t) = \frac{d}{dt} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial \bar{T}}{\partial q_j} - Q'_j$, $q_j = (\zeta, \psi, \theta, \varphi)$ – Лагранжиан индекса j , описывающий движения диска на реологическом основании, \bar{T} – кинетическая энергия, выраженная через независимые обобщенные скорости, Q'_j – обобщенные силы с исключенными вариациями зависимых координат, B_j – гироскопические силы, порождаемые неголономностью связей, причем $B_\psi = -mr^2 \dot{\theta} \dot{\varphi} \sin \theta$, $B_\theta = 0$, $B_\varphi = mr^2 \dot{\theta} \dot{\varphi} \sin \theta$, K – число реологических элементов, $b_{kj} = \sum_{i=1}^{3N} e_{ik} \frac{\partial x_i}{\partial q_j}$, e_{ik} – направляющие косинусы реакции P_k в i -й точке, x_i – декартовы координаты точки приложения реологической силы P_k , m – число обобщенных координат, v – число неголономных связей. Координата φ является циклической, так как не содержится в уравнениях движения, координата ψ – псевдоциклической, ввиду вхождения её в коэффициенты неголономных связей. Напряженно-деформированное состояние реологического основания по координате ζ определяется уравнением

$$n_k \dot{P}_k + P_k = n_k c \dot{\zeta} + \bar{c} \zeta,$$

где n_k – время релаксации k -го элемента, c, \bar{c} – соответственно мгновенный и длительный модули упругости основания.

Уравнения движения (3) допускают частные решения вида

$$\theta = \theta_0, \quad \dot{\theta} = 0, \quad \dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0 = \omega, \quad \dot{\psi} = \dot{\psi}_0 = \Omega, \quad \zeta = \zeta_0, \quad \dot{\zeta} = 0, \quad P = P_0, \quad \dot{P} = 0, \quad (4)$$

описывающие стационарные невозмущенные движения диска.

Уравнения невозмущенного движения диска имеют вид

$$Mg + P_0 + c_1 \zeta_0 = 0,$$

$$P_0 - \bar{c} \zeta_0 = 0,$$

$$Mgr \cos \theta_0 + (c + Mr^2) \omega \Omega \sin \theta_0 - (I_x - I_z - Mr^2) \Omega^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0 = 0. \quad (5)$$

При фиксированных значениях $\dot{\phi}$ и $\dot{\psi}$ эти уравнения допускают семейство установившихся решений относительно θ .

Из (5) следует, что размерность многообразия стационарных движений диска равна двум. На рис. 2 приведены графические иллюстрации невозмущенных движений. В интервале значений $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ точки кривой обозначают движение диска с различными нутационными угловыми скоростями $\Omega > \Omega_{кр}$ по круговым орбитам с постоянным углом отклонения плоскости диска от основания; при $\theta = \pi/2$, $\Omega = 0$, $\omega \neq 0$ (рис. 2, а) диск совершает прямолинейное движение и при $\theta = \pi/2$, $\Omega = \omega = 0$ (рис. 2, б) – происходит верчение вокруг неподвижного вертикального диаметра. На всех графиках нижняя ветвь физически не реализуется.

