2012 Математика и механика № 3(19)

УДК 523.44

О.Н. Раздымахина, Т.Ю. Галушина

О ПРЕДСКАЗУЕМОСТИ ДВИЖЕНИЯ АСТЕРОИДОВ, ПРОХОДЯЩИХ ЧЕРЕЗ СФЕРУ ХИЛЛА ЗЕМЛИ¹

Представлено описание проблемы исследования орбитального движения астероидов, проходящих через сферу Хилла Земли. Исследования показали, что на интервале времени порядка 190 лет через сферу Хилла Земли проходят 432 астероида. Для каждого из них была построена эволюция параметра МЕGNO на рассматриваемом интервале времени, и было показано, что движение большей части таких объектов становится непредсказуемым после прохождения через сферу Хилла.

Ключевые слова: астероиды, динамика, сфера Хилла, MEGNO, предсказуемость.

Работа посвящена проблеме исследования орбитального движения астероидов, проходящих через сферу Хилла Земли. Проблема связана с тем, что такие объекты испытывают сближения с большими планетами, в том числе с Землей, и через определенный промежуток времени движение этих астероидов становится непредсказуемым, что создает определенные трудности в моделировании их орбитальной эволюции.

Цель данной работы заключается в выявлении астероидов, проходящих через сферу Хилла Земли, и оценке времени предсказуемости их движения. В качестве характеристики хаотического движения целесообразно использовать параметр MEGNO (Mean Exponential Growth of Nearby Orbit), то есть среднее экспоненциальное расхождение близких орбит, так как он позволяет точно определить время предсказуемости движения астероидов [1].

Выявление астероидов, проходящих через сферу Хилла Земли

В данной работе движение астероидов рассматривалось в рамках возмущенной задачи двух тел в прямоугольной гелиоцентрической системе координат, отнесенной к эклиптике и равноденствию 2000.0. В модель сил были включены влияния всех больших планет, Плутона, Луны и трех крупных астероидов (Цереры, Паллады и Весты). Начальные элементы орбит астероидов были взяты из каталога Э. Боуэлла на эпоху 5 декабря 2011 года. В данном случае уравнения движения 8431 АСЗ (астероидов, сближающихся с Землей) интегрировались численно методом Эверхарта [2] на интервале времени (2011; 2200). Интервал времени интегрирования определялся фондом координат больших планет DE405.

Проведенные исследования показали, что через сферу Хилла Земли на рассматриваемом интервале времени проходят 432 астероида (значение радиуса сферы Хилла Земли составляет примерно 0,01 а.е.). Среди выявленных АСЗ большая часть астероидов проходит через сферу Хилла единожды (320 АСЗ), некоторые объекты дважды проходят через нее (90 АСЗ). Кроме того, был обнаружен 21 ас-

 $^{^1}$ Работа выполнена в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 г

тероид, который проходит через сферу Хилла Земли три раза. И всего один объект на рассматриваемом интервале прошел 4 раза на расстоянии от центра Земли меньшем 0.01 а.е. (2007 UT3). В табл. 1 в качестве примера приведены данные о прохождениях астероидов через сферу Хилла Земли до 2050 года. Здесь для каждого объекта представлена календарная дата прохождения через сферу Хилла Земли, а также расстояние до центра Земли в астрономических единицах. Следует отметить, что приведенные результаты получены для номинальных орбит.

Таблица 1 Сближения с Землей некоторых АСЗ, проходящих через сферу Хилла в ближайшее время

