

Двумерное двухчастичное квазипотенциальное уравнение* в релятивистском конфигурационном представлении^{*}

В.Н. Капшай¹, А.В. Павленко¹, Ю.А. Гришечкин¹

¹ Гомельский государственный университет им. Франциска Скорины, г. Гомель, Республика Беларусь

Сформулированы парциальные интегральные квазипотенциальные уравнения в двумерном релятивистском конфигурационном представлении. Определен явный вид парциальных функций Грина двумерного квазипотенциального уравнения Логунова – Тавхелидзе при произвольном значении орбитального квантового числа. Полученные уравнения применимы для описания в двумерном релятивистском конфигурационном представлении связанных состояний и состояний рассеяния систем двух скалярных частиц одинаковой массы. Предложена новая формулировка двумерных релятивистских скалярных парциальных волн, математически выраженных через функции Лежандра первого и второго рода с полуцелым нижним индексом и комплексным верхним индексом. Получено асимптотическое поведение и нерелятивистский предел релятивистских парциальных волн и парциальных функций Грина.

Ключевые слова: двухчастичная система, парциальная волновая функция, двумерное релятивистское конфигурационное представление, двумерное импульсное представление, двумерное уравнение Логунова – Тавхелидзе, двумерная функция Грина, связанные состояния, состояния рассеяния, квазипотенциальный подход.

Введение

Со времени первого экспериментального получения графена интерес к двумерным материалам заметно повысился, что обусловило необходимость разработки модельных описаний взаимодействия частиц в двумерных структурах. В настоящее время для моделирования взаимодействия частиц на плоскости наиболее часто используется двумерное уравнение Шредингера [1, 2] и двумерное уравнение Дирака [3]. Квазипотенциальные интегральные уравнения в импульсном (ИП) и в релятивистском конфигурационном представлении (РКП) в основном применялись для описания взаимодействия частиц в одномерном и трехмерном случаях.

Двумерные интегральные уравнения в РКП к настоящему времени фактически не были сформулированы. По этой причине для описания взаимодействий релятивистских частиц в планарных структурах применяются, кроме двумерного уравнения Дирака, двумерные квазипотенциальные интегральные уравнения в ИП и конечно-разностные квазипотенциальные уравнения в РКП [4]. В работе [5] получены точные решения двумерного интегрального уравнения Логунова – Тавхелидзе в импульсном представлении для четырех релятивистских аналогов потенциала гармонического осциллятора. В работе [4] найдены точные решения конечно-разностного уравнения в двумерном РКП с использованием потенциала гармонического осциллятора. Однако, как хорошо известно, конечно-разностные уравнения обладают тем недостатком, что их решения определяются с точностью до i -периодических функций (множителей). Это существенное неудобство отсутствует в другом подходе формулировки уравнений в РКП, основанном на использовании в этом представлении интегральных уравнений. Для того чтобы сформулировать такие парциальные уравнения, необходимо определить явный вид парциальных функций Грина в РКП [6].

Цель настоящей работы – определить явный вид двумерных парциальных функций Грина в двумерном РКП для квазипотенциального уравнения Логунова – Тавхелидзе, которое применяется для описания связанных состояний и состояний рассеяния систем, состоящих из двух скалярных частиц. С достижением этой цели будет обеспечена возможность формулировки и решения уравнений в РКП в интегральной форме. Это альтернативный, во многих случаях более удобный и, как показывает опыт работы с трехмерными интегральными уравнениями, всегда полезный, дополнительный метод исследования энергетического спектра и волновых функций, а на их основе различных физических характеристик двухчастичных систем.

* Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (грант по проекту Ф25М–004).