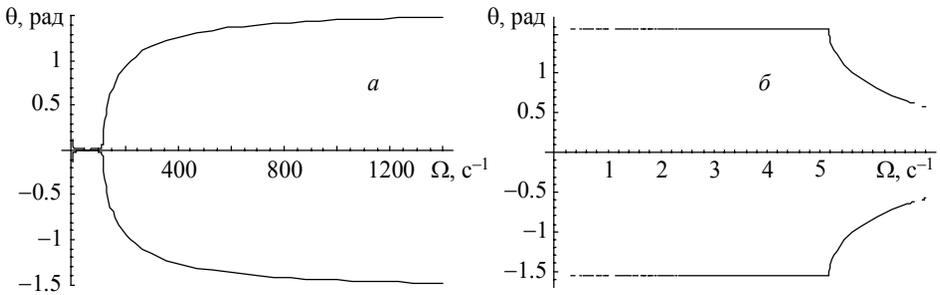


Рис. 2 Семейство стационарных решений

Исследуем устойчивость невозмущенного движения по уравнениям первого приближения. Положив $\dot{\psi} = \Omega + x_1$, $\dot{\phi} = \omega + \dot{x}_2$, $\theta = \theta_0 + x_3$, $\dot{\theta} = \dot{x}_3$, $\zeta = \zeta_0 + x_4$, $\dot{\zeta} = \dot{x}_4$, $P = P_0 + x_5$, $\dot{P} = \dot{x}_5$, линеаризуя уравнения движения диска в окрестности стационарного движения (4) и ограничиваясь первыми степенями возмущений, получим уравнения возмущенного движения первого приближения:

$$k_1 x_4 + k_2 x_5 + k_3 \dot{x}_3 + k_4 \ddot{x}_4 = 0,$$

$$l_1 \dot{x}_1 + l_2 \dot{x}_2 + l_3 \dot{x}_3 = 0,$$

$$m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + m_4 \ddot{x}_3 + m_5 \ddot{x}_4 = 0,$$

$$n_1 \dot{x}_1 + n_2 \dot{x}_2 + n_3 \dot{x}_3 = 0,$$

$$P_1 x_4 + P_2 x_5 + P_3 \dot{x}_4 + P_4 \dot{x}_5 = 0.$$

Здесь $k_1 = c_1$, $k_2 = 1$, $k_3 = Mr \cos \theta_0$, $k_4 = M$,

$$l_1 = \frac{1}{2} [(I_x + I_z + Mr^2) - (I_x - I_z - Mr^2) \cos 2\theta_0], \quad l_2 = (I_z + Mr^2) \Omega \sin \theta_0,$$

$$l_3 = [(I_x \Omega \cos \theta_0 - I_z \omega) - 2(I_z + Mr^2) \Omega \cos \theta_0] \sin \theta_0,$$

$$m_1 = [(I_z + Mr^2) \omega - 2(I_x - I_z - Mr^2) \Omega \cos \theta_0] \sin \theta_0, \quad m_2 = (I_z + Mr^2) \Omega \sin \theta_0,$$

$$m_3 = \left[(I_z + Mr^2) \omega \Omega \cos \theta_0 - (I_x - I_z - Mr^2) \Omega^2 \cos^2 \theta_0 + (I_x - I_z - Mr^2) \Omega^2 \sin^2 \theta_0 \right],$$

$$m_4 = I_x + Mr^2, \quad m_5 = Mr \cos \theta_0,$$

$$n_1 = (I_z + Mr^2) \cos \theta_0, \quad n_2 = I_z + Mr^2, \quad n_3 = -(I_z + 2Mr^2) \Omega \sin \theta_0,$$

$$P_1 = -\bar{c}, \quad P_2 = 1, \quad P_3 = -c \cdot n, \quad P_4 = n.$$

Характеристическое уравнение имеет вид

$$\lambda^2 (a_0 \lambda^5 + a_1 \lambda^4 + a_2 \lambda^3 + a_3 \lambda^2 + a_4 \lambda + a_5) = 0. \quad (6)$$

Нулевым корням соответствуют простые элементарные делители. Два нулевых корня характеристического уравнения обусловлены двумерностью многообразия стационарного движения диска. Необходимые условия устойчивости имеют вид

$$\Delta_1 = a_1 > 0, \quad \Delta_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0, \quad \Delta_3 = a_1 (a_2 a_3 - a_1 a_4) - a_0 (a_3^2 - a_5 a_4) > 0,$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & a_5 & a_4 \end{vmatrix} > 0, \quad \Delta_5 = a_5 > 0. \quad (7)$$

Ввиду необозримости коэффициентов a_i , анализ условий (7) затруднителен.