Объект	Дата	d_{min} , a.e.	Объект	Дата	d_{min} , a.e.
2000 YA	26.12.2011	0,007373	99942 Apophis	13.4.2029	0,003894
2003 XV	7.12.2011	0,002717	2007 VX83	9.11.2030	0,004980
2010 KK37	19.5.2012	0,003182	2011 GG60	1.4.2031	0,007569
2001 AV43	16.11.2013	0,005931	2009 FS4	2.4.2032	0,009707
2005 CM7	2.2.2014	0,007756	2006 SC	13.9.2033	0,009190
2009 RR	16.9.2014	0,003247	2005 TA	2.10.2034	0,009057
2011 FQ21	23.3.2014	0,006411	2008 EM68	12.9.2034	0,005480
2004 BL86	26.1.2015	0,008019	2002 GQ	31.3.2035	0,002967
2006 LH	23.12.2016	0,008274	2008 GM2	4.4.2035	0,005433
2008 WM61	29.11.2017	0,008656	2008 YF	19.12.2035	0,003406
2008 GY21	10.4.2018	0,001657	2010 JH110	27.5.2035	0,002756
2011 HJ7	12.5.2018	0,005942	2007 RY19	13.3.2037	0,008978
2005 NG56	16.7.2019	0,007405	2009 FZ10	16.3.2037	0,006011
2006 QV89	9.9.2019	0,000471	2011 SO5	30.9.2037	0,008799
2001 GP2	3.10.2020	0,007989	2002 NY40	11.2.2038	0,007303
2007 FR3	26.3.2020	0,005468	2008 LH2	2.6.2039	0,006444
2011 CL50	24.12.2020	0,007056	2011 GJ3	8.9.2039	0,004441
2004 UT1	29.10.2022	0,007056	2003 WT153	5.9.2041	0,008708
2009 BF58	21.1.2022	0,000684	2007 WJ3	20.5.2041	0,008053
1979 XB	17.10.2023	0,008012	2008 QS11	5.10.2041	0,006955
2006 HX57	7.5.2023	0,000684	2004 MD6	16.6.2042	0,009718
2007 EN88	13.3.2023	0,007845	2008 EX5	9.10.2042	0,004404
2009 QR	25.8.2023	0,004743	2011 ET74	28.2.2042	0,007127
2009 VT1	15.10.2023	0,005220	2011 EL11	31.7.2044	0,007328
2004 NU7	29.6.2024	0,002740	2011 TO	27.9.2044	0,003704
2006 WB	26.11.2024	0,002740	2010 JW34	29.4.2045	0,008413
2007 XB23	11.12.2024	0,002236	1994 WR12	25.11.2046	0,009810
1997 UA11	26.10.2026	0,009750	2008 TN9	4.10.2046	0,005397
2008 YO2	4.6.2026	0,005720	162162 1999 DB7	28.2.2048	0,006525
2010 VQ	12.12.2026	0,002426	2001 AV43	20.12.2048	0,003156
137108 1999 AN10	7.8.2027	0,004079	2007 UD6	18.10.2048	0,000638
35396 1997 XF11	26.10.2028	0,008905	2010 FD	26.2.2048	0,008393
153814 2001 WN5	26.6.2028	0,009282	2011 FS9	25.2.2048	0,004656
2009 SM98	9.9.2028	0,002612	2005 VL1	5.2.2049	0,005526
2009 WR52	20.5.2028	0,006211	2007 EH26	15.9.2049	0,004826
2002 AN129	3.5.2029	0,001664	2008 EZ7	9.3.2049	0,001213
2006 HE2	30.9.2029	0,002893	2003 DW10	1.3.2050	0,008225
292220 2006 SU49	28.1.2029	0,006851			

Вычисление параметра MEGNO для астероидов, проходящих через сферу Хилла Земли

Как уже отмечалось во введении, в данной работе в качестве характеристики хаотического движения был выбран параметр MEGNO. Такой выбор обусловлен тем, что MEGNO позволяет точно определить момент времени, после которого движение объекта становится непредсказуемым.

Параметр MEGNO Y(t) представляет собой взвешенную по времени интегральную форму ляпуновского характеристического числа [3]

$$Y(t) = \frac{2}{t} \int_{0}^{t} \frac{\dot{\delta}(s)}{\delta(s)} s ds, \tag{1}$$

где $\delta(t)$ – так называемый касательный вектор, который представляет собой эволюцию начального бесконечно малого отклонения $\delta(t_0)$ = δ_0 между номинальным решением и очень близкой орбитой.

Средняя величина $\overline{Y}(t)$ получается следующим образом [3]:

$$\overline{Y}(t) = \frac{1}{t} \int_{0}^{t} Y(s) ds.$$
 (2)

Эволюция усредненного параметра MEGNO $\overline{Y}(t)$ во времени позволяет выявить различный характер движения. Так, например, для хаотических орбит с экспоненциальным расхождением близких траекторий $\overline{Y}(t)$ всегда будет больше двух. Для квазипериодических (регулярных) орбит с линейным расхождением близких траекторий $\overline{Y}(t)$ будет осциллировать около значения 2, а для устойчивых орбит типа гармонического осциллятора $\overline{Y}(t)=0$ [1].

