

получаемая из p одновременным превращением всех стоков в источники. Это частный случай динамики бесконтурных связных графов, введенной в [4]. Преобразования ориентаций палм в динамической системе (P_{s+c}, γ) , $s > 0$, $c > 1$, соответствуют эволюционным преобразованиям соотносимых им двоичных векторов в динамической системе (B^{s+c}, γ) , $s > 0$, $c > 1$, и обратно, а именно $v(\gamma(p)) = \gamma(v(p))$ [5]. Таким образом, динамические системы (B^{s+c}, γ) и (P_{s+c}, γ) , $s > 0$, $c > 1$, изоморфны.

Теорема 1. Динамическая система (B^{s+c}, γ) , $s > 0$, $c > 1$, имеет единственный бассейн и аттрактор, представляющий собой двухэлементный контур, образуемый состояниями $(01)^{(s-1)/2}01^c$ и $(10)^{(s-1)/2}10^c$ при нечётном s и состояниями $(01)^{s/2}0^c$ и $(10)^{s/2}1^c$ при чётном s .

Следствие 1. В динамической системе (B^{s+c}, γ) , $s > 0$, $c > 1$, состояния $(01)^{(s-1)/2}01^c$ и $(10)^{(s-1)/2}10^c$ при нечётном s и состояния $(01)^{s/2}0^c$ и $(10)^{s/2}1^c$ при чётном s , и только они, принадлежат аттрактору.

ЛИТЕРАТУРА

1. Власова А. В. Исследование эволюционных параметров в динамических системах двоичных векторов // Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2009614409, выданное Роспатентом. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 20 августа 2009 г.
2. Саллий В. Н. Об одном классе конечных динамических систем // Вестник Томского государственного университета. Приложение. 2005. № 14. С. 23–26.
3. Власова А. В. Аттракторы в динамической системе (B, δ) двоичных векторов // Компьютерные науки и информационные технологии: материалы научн. конф. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2010. С. 35–41.
4. Barbosa V. C. An Atlas of Edge-reversal Dynamics. Boca Raton: Chapman&Hall/CRC, 2001. 385 p.
5. Власова А. В. Динамические системы, определяемые пальмами // Компьютерные науки и информационные технологии: материалы Междунар. научн. конф. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2009. С. 57–60.

УДК 519.17

ПОСТРОЕНИЕ РЕБЕРНОГО 1-РАСШИРЕНИЯ ДЛЯ СВЕРХСТРОЙНОГО ДЕРЕВА ПРОИЗВОЛЬНОГО ВИДА

Д. Д. Комаров

Минимальные рёберные расширения графов можно рассматривать как модель оптимальной рёберной отказоустойчивой реализации некоторой системы. Работа посвящена верхней оценке количества дополнительных рёбер минимального рёберного 1-расширения графов специального класса — сверхстройных деревьев. Приводится схема построения рёберного 1-расширения для сверхстройного дерева произвольного вида.

Ключевые слова: минимальные расширения графов, сверхстройное дерево, отказоустойчивость.

Для минимальных вершинных 1-расширений графов существуют хорошие верхние и нижние оценки для количества дополнительных рёбер. Так, например, тривиальное вершинное 1-расширение для произвольного графа может выступать в качестве верхней оценки. Для рёберных же расширений произвольного графа в качестве верхней оценки можно взять лишь полный граф, учитывая при этом, что в общем случае

не для всех графов существуют рёберные расширения. В [1] рассмотрены вопросы, связанные с нижней оценкой числа дополнительных рёбер минимального рёберного 1-расширения произвольного сверхстройного дерева. В данной работе рассматривается верхняя оценка.

Графом (неориентированным) называется пара $G = (V, \alpha)$, где V — конечное множество вершин, а α — симметричное и антирефлексивное бинарное отношение на V (множество рёбер). Определения в основном даются по работе [2].

Назовём граф G^* *рёберным k -расширением* графа G , если граф G вложим в каждый граф, получающийся из G^* удалением любых его k рёбер.

Граф $G^* = (V^*, \alpha^*)$ называется *минимальным рёберным k -расширением* графа $G = (V, \alpha)$, если выполняются следующие условия:

- 1) граф G^* является рёберным k -расширением G ;
- 2) $|V^*| = |V|$;
- 3) α^* имеет минимальную мощность при выполнении условий 1 и 2.

Сверхстройным деревом называется корневое дерево, где степень всех вершин, кроме корня, не превосходит 2, а степень корня более 2.

Будем задавать сверхстройное дерево с помощью вектора $(a_1, \dots, a_s)$, где a_i — количество цепей длины i , при этом s — длина максимальной цепи.