Поэтому условия устойчивости движения диска при $\theta = \theta_0 \neq \frac{\pi}{2}$ исследованы численно при следующих данных:

$$\theta = \frac{\pi}{4}, \quad \phi_0 = \omega = 100 \text{ с}^{-1}, \quad M = 0,2 \text{ кг}, \quad r = 0,2 \text{ м}, \quad g = 9,8 \text{ м/с}^2, \quad I_x = \frac{Mr^2}{4}, \quad I_z = \frac{Mr^2}{2},$$

$$\psi_0 = \Omega = 20 \text{ с}^{-1}, \quad c = 150 \frac{\text{Н}}{\text{м}}, \quad \bar{c} = 0,7 \cdot c \frac{\text{Н}}{\text{м}}, \quad n = 50c. \quad (8)$$

Применяя критерий Михайлова [4], в уравнении (6) делаем замену $\lambda = i\omega$, где ω – угловая скорость диска на границе устойчивости. Отделяя вещественную и мнимую части, приходим к уравнениям

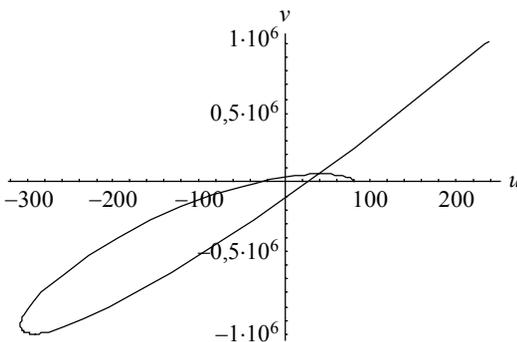


Рис. 3. Годограф Михайлова

$$u = a_5 - a_3 \omega^2 + a_1 \omega^4,$$

$$v = a_4 \omega - a_2 \omega^3 + a_0 \omega^5.$$

На рис. 3 видим, что вектор годографа Михайлова поворачивается на угол $\frac{\pi}{2} \cdot 5$ рад. Следовательно, режим движения диска, соответствующий заданным эксплуатационным и начальным условиям, будет асимптотически устойчив.

Можно показать, что координата ζ в режиме прямолинейного движения диска ($\theta_0 = \frac{\pi}{2}, \dot{\psi} = \Omega = 0, \dot{\phi} = \omega \neq 0$) будет устойчивой.

В этом случае уравнения движения диска принимают более простой вид:

$$\begin{aligned} M\ddot{\xi} + P + Mg &= 0, \\ n\dot{P} + P - nc\dot{\zeta} - \bar{c}\zeta &= 0. \\ \ddot{\phi} &= 0. \end{aligned}$$

Исключая реологическую реакцию P , запишем

$$\begin{aligned} nM\ddot{\zeta} + M\ddot{\zeta} + nc\dot{\zeta} + \bar{c}\zeta + Mg &= 0, \\ \ddot{\phi} &= 0. \end{aligned} \tag{9}$$

Внося в уравнение (9) $\zeta = \zeta_0 = \text{const}$, получим уравнение для определения деформации ζ в установившемся режиме

$$\bar{c}\zeta_0 + Mg = 0. \tag{10}$$

Принимая установившийся режим за невозмущенное движение, сообщим координате ζ_0 возмущение $\zeta = \zeta_0 + z$. Тогда с учетом равенства (10) получим уравнение возмущенного движения

$$nM\ddot{z} + M\ddot{z} + nc\dot{z} + \bar{c}z = 0.$$

Характеристическое уравнение $nM\lambda^3 + M\lambda^2 + nc\lambda + \bar{c} = 0$ в соответствие с данными (8) имеет корни

$$\lambda_1 = -0,015, \quad \lambda_2 = -0,0025 - 12,25i, \quad \lambda_3 = -0,0025 + 12,25i.$$

Таким образом, заключаем, что установившееся движение по координате ζ асимптотически устойчиво.

Общее решение уравнения (9) принимает вид

$$\zeta = -\frac{Mg}{\bar{c}} + Ae^{-i0,015t} + Be^{-i0,0025t} \cos 12,25t + De^{-i0,0025t} \sin 12,25t. \tag{11}$$

Из (11) вытекает, что диск на реологическом основании движется по инерции с постоянной скоростью и совершает вертикальные затухающие колебания, которые накладываются на медленное экспоненциальное движение. Поэтому можно утверждать, что координата ζ является устойчивой. Характер изменения координаты ζ показан на рис. 4.