Существует специально разработанная для задач численного моделирования методика вычисления параметра MEGNO [4]. В свою очередь нами было разработано программное обеспечение определения параметра MEGNO для астероидов с использованием кластера СКИФ Cyberia [5].

Разработанное программное обеспечение в данной работе использовалось для определения времени предсказуемости движения астероидов, проходящих через сферу Хилла Земли. Для каждого из них была построена эволюция параметра MEGNO на интервале времени (2011; 2200). Важно отметить, что для всех AC3 прохождение через сферу Хилла Земли приводит к росту параметра MEGNO, причем скорость роста $\overline{Y}(t)$ зависит от расстояния до Земли.

Проведенные исследования показали, что для большинства астероидов (254 AC3) движение становится непредсказуемым после прохождения через сферу Хилла, для 163 AC3 в момент прохождения через сферу Хилла Земли движение уже непредсказуемо из-за многочисленных сближений с большими планетами, в том числе с Землей, произошедших до момента прохождения через данную сферу. Исключением являются 15 AC3, движение которых регулярно на рассматриваемом интервале времени и для которых параметр MEGNO колеблется ниже уровня двойки. Эти объекты проходят через сферу Хилла Земли в конце интервала интегрирования, и параметр MEGNO начинает постепенно расти, но не успевает достичь порогового значения ($\overline{Y}(t)$ =2).

На рис. 1–3 представлены графики сближений астероидов с большими планетами и эволюция усредненного параметра MEGNO для объектов описанных выше групп. Из рисунков видно, что под влиянием тесных сближений с Землей усредненный параметр MEGNO изменяет свое поведение и начинает со временем расти, причем скорость его роста зависит от того, насколько тесным было сближение. Из рис. 1 видно, что астероиды 216985 2000 QK130 и 85640 1998 ОХ4 принадлежат первой группе АСЗ, для которых движение становится непредсказуемым после прохождения через сферу Хилла Земли. Астероиды 69230 Hermes и 221455 2006 BC10 (рис. 2) принадлежат ко второму классу деления по МЕGNO

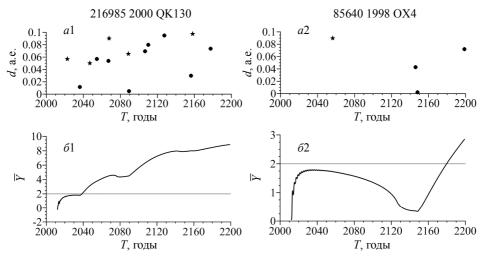


Рис. 1. Сближения с Землей (« \bullet ») и Марсом (« \star ») (a1, a2), эволюция параметра MEGNO (61, 62) для астероидов 216985 2000 QK130 и 85640 1998 ОХ4; d – расстояние до центра планеты

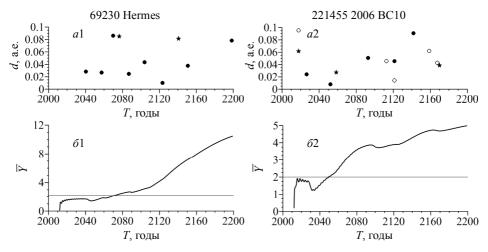


Рис. 2. Сближения с Венерой («о»), Землей («•») и Марсом (« \star ») (a1, a2), эволюция параметра MEGNO (61, 62) для астероидов 69230 Hermes, 221455 2006 BC10; d – расстояние до центра планеты

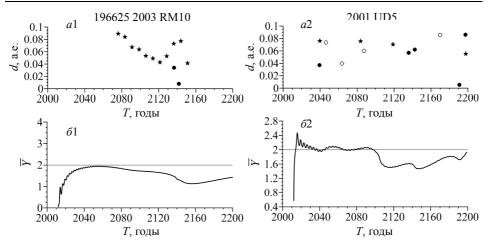


Рис. 3. Сближения с Венерой («о»), Землей (« \bullet ») и Марсом (« \star ») (a1, a2), эволюция параметра MEGNO (61, 62) для астероидов 196625 2003 RM10 и 2001 UD5; d – расстояние до центра планеты

(163 AC3), так как к моменту прохождения через сферу Хилла параметр MEGNO $\overline{Y}(t)$ уже перешел пороговое значение из-за предшествующих сближений с Землей.

