

## Точные решения двумерного уравнения Логанова – Тавхелидзе с суперпозицией потенциалов «дельта-окружность», заданных в координатном представлении\*

А.В. Павленко<sup>1</sup>, Ю.А. Гришечкин<sup>1</sup>, В.Н. Капшай<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Гомельский государственный университет им. Франциска Скорины, г. Гомель, Республика Беларусь

В импульсном представлении применительно к описанию связанных состояний системы двух скалярных частиц одинаковой массы получены точные и приближенные решения двумерного уравнения Логанова – Тавхелидзе для четырех вариантов релятивистского обобщения сепарабельных в импульсном представлении потенциалов, которые в координатном представлении имеют вид суперпозиции потенциалов «дельта-окружность». Получены точные и приближенные условия квантования энергии для одного потенциала «дельта-окружность» и суперпозиции двух потенциалов такого вида. Установлено, что при фиксированном значении азимутального квантового числа вышеуказанные системы частиц имеют одно, два или вовсе не имеют связанных состояний в зависимости от параметров системы. Получены и исследованы в импульсном представлении парциальные волновые функции с последующим переходом в координатное представление. Показано, что парциальные волновые функции в импульсном представлении имеют бесконечное количество нулей, в то время как в координатном представлении количество нулей равно номеру состояния.

**Ключевые слова:** двумерное уравнение Логанова – Тавхелидзе, двухчастичная система, парциальная волновая функция, двумерное импульсное представление, двумерное координатное представление, связанное состояние, сепарабельный потенциал, дельта-окружность, условие квантования энергии.

### Введение

Потенциалы, содержащие дельта-функции, представляют особый интерес как в нерелятивистской [1–5], так и в релятивистской [6–11] квантовой механике, так как для данного типа взаимодействий возможно получение точных аналитических решений уравнений, сформулированных для описания состояний частиц. Суперпозиция дельта-потенциалов успешно применялась для исследования нуклон-нуклонных взаимодействий [3, 4], а также для построения приближенных решений [5]. Кроме того, хорошо изучены решения уравнения Дирака для потенциалов подобного типа [6–8]. В настоящей работе осуществляется поиск точных и приближенных решений двумерного уравнения Логанова – Тавхелидзе для четырех вариантов релятивистских обобщений сепарабельного потенциала в импульсном представлении (ИП), который в координатном представлении имеет вид суперпозиции «дельта-окружностей».

### Парциальные интегральные уравнения и релятивистские обобщения потенциала

Рассмотрим двумерное уравнение Логанова – Тавхелидзе в ИП, посредством которого описываются связанные состояния системы двух скалярных частиц одинаковой массы  $m$ . В системе центра масс оно имеет вид ( $\hbar = c = 1$ )

$$(E^2 - m^2 - \mathbf{p}^2) \psi(\mathbf{p}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int V(E; \mathbf{p}, \mathbf{k}) \psi(\mathbf{k}) \frac{m}{E_k} d^2k, \quad E_k = \sqrt{k^2 + m^2}, \quad (1)$$

где  $2E$  – энергия двухчастичной системы ( $0 \leq 2E < 2m$ );  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{k}$  – двумерные относительные импульсы ( $p = |\mathbf{p}|$  и  $k = |\mathbf{k}|$ );  $\psi(\mathbf{p})$  – волновая функция;  $V(E; \mathbf{p}, \mathbf{k})$  – квазипотенциал.

Получим парциальные интегральные уравнения, представляя функцию  $\psi(\mathbf{p})$  и потенциал  $V(E; \mathbf{p}, \mathbf{k})$  в полярных координатах в виде парциальных разложений:

$$\psi(\mathbf{p}) = \frac{1}{\sqrt{p}} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \psi_{\mu}(p) \exp(i\mu\varphi_p), \quad (2)$$

$$V(E; \mathbf{p}, \mathbf{k}) = \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} V_{\mu}(E; p, k) \exp[i\mu(\varphi_p - \varphi_k)], \quad (3)$$

\* Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (грант по проекту Ф25М–004).