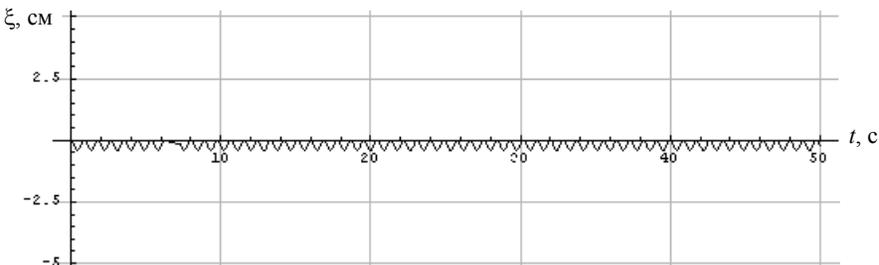


Рис. 4

Более полную информацию о характере устойчивости диска по отношению к переменным $\theta, \zeta, \dot{\theta}, \dot{\zeta}$ и $\dot{\psi}, \dot{\phi}$ получим [3], перейдя от фазовых переменных $\theta, \zeta, \dot{\theta}, \dot{\zeta}, \dot{\psi}$ и $\dot{\phi}$ системы уравнений (2), (3) к переменным $\theta, \zeta, \dot{\theta}, \dot{\zeta}, p_\phi = \frac{\partial \bar{T}}{\partial \dot{\phi}}, p_\psi = \frac{\partial \bar{T}}{\partial \dot{\psi}}$ и введем аналог функции Рауса при помощи соотношения

$$R = \bar{T} - \Pi - \|p_\psi p_\phi\| \cdot \left\| \begin{matrix} \dot{\psi} \\ \dot{\phi} \end{matrix} \right\|,$$

где обобщенные скорости псевдоциклических координат исключены с помощью соотношений

$$\left\| \begin{matrix} \dot{\psi} \\ \dot{\phi} \end{matrix} \right\| = \theta_{ss}^{-1} \left\| \begin{matrix} p_\psi \\ p_\phi \end{matrix} \right\|.$$

Здесь

$$\theta_{ss} = \left\| \begin{matrix} \frac{1}{4}(J_x + I_z + mr^2 + (J_z - J_x + mr^2) \cos 2\theta) & \frac{1}{2}(J_z + mr^2) \cos 2\theta \\ \frac{1}{2}(J_z + mr^2) \cos \theta & 2(J_z + mr^2) \end{matrix} \right\|$$

– блок матрицы кинетической энергии \bar{T} , содержащий коэффициенты при псевдоциклических координатах ϕ и ψ .

Представим

$$R = R_2 + R_1 + R_0,$$

где $R_2 = \frac{1}{2} \left\| \begin{matrix} \dot{\theta} & \dot{\zeta} \end{matrix} \right\| \cdot \theta_{rr} \cdot \left\| \begin{matrix} \theta \\ \zeta \end{matrix} \right\|$, $R_1 = 0$ – система гироскопически не связана, ввиду равенства нулю блока матрицы кинетической энергии θ_{rs} , содержащего коэффициенты при смешанных позиционных и псевдоциклических координатах, $R_0 = -\Pi - \frac{1}{2} \|p_\psi p_\phi\| \cdot \theta_{ss}^{-1} \cdot \left\| \begin{matrix} p_\psi \\ p_\phi \end{matrix} \right\|$,

$$\theta_{rr} = \left\| \begin{matrix} \frac{1}{2}(J_x + mr) & \frac{mr}{2} \cos \theta \\ \frac{mr}{2} \cos \theta & \frac{m}{2} \end{matrix} \right\|$$

– блок матрицы кинетической энергии \bar{T} , содержащий коэффициенты при позиционных координатах θ, ϕ .

