

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И ТЕОРИЯ ПОЛЯ

УДК 530.182

DOI: 10.17223/00213411/68/9/1

**Формирование структур в нелокальной одномерной модели
Фишера – Колмогорова – Петровского – Пискунова
с дробным лапласианом**С.А. Синюков¹, А.В. Шаповалов¹¹ *Национальный исследовательский Томский государственный университет, г. Томск, Россия*

Исследуется динамика популяционной плотности в обобщенной одномерной модели Фишера – Колмогорова – Петровского – Пискунова с нелокальными конкурентными потерями и оператором Лапласа дробного порядка, описывающим аномальную диффузию. Построены численные решения при определенном выборе параметров уравнения для случая так называемого регионального дробного оператора Лапласа и для дробного оператора Лапласа в виде Капуто – Фабрицио. Построенные численные решения показывают, что в процессе эволюции локализованного в пространстве начального распределения популяционной плотности происходит формирование пространственно неоднородных распределений плотности в виде локальных максимумов, которые могут рассматриваться как примеры диссипативных структур. Исследовано влияние параметра дробного лапласиана на формирование структур.

Ключевые слова: популяционная динамика, аномальная диффузия, дробный лапласиан, уравнение Фишера – Колмогорова – Петровского – Пискунова, формирование структур.

Введение

В теории реакционно-диффузионных (РД) систем (например, [1–3]) фундаментальной проблемой является изучение процессов формирования пространственно-временных диссипативных структур (ДС), отражающих процессы самоорганизации в нелинейных распределенных системах.

Наиболее изучены модели РД-систем, описываемые системой дифференциальных уравнений с двумя и более взаимодействующими компонентами и диффузией, описываемой законом Фика. Взаимодействие в таких системах имеет локальный характер, т.е. описывается функциями, значения которых берутся в одной точке пространства. Для однокомпонентных систем с локальным взаимодействием (самодействием) ДС не наблюдаются. Однако для систем с нелокальным взаимодействием, которые описываются интегродифференциальными уравнениями, сценарии формирования ДС более разнообразны, в том числе структуры могут возникать и в однокомпонентных нелокальных системах.

В [4–6] на примере нелокальной обобщенной модели Фишера – Колмогорова – Петровского – Пискунова (ФКПП), описывающей эволюцию популяционной плотности, состоящей из особей одного вида, было продемонстрировано формирование пространственно неоднородных распределений популяционной плотности, которые можно рассматривать как примеры ДС. Диффузия Фика, которую называют нормальной, входит в уравнение ФКПП в виде обычного оператора Лапласа. Однако в средах со сложной, в том числе фрактальной, структурой, эффектами памяти, где также наряду с хаотическими столкновениями частиц происходят скачкообразные изменения значений динамических переменных системы под воздействием хаотически изменяющихся внешних факторов, наблюдаются отклонения от закона Фика. В таком случае диффузию называют аномальной. Одним из общепринятых подходов к математическому моделированию аномальной диффузии является модификация обычного оператора Лапласа в модельном уравнении оператором Лапласа дробного порядка, причем параметр дробного порядка характеризует структурные свойства среды [7, 8].

В [9] к нелокальному уравнению ФКПП с дробной производной по времени и нормальной диффузией применялся метод построения асимптотических решений в приближении слабой диффузии.

В настоящей работе исследуется динамика популяционной плотности в одномерной обобщенной нелокальной модели ФКПП с аномальной диффузией. Нелокальные взаимодействия в по-