Теорема 1. Пусть граф G является объединением s ($s > 2$) цепей длин $m_1, \dots, m_s$ с общей концевой вершиной, и это сверхстройное дерево задаётся вектором $(k, 0, a_3, \dots, a_t)$, $k \neq 0$. Тогда существует граф G^* — рёберное 1-расширение графа G с количеством дополнительных рёбер F , вычисляемым по формуле

$$F = k + \sum_{i=1}^s (m_i - 1).$$

Теорема 2. Пусть граф G является объединением s ($s > 2$) цепей длин $m_1, \dots, m_s$ с общей концевой вершиной и не все $m_1, \dots, m_s$ равны 1. Назовём ребро цепи P_i *проблемным*, если при его удалении цепь P_i разбивается на две цепи длин k_i и l_i ($k_i + l_i + 1 = m_i$), причём среди длин $m_1, \dots, m_s$ нет ни k_i , ни l_i , и $k_i \neq 0$, $l_i \neq 0$. Назовём началом проблемного ребра вершину, инцидентную этому ребру, находящуюся ближе к корневой вершине. Тогда граф G^* , построенный из графа G путём соединения каждой вершины степени 1 из цепи длины больше 1 со всеми вершинами степени 1 других цепей, корневой вершиной и началами всех проблемных рёбер цепи, которой принадлежит эта вершина, является рёберным 1-расширением графа G (рис. 1).

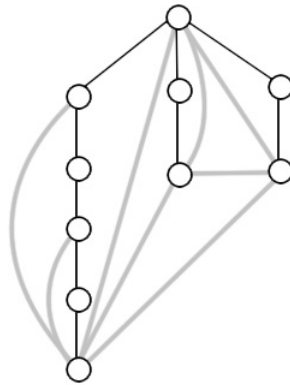


Рис. 1. Пример для схемы из теоремы 2

ЛИТЕРАТУРА

1. Абросимов М. Б. О нижней оценке числа ребер минимального реберного 1-расширения сверхстройного дерева. // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. 2011. Т. 11. Сер. Математика. Механика. Информатика. Вып. 3. Ч. 2. С. 111–117.
2. Богомолов А. М., Салий В. Н. Алгебраические основы теории дискретных систем. М.: Наука, 1997. 368 с.

УДК 519.6

ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ ЛОКАЛЬНОЙ ПРИМИТИВНОСТИ
НЕПРИМИТИВНЫХ ОРГРАФОВ

С. Н. Кяжин

В некоторых коммуникационных системах, моделируемых неотрицательными матрицами, важные свойства достигаются, если положительны определённые подматрицы степеней данной матрицы. В связи с этим известные понятия примитивности и экспонента матрицы (орграфа) обобщены до понятий локальной примитивности и локальных экспонентов матрицы (орграфа). Представлены достаточные условия локальной примитивности и оценки локальных экспонентов для непримитивных орграфов.

Ключевые слова: примитивная матрица, примитивный граф, локальная примитивность, локальный экспонент.

Введение

Для объектов некоторых коммуникационных систем, моделируемых неотрицательными матрицами (орграфами), некоторые важные свойства достигаются, если положительны их подматрицы (подграфы являются полными). В связи с этим в [1] известные понятия примитивности и экспонента матрицы (орграфа) обобщены до понятий локальной примитивности и локальных экспонентов матрицы (орграфа).

Обозначим $N_n = \{1, \dots, n\}$, где n — натуральное число; $I = \{i_1, \dots, i_k\}$, $J = \{j_1, \dots, j_r\}$, $\emptyset \neq I \subseteq N_n$, $\emptyset \neq J \subseteq N_n$. Пусть Γ есть n -вершинный орграф, A — матрица смежности вершин графа Γ , $A(I \times J)$ — её подматрица размера $k \times r$, $0 < k, r \leq n$, полученная из A вычёркиванием строк с номерами $i \notin I$ и столбцов с номерами $j \notin J$.

Матрица A называется $I \times J$ -примитивной ($i \times j$ -примитивной при $I = \{i\}$, $J = \{j\}$), если существует натуральное число γ , такое, что матрица $A^t(I \times J)$ положительна при любом $t \geq \gamma$. Наименьшее такое число γ называется $I \times J$ -экспонентом ($i \times j$ -экспонентом при $I = \{i\}$, $J = \{j\}$) матрицы A , обозначается $I \times J\text{-exp } A$ ($i \times j\text{-exp } A$).

Орграф Γ называется $I \times J$ -примитивным, если и только если матрица A является $I \times J$ -примитивной, при этом соответствующие $I \times J$ -экспоненты матрицы A и графа Γ равны. Некоторые условия $I \times J$ -примитивности матриц (орграфов) получены в [1]. В работе развиваются и обобщаются результаты работы [1]. Приведены условия $I \times J$ -примитивности матрицы (орграфа), не обязательно являющейся примитивной.

1. Достаточные условия $I \times J$ -примитивности орграфов

Используем определения и обозначения работы [1]. Путь в Γ из i в j , проходящий через некоторые вершины множества Y , назовем Y -путём из i в j . Сильносвязный подграф $\tilde{U}$ (множество его вершин обозначается U) орграфа Γ назовём i, j -связываю-