Представим уравнения движения диска (3) в новых переменных

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial R_2}{\partial \dot{\theta}} = -\frac{DW}{D\theta}, \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial R_2}{\partial \dot{\zeta}} = -\frac{DW}{D\zeta},$$

$$\dot{p}_\psi = \Gamma_{p_\psi} \dot{\theta}, \quad \dot{p}_\phi = \Gamma_{p_\phi} \dot{\theta},$$

$$R_2 = \frac{1}{2} (m\dot{\zeta}^2 + 2mr\dot{\zeta}\dot{\theta} \cos \theta + (J_x + mr^2)\dot{\theta}^2),$$

$$\frac{DW}{D\theta} = \frac{\partial W}{\partial \theta}, \quad \frac{DW}{D\zeta} = \frac{\partial W}{\partial \zeta},$$

$$W = mg(r \sin \theta + \zeta) + \frac{c_1 \zeta^2}{2} + (J_x p_\phi^2 + (p_\phi^2 + 8p_\phi^2)(J_z + mr^2) - 4p_\phi p_\psi (J_z + mr^2) \cos \theta + \\ + \frac{p_\phi^2 (-J_x + J_z + mr^2) \cos 2\theta}{(J_z + mr^2)(4J_x + 3(J_z + mr^2)) + (-4J_x + 3(J_z + mr^2)) \cos 2\theta})$$

– измененная потенциальная энергия диска. В новых переменных частное решение, определяющее стационарное движение диска, принимает вид

$$\theta = \alpha, \quad \zeta = \beta, \quad \dot{\zeta} = 0, \quad \dot{\theta} = 0, \quad p_\psi = P_\psi, \quad p_\phi = P_\phi$$

и удовлетворяет уравнениям

$$gmr \cos \alpha + \frac{8(-4P_\psi + P_\phi \cos \alpha)(-J_x P_\phi + P_\psi(4J_x - 3(J_z + mr^2))) \cos \alpha \sin \alpha}{(4J_x + 3(J_z + mr^2)) + (-4J_x + 3(J_z + mr^2)) \cos 2\alpha} = 0, \\ mg + c_1 \beta + P = 0.$$

Стационарные движения диска будут устойчивы, если выполняются неравенства

$$\frac{D^2W}{D\theta^2} = \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} + mr^2 \sin \theta \frac{\partial W}{\partial p_\psi} \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial p_\phi \partial \theta} - \frac{\partial W}{\partial p_\phi} \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial p_\psi \partial \theta} > 0, \\ \frac{D^2W}{D\zeta^2} = \frac{\partial^2 W}{\partial \zeta^2} = c_1 > 0$$

Границы зон устойчивости, с использованием данных (8), были построены графически (рис. 5).

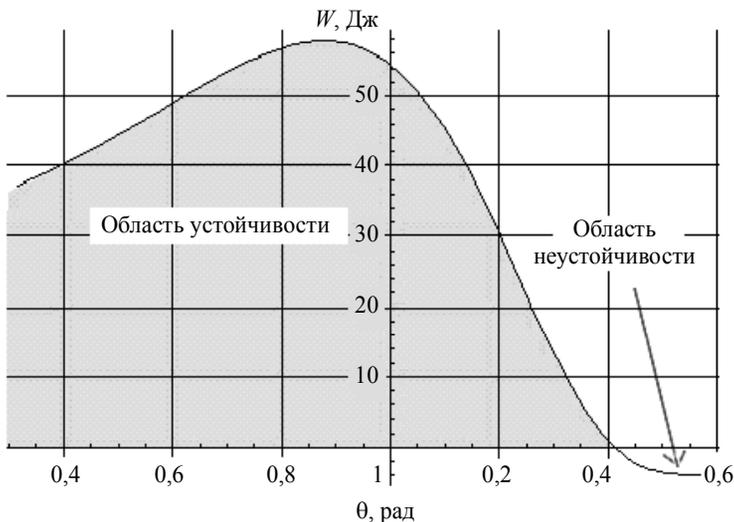


Рис. 5. Границы зон устойчивости при $\theta \neq \pi/2$

Таким образом, движение диска при отсутствии покрывающей мембраны становится неустойчивым. Характер устойчивости диска в режиме верчения вокруг вертикального диаметра ($\theta = \pi/2$, $\dot{\phi} = \omega = 0$, $\Omega \neq 0$) представлен на рис. 6. Отсюда следует, что верчение вокруг вертикального диаметра неустойчиво, тогда как верчения вокруг наклонных диаметров ($0,39\pi \leq \theta < 0,64\pi$) – устойчивы и на практике реализуются. Анализ устойчивости прямолинейного движения диска ($\theta = \pi/2$, $\Omega = 0$, $\omega \neq 0$) можно проследить на рис. 7, где видно, откуда вытекает неустойчивость движения диска в этом режиме.