На рис. 3 приведены сближения с планетами земной группы и графики эволюции параметра $\overline{Y}(t)$ для астероидов 196625 2003 RM10 и 2001 UD5, движение которых можно считать устойчивым на рассматриваемом интервале времени, но после прохождения через сферу Хилла Земли $\overline{Y}(t)$ начинает расти. Сделать выводы о движении этих астероидов можно только при исследовании их движения на большем интервале времени.

Исследование вероятностной орбитальной эволюции астероидов 153201 2000 WO107 и 101955 1999 RQ36

При исследовании движения астероидов нельзя ограничиться номинальной орбитой, поскольку начальные параметры движения астероидов содержат погрешности, обусловленные ошибками наблюдений. Номинальной орбитой будем называть орбиту, полученную в результате улучшения начальных параметров (взятых из каталога Боуэлла) методом наименьших квадратов по имеющимся наблюдениям. Для исследования вероятностной орбитальной эволюции требуется построение областей возможных движений астероидов. Область возможных движений объекта представляется как ансамбль траекторий некоторого множества тестовых частиц, выбираемых из начальной доверительной области. В свою очередь, начальная область определяется на основе вероятностных ошибок орбитальных параметров, получаемых из наблюдений астероидов методом наименьших квадратов. В начальной области выбираются тестовые частицы с помощью датчика случайных чисел относительно выбранного центра на основе нормального закона распределения и полной ковариационной матрицы ошибок.

В случае появления неустойчивости движения астероидов вероятностная область сильно увеличивается, что существенно затрудняет прогнозирование движения, особенно при наличии тесных сближений.

В качестве примера рассмотрим области возможных движений астероидов 153201 2000 WO107 и 101955 1999 RQ36, проходящих по два раза через сферу Хилла Земли. В табл. 2 представлены результаты построения начальных доверительных областей. Здесь n – число наблюдений, использованных при улучшении; Δt – интервал наблюдений в годах; $\sigma(X_0)$ и $\sigma(\dot{X}_0)$ – среднеквадратические ошибки МНК-оценок векторов положения X_0 и скорости \dot{X}_0 АСЗ; σ – среднеквадратическая ошибка представления наблюдений в угловых секундах.

Таблица 2 Данные о наблюдениях и результатах МНК-оценок параметров орбит АСЗ

σ(O-C)," $\sigma(X_0)$, a.e. $\sigma(\dot{X}_0)$, a.e./cyr Объект Δt , $\Gamma \Gamma$. 153201 2000 WO107 292 2000 - 20110.52 1.10^{-7} 1.10^{-8} 3·10⁻⁹ 101955 1999 RQ36 253 1999 - 20050.57

В данном численном эксперименте в рамках начальной вероятностной области было выбрано 100 000 тестовых частиц. Уравнения движения исследуемых астероидов и их тестовых частиц интегрировались численно методом Эверхарта с использование 100 ядер кластера СКИФ Cyberia (http://skif.tsu.ru/). В модель сил при улучшении орбит и исследовании вероятностной орбитальной эволюции включено влияние больших планет, Плутона, Луны, сжатия Земли, светового давления и релятивистских эффектов от Солнца. Результаты исследования представлены в табл. 3 и на рис. 4, 5.

Таблица 3 Данные о прохождении номинальных орбит и тестовых частиц астероидов через сферу Хилла

	Номинальная орбита		Ансамбль		% частиц,
Объект	Дата	d_{min} , a.e.	Дата	d_{min} ,a.e.	попадающих в сферу Хилла
153201 2000 WO107	30.11.2093	0,008305	30.11.2093	0,008297	100
	1.12.2140	0,001645	1.12.2140	0,001615	100
101955 1999 RQ36	23.09.2060	0,005020	23.09.2060	0,005018	100
	22.09.2080	0,009783	22.09.2080	0,008890	100
			25.09.2137	0,000591	0.038
			25.09.2171	0,000104	0.009
			24.09.2185	0,000005	0.418
			24.09.2192	0,000075	0.637
			25.09.2198	0,000844	0.011

