

Среда типа Грюнайзена для темной энергии и квинтэссенции

С.Э. Коренблит^{1,2}, Э.Г. Аман¹, А.Д. Москаленко¹¹ Иркутский государственный университет, г. Иркутск, Россия² Объединенный институт ядерных исследований, г. Дубна, Россия

Связь вида $P = \lambda u$ в равновесной однокомпонентной среде с заданной $\lambda = \text{const}$ возможна и при наличии взаимодействия, а при $\lambda(V)$, $\lambda(u)$, $\lambda(P)$ также определяет все ее функции состояния, например, на различных стадиях эволюции Вселенной, в терминах одной, задаваемой химпотенциалом, функции одной переменной, выделяя значения $\lambda = -1, 0, 1/3$. Условия равновесия и устойчивости исключают такую среду для $-1 < \lambda(\cdot) < 0$.

Ключевые слова: уравнение состояния, термодинамическое равновесие, темная энергия, квинтэссенция.

Введение

Под средой типа Грюнайзена будем понимать среду, для которой общее размерное соотношение $P \equiv \lambda u$ при заданной безразмерной функции $\lambda(\cdot, \cdot)$ имеет неформальный смысл как независимое дополнительное уравнение состояния этой среды. Здесь P – равновесное давление среды, а

$$\frac{PV}{\lambda} = U(T, V, N), \quad u(T, \bar{v}) = \frac{U}{V}, \quad \sigma(T, \bar{v}) = \frac{S}{V}, \quad (1)$$

$$\text{а также } \bar{v} = \frac{V}{N}, \quad \bar{\varepsilon}(T, \bar{v}) = \frac{U}{N} = \bar{v}u(T, \bar{v}), \quad \bar{s}(T, \bar{v}) = \frac{S}{N} = \bar{v}\sigma(T, \bar{v}) \quad (2)$$

есть зависящие от ее температуры T , выделяемого ее объема V и числа N частиц в нем, соответственно: полная внутренняя энергия, объемные плотности этой энергии и энтропии, а также удельные объем, энергия и энтропия. Для однокомпонентной среды зависящий, вообще говоря, от двух интенсивных переменных безразмерный параметр $\lambda(\cdot, \cdot)$ назван параметром Грюнайзена [1]. Например, для гиббсовского d -мерного газа с однородными функциями полных кинетической $K(\{\mathbf{p}\})$ и потенциальной $\Pi(\{\mathbf{x}\})$ энергий взаимодействия частиц степеней однородности ℓ и $-\ell$ найдем $\lambda = \ell/d$. Действительно, масштабное преобразование N -частичной статсуммы такого газа [2], сперва при $\Pi(\{\eta\mathbf{x}\}) = \eta^n \Pi(\{\mathbf{x}\})$ с $\{\mathbf{x}\} \equiv \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N\}$, $K(\{\eta\mathbf{p}\}) = \eta^\ell K(\{\mathbf{p}\})$ с $\{\mathbf{p}\} \equiv \{\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N\}$, и

$$Z_N(T, V) = \frac{1}{N! h^{Nd}} \prod_{j=1}^N \left\{ \int_{V_d} d^d x_j \int d^d p_j \right\} \exp \left\{ -\frac{K(\{\mathbf{p}\}) + \Pi(\{\mathbf{x}\})}{k_B T} \right\}, \quad (k_B - \text{константа Больцмана})$$

вида $\mathbf{x} \rightarrow \eta \mathbf{x}$, т.е. $V_d \rightarrow \eta^d V_d$, и $\mathbf{p} \rightarrow \eta^{n/\ell} \mathbf{p}$, $T \rightarrow \eta^n T$ дает для нее функциональное уравнение $Z_N(\eta^n T, \eta^d V_d) = \eta^{[1+n/\ell]Nd} Z_N(T, V)$ с решением $Z_N(T, V) = [T/\Theta]^{[d/n+d/\ell]N} (\exp[\omega(q)])^N$ для нее и для аддитивной свободной энергии F [2]. Здесь Θ – константа размерности температуры; $\omega(q)$ – некоторая безразмерная функция одной инвариантной интенсивной переменной $q = T\bar{v}^{-n/d}$, $F(T, V, N) \equiv -k_B T \ln Z_N(T, V) = -Nk_B T \left\{ \left(\frac{d}{n} + \frac{d}{\ell} \right) \ln \left(\frac{T}{\Theta} \right) + \omega(q) \right\} \rightarrow -Nk_B T \omega(q)$ при $n \rightarrow -\ell$, что при $F \equiv N\bar{\mathfrak{G}}(T, \bar{v})$, $q \rightarrow T\bar{v}^\lambda$ и дает (1) с $\lambda = \ell/d$ для давления и внутренней энергии [3] как

$$P = -\left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_{T, N} = -\left(\frac{\partial \bar{\mathfrak{G}}}{\partial \bar{v}} \right)_T \rightarrow \frac{\lambda}{\bar{v}} k_B T q \omega'(q) \quad \text{и} \quad U = -T^2 \left(\frac{\partial}{\partial T} \frac{F}{T} \right)_{V, N} \rightarrow Nk_B T q \omega'(q). \quad (3)$$

Таким образом, даже $\lambda = \text{const}$ отнюдь не означает идеальности среды [1]. Но с тем же $\lambda = \ell/d$ связь (1) хорошо известна [1–3] для идеального газа, т.е. с $\Pi(\{\mathbf{x}\}) \equiv 0$ (как с любой желаемой степенью однородности) и с суммой одночастичных кинетических спектров вида