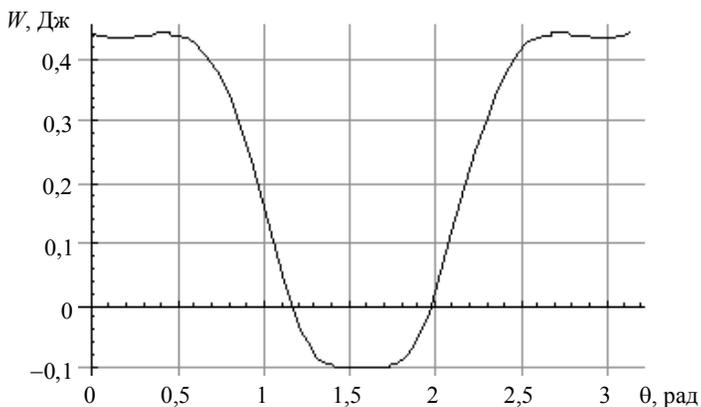


Рис. 6. Границы зон устойчивости в режиме верчения

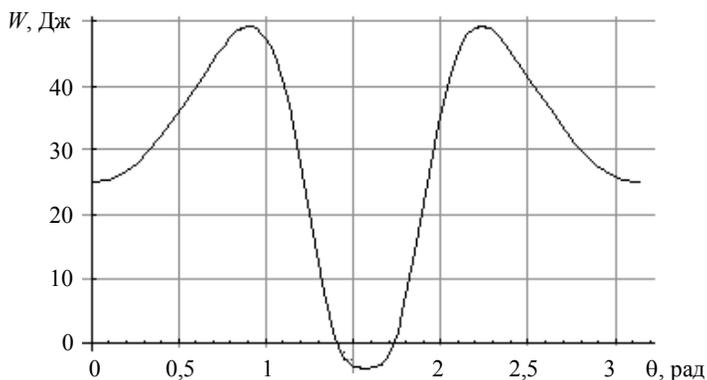


Рис. 7. Границы зон устойчивости в режиме прямолинейного движения

ЛИТЕРАТУРА

1. *Василенко Н.В.* Теория колебаний. Киев: Высша Школа, 1992. 430 с.
2. *Павлов Г.В., Кальмова М.А.* Эффект влияния полосы контакта упруго-вязкого основания на динамику диска // Вестник СамГТУ. 2009. С. 186–192.
3. *Карпетян А.В.* Устойчивость стационарных движений. М.: Эдиториал УРСС, 1998. 166 с.
4. *Меркин Д.Р.* Введение в теорию устойчивости движения. М.: Наука, 1971. 312 с.

Pavlov G.V., Kal'mova M.A. SPECIFIC CHARACTER OF DISK MOTION ON THE RHEOLOGICAL GROUND. This paper proposes a new mathematical model of disk motion on the rheological ground on the basis of Kelvin's model. A system of differential equations of the disk motion is derived in the form of modified Chaplygin equations involving generalized rheological response force as well as nonholonomic constraints equations. The instability of undisturbed motion is studied by equations of the first approximation. It is shown that the rectilinear motion of the disk and spinning around a vertical diameter are unstable with respect to the nutation angle θ .

Keywords: nonholonomic connections, rheological ground, relaxation curve, Mikhailov hodograph

Pavlov Georgiy Vasil'evich (Samara State University of Architecture and Civil Engineering)

E-mail: senitskiy@mail.ru

Kalmova Maria Aleksandrovna (Samara State University of Architecture and Civil Engineering)

E-mail: Kalmova@inbox.ru