В табл. 3 представлены данные о прохождении через сферу Хилла Земли номинальных орбит и тестовых частиц астероидов 153201 2000 WO107 и 101955 1999 RQ36. Из таблицы видно, что в момент прохождения через сферу Хилла Земли номинальных орбит обоих астероидов все тестовые частицы проходят через нее, причем минимальное расстояние до геоцентра для частиц ансамбля меньше, чем для номинальных орбит. Для астероида 153201 2000 WO107 в момент второго прохождения через сферу Хилла 100 % частиц ансамбля проходят через сферу тяготения Земли (значение радиуса сферы тяготения Земли составля-

ет примерно 254316 км). Для астероида 101955 1999 RQ36 было обнаружено еще несколько моментов времени прохождения через сферу Хилла Земли малого процента тестовых частиц. При этом среди 100 000 тестовых частиц было обнаружено 418 орбит, проходящих через сферу Хилла, среди которых одна орбита приводит к столкновению с Землей в 2185 году. Но следует отметить, что движение астероида 101955 1999 RQ36 становится непредсказуемым уже в 2166 году, поэтому трудно судить о вероятности столкновения.

На рис. 4 представлены результаты построения вероятностной орбитальной эволюции астероида 153201 2000 WO107. Здесь показаны сближения с Меркурием, Венерой, Землей и Марсом, а также эволюция элементов для номинальной орбиты (черным цветом) и тестовых частиц (серым цветом). Из рис. 4 видно, что после прохождения через сферу Хилла область возможных движений объекта увеличивается и движение астероида становится непредсказуемым начиная с 2144 г.

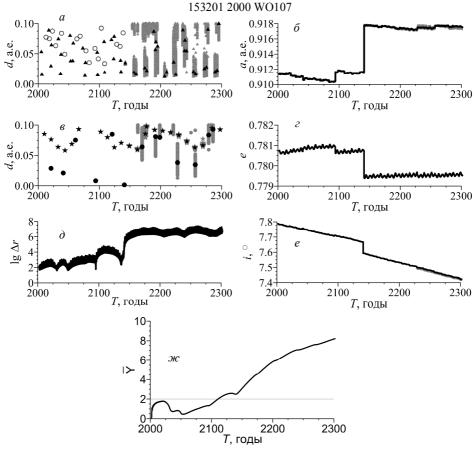


Рис. 4. Астероид 153201 2000 WO107: сближения с Меркурием (\blacktriangle) и Венерой (\circ) (a); сближения с Землей (\bullet) и Марсом (\star) (a); эволюция большой полуоси a (a), эксцентриситета a (a), наклонения орбиты астероида к плоскости эклиптики (a); эволюция максимального расстояния от тестовых частиц до астероида на номинальной орбите в км (a) и эволюция усредненного параметра MEGNO Y(a). Данные для номинальной орбиты показаны черным цветом, для тестовых частиц — серым цветом

Из графиков сближений и эволюции параметра MEGNO видно, что в момент второго прохождения через сферу Хилла сближение с Землей было более тесное, и в связи с этим скорость роста Y(t) увеличилась.

Рассмотрим более подробно процесс увеличения области возможных движений. На последнем графике показана эволюция максимального расстояния от тестовых частиц до астероида на номинальной орбите. После второго прохождения через сферу Хилла в 2140 г. область возможных движений астероида 153201 2000 WO107 увеличивается на 4 порядка.

На рис. 5 представлена орбитальная эволюция астероида 101955 1999 RQ36. Из рис. 5 видно, что после первого прохождения номинальной орбиты астероида через сферу Хилла Земли в 2060 г., усредненный параметр MEGNO меняет свое поведение и начинает постепенно расти. После второго прохождения через сферу Хилла скорость роста $\overline{Y}(t)$ возрастает, и уже в 2166 г. движение астероида становится непредсказуемым, при этом область возможных движений значительно увеличивается. Из графика эволюции максимального расстояния от тестовых частиц до астероида на номинальной орбите видно, что это расстояние после второго прохождения через сферу Хилла Земли увеличилось почти на 6 порядков.

