

Уточнение: если в многоугольном орграфе M каждая вершина является либо источником, либо стоком, то п. 3 алгоритма пропускается.

После того как все вершины в п. 3 рассмотрены, алгоритм завершает свою работу. Построенный из орграфа H_0 оргграф H_k , где k — количество дуг, удалённых в п. 3 алгоритма, является ТНР для многоугольного орграфа M .

Асимптотическая сложность алгоритма составляет $O(n^3)$, где $n = |Z|$ — количество вершин в многоугольном орграфе M .

Доказана теорема о корректности предложенного алгоритма. Алгоритм позволяет также получить верхние и нижние оценки количества добавленных дуг в ТНР для многоугольных оргграфов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Богомолов А. М., Салий В. Н. Алгебраические основы теории дискретных систем. М.: Наука, Физматлит, 1997. 326 с.
2. Курносоева С. Г. Т-неприводимые расширения для некоторых классов графов // Теоретические проблемы информатики и её приложений: сб. науч. тр. / под ред. проф. А. А. Сытника. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2004. С. 113–125.
3. Hayes J. P. A graph model for fault-tolerant computing systems // IEEE Trans. Comput. 1976. V. C-26. No. 9. P. 875–884.
4. Абросимов М. Б. Некоторые вопросы о минимальных расширениях графов // Известия Саратовского университета. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2006. Т. 6. Вып. 1/2. С. 86–91.
5. Салий В. Н. Доказательства с нулевым разглашением в задачах о расширениях графов // Вестник Томского государственного университета. Приложение. 2003. № 6. С. 63–65.
6. Абросимов М. Б. О сложности некоторых задач, связанных с расширениями графов // Матем. заметки. 2010. Т. 88. № 5. С. 643–650.
7. Салий В. Н. Упорядоченное множество связных частей многоугольного графа // Известия Саратовского университета. 2013. Т. 13. Вып. 2. С. 44–51.

УДК 519.1

ОБ АТТРАКТОРАХ В КОНЕЧНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ДВОИЧНЫХ ВЕКТОРОВ, АССОЦИИРОВАННЫХ С ОРИЕНТАЦИЯМИ ПАЛЬМ

А. В. Жаркова

Описываются аттракторы в конечных динамических системах двоичных векторов, ассоциированных с ориентациями пальм, определяется свойство принадлежности состояния аттрактору. Состояниями динамической системы являются все возможные ориентации данной пальмы, а эволюционная функция у данной ориентации пальмы переориентирует все дуги, входящие в стоки.

Ключевые слова: аттрактор, двоичный вектор, конечная динамическая система, пальма, сверхстройное (звездообразное) дерево.

Под *конечной динамической системой* понимается пара (S, δ) , где S — конечное непустое множество, элементы которого называются *состояниями системы*, $\delta : S \rightarrow S$ — отображение множества состояний в себя, называемое *эволюционной функцией системы*. Каждой конечной динамической системе сопоставляется карта, представляющая собой оргграф с множеством вершин S и дугами, проведёнными из

каждой вершины $s \in S$ в вершину $\delta(s)$. Компоненты связности графа, задающего динамическую систему, называются её *бассейнами*. Каждый бассейн представляет собой контур с входящими в него деревьями. Контуры, в свою очередь, называются предельными циклами, или *аттракторами*.

Основными проблемами теории конечных динамических систем являются задачи отыскания эволюционных параметров без проведения динамики. К их числу относятся свойство принадлежности состояния аттрактору и описание аттракторов системы (их количество, вид и длина). Автором составлены программы для ЭВМ, позволяющие вычислять различные параметры динамических систем двоичных векторов, ассоциированных с некоторыми типами графов, в частности [1].

Дерево называется *пальмой*, если оно является объединением цепей, имеющих общую концевую вершину, причём все эти цепи, за исключением, быть может, одной, имеют длину 1. Пальма является частным случаем *сверхстройного* (звездообразного) *дерева* (дерево, в котором в точности одна вершина имеет степень больше 2).

Пусть пальма p образована объединением цепей $p_0, p_1, \dots, p_c$, имеющих общую концевую вершину. Будем считать, что p_0 имеет среди этих цепей максимальную длину $s \geq 1$. Назовём p_0 *стволом* пальмы p , цепи $p_1, p_2, \dots, p_c$, имеющие длину 1, — её *листьями*, а их совокупность — *кроной*. Будем говорить, что p является пальмой типа (s, c) . Пальма с точностью до изоморфизма определяется своим типом. При $c = 1$ пальма вырождается в цепь [2, 3], поэтому далее не будем рассматривать этот случай, считая $c > 1$.

Пусть имеется пальма p типа (s, c) , $s + c = n$. Зафиксируем расположение её цепей и перенумеруем рёбра пальмы p , начиная от корня (начальной вершины ствола), двигаясь к кроне (рёбра с номерами от 1 по s), а далее рёбра кроны слева направо (рёбра с номерами от $s + 1$ по $s + c$). Придадим каждому ребру пальмы произвольную ориентацию и сопоставим полученному ориентированному графу n -мерный двоичный вектор $v(p)$, полагая его i -ю компоненту равной 1, если i -е ребро пальмы p ориентировано от корня, и 0 — в противном случае. Теперь можно последовательно выписать получившуюся последовательность из нулей и единиц: $v = v_1 \dots v_s \cdot v_{s+1} \dots v_{s+c}$, где v_i , $0 < i \leq s + c$, принимает значение 0 или 1 в зависимости от ориентации i -го ребра пальмы. Таким образом, каждой ориентации пальмы сопоставляется n -мерный двоичный вектор, причём $n = s + c$. В свою очередь, каждый такой вектор v однозначно определяет некоторую ориентацию пальмы $p(v)$ типа (s, c) . Таким образом, между множеством P_{s+c} , $s > 0$, $c > 1$, всевозможных ориентированных пальм типа (s, c) указанного вида и множеством B^{s+c} , $s > 0$, $c > 1$, всех двоичных векторов размерности $n = s + c$ устанавливается взаимно однозначное соответствие. В дальнейшем ориентации пальмы для простоты также будем называть пальмами.

Опишем конечную динамическую систему ориентаций (s, c) -пальмы p на языке двоичных векторов. Пусть состоянием динамической системы в данный момент времени является вектор $v = v_1 \dots v_s \cdot v_{s+1} \dots v_{s+c} \in B^{s+c}$. Тогда в следующий момент времени она окажется в состоянии $\gamma(v) = v'$, полученном путём одновременного применения следующих правил: I) если $v_1 = 0$, то $v'_1 = 1$; II) если $v_i = 1$ и $v_{i+1} = 0$ для некоторого $0 < i < s$, то $v'_i = 0$ и $v'_{i+1} = 1$; III) если $v_i = 1$ для некоторого $s < i \leq s + c$, то $v'_i = 0$; IV) если $v_s = 1$ и $v_i = 0$ для всех $s < i \leq s + c$, то $v'_s = 0$ и $v'_i = 1$ для всех $s < i \leq s + c$; V) других отличий между v и $\gamma(v)$ нет.

Пусть теперь имеется n -рёберная (s, c) -пальма. На языке ориентаций пальм эволюция динамической системы вводится следующим образом: если дана некоторая ориентированная пальма $p \in P_{s+c}$, то её динамическим образом $\gamma(p)$ является пальма,

получаемая из p одновременным превращением всех стоков в источники. Это частный случай динамики бесконтурных связных графов, введённой в [4]. Преобразования ориентаций палм в динамической системе (P_{s+c}, γ) , $s > 0$, $c > 1$, соответствуют эволюционным преобразованиям соотносимых им двоичных векторов в динамической системе (B^{s+c}, γ) , $s > 0$, $c > 1$, и обратно, а именно $v(\gamma(p)) = \gamma(v(p))$ [5]. Таким образом, динамические системы (B^{s+c}, γ) и (P_{s+c}, γ) , $s > 0$, $c > 1$, изоморфны.

Теорема 1. Динамическая система (B^{s+c}, γ) , $s > 0$, $c > 1$, имеет единственный бассейн и аттрактор, представляющий собой двухэлементный контур, образуемый состояниями $(01)^{(s-1)/2}01^c$ и $(10)^{(s-1)/2}10^c$ при нечётном s и состояниями $(01)^{s/2}0^c$ и $(10)^{s/2}1^c$ при чётном s .

Следствие 1. В динамической системе (B^{s+c}, γ) , $s > 0$, $c > 1$, состояния $(01)^{(s-1)/2}01^c$ и $(10)^{(s-1)/2}10^c$ при нечётном s и состояния $(01)^{s/2}0^c$ и $(10)^{s/2}1^c$ при чётном s , и только они, принадлежат аттрактору.

ЛИТЕРАТУРА

1. Власова А. В. Исследование эволюционных параметров в динамических системах двоичных векторов // Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2009614409, выданное Роспатентом. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 20 августа 2009 г.
2. Саллий В. Н. Об одном классе конечных динамических систем // Вестник Томского государственного университета. Приложение. 2005. № 14. С. 23–26.
3. Власова А. В. Аттракторы в динамической системе (B, δ) двоичных векторов // Компьютерные науки и информационные технологии: материалы научн. конф. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2010. С. 35–41.
4. Barbosa V. C. An Atlas of Edge-reversal Dynamics. Boca Raton: Chapman&Hall/CRC, 2001. 385 p.
5. Власова А. В. Динамические системы, определяемые пальмами // Компьютерные науки и информационные технологии: материалы Междунар. научн. конф. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2009. С. 57–60.

УДК 519.17

ПОСТРОЕНИЕ РЕБЕРНОГО 1-РАСШИРЕНИЯ ДЛЯ СВЕРХСТРОЙНОГО ДЕРЕВА ПРОИЗВОЛЬНОГО ВИДА

Д. Д. Комаров

Минимальные рёберные расширения графов можно рассматривать как модель оптимальной рёберной отказоустойчивой реализации некоторой системы. Работа посвящена верхней оценке количества дополнительных рёбер минимального рёберного 1-расширения графов специального класса — сверхстройных деревьев. Приводится схема построения рёберного 1-расширения для сверхстройного дерева произвольного вида.

Ключевые слова: минимальные расширения графов, сверхстройное дерево, отказоустойчивость.

Для минимальных вершинных 1-расширений графов существуют хорошие верхние и нижние оценки для количества дополнительных рёбер. Так, например, тривиальное вершинное 1-расширение для произвольного графа может выступать в качестве верхней оценки. Для рёберных же расширений произвольного графа в качестве верхней оценки можно взять лишь полный граф, учитывая при этом, что в общем случае