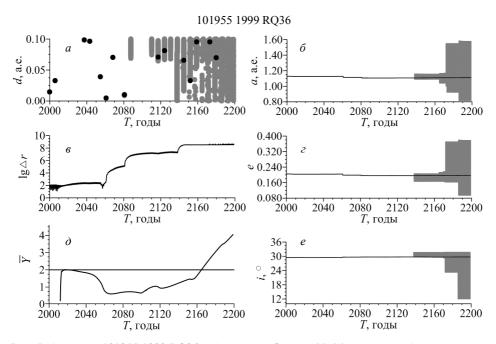


Рис. 5. Астероид 101955 1999 RQ36: сближения с Землей (\bullet) (a); эволюция большой полуоси a (δ), эксцентриситета e (ϵ), наклонения орбиты астероида к плоскости эклиптики (e); эволюция максимального расстояния от тестовых частиц до астероида на номинальной орбите в км (ϵ) и эволюция усредненного параметра MEGNO $\overline{Y}(t)$ (∂). Данные для номинальной орбиты показаны черным цветом, для тестовых частиц — серым цветом

Заключение

Проведенные исследования показали, что через сферу Хилла Земли на интервале времени порядка 190 лет проходят 432 астероида. С целью определения момента времени, после которого движение астероидов становится непредсказуе-

мым, для каждого из них была построена эволюция параметра MEGNO на рассматриваемом интервале времени. Анализ полученных результатов показал, что для большинства AC3 (254) движение становится непредсказуемым после прохождения через сферу Хилла, для 163 астероидов в момент прохождения через сферу Хилла движение уже непредсказуемо из-за многочисленных предшествующих сближений с большими планетами, в том числе с Землей. Исключением являются 15 AC3, движение которых регулярно на рассматриваемом интервале времени, и параметр MEGNO колеблется ниже уровня двойки. Эти объекты проходят через сферу Хилла в конце интервала интегрирования, и параметр MEGNO не успевает достичь порогового значения ($\overline{Y}(t)$ =2). Сделать выводы о движении этих астероидов можно только при исследовании их движения на большем интервале времени. Стоит также отметить, что скорость роста параметра $\overline{Y}(t)$ зависит от того, насколько тесным было сближение исследуемых астероидов с Землей.

Для астероидов 153201 2000 WO107, 101955 1999 RQ36 были построены области возможных движений. Проведенные исследования показали, что момент времени, начиная с которого усредненный параметр MEGNO становится больше двух (т. е. движение астероидов становится непредсказуемым), соответствует моменту значительного увеличения областей возможных движений. Можно сделать вывод о прямой связи между поведением усредненного параметра MEGNO и изменением областей возможных движений астероидов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

- Cincotta P.M., Girdano C.M., Simo C. Phase space structure of multi-dimensional systems by means of the mean exponential growth factor of nearby orbits // Physica D. 2003. V. 182. P 151–178.
- Everhart E. An efficient integrator that uses Gauss Radau spacings // Dynamics of Comets: Their Origin and Evolution (Proc. of IAU Colloq. 83, held in Rome, Italy, June 11–15, 1984) / eds. A. Carusi and G. B. Valsecchi. Dordrecht: Reidel, 1985. P. 185–202.
- 3. *Breiter S., Melendo B., Bartczak P., Wytrzyszczak I.* Synchronous motion in the Kinoshita problem. Application to satellites and binary asteroids // A&A. 2005. V. 12. P 753–764.
- 4. Valk S., Delsate N., Lemar tre A., Carletti T. Global dynamics of high area-to-mass ratios GEO space debris by means of the MEGNO indicator // Adv. Space Res. 2009. V. 43. P. 1509–1526.
- 5. *Раздымахина О.Н.* Алгоритмическое и программное обеспечение для определения параметра MEGNO для астероидов // Изв. вузов. Физика. 2011. Т. 54. № 6/2. С. 31–38.

Статья поступила 10.05.2012 г.

Razdymahina O.N., Galushina T.Yu. ON PREDICTABILITY OF MOTION OF ASTEROIDS PASSING THROUGH THE HILL SPHERE FOR EARTH. This paper describes the problems arising in the study of the orbital motion of asteroids that pass through the Hill sphere for Earth. The studies have shown that 432 asteroids pass through the Hill sphere for Earth during the time interval of about 190 years. For each of them the evolution of the MEGNO parameter was constructed on this interval. It is shown that the motion of most of these objects becomes unpredictable after passing through the Hill sphere for Earth.

Keywords: asteroids, dynamics, Hill sphere, MEGNO, predictability

RAZDIMAHINA Oksana Nikitichna (Tomsk State University)

E-mail: oksanchik@mail2000.ru

GALUSHINA Tatyana Yur'evna (Tomsk State University)

E-mail: tanastra@nxt.ru