ТЕПЛОФИЗИКА И ГИДРОДИНАМИКА

УДК 532. 526.2.011.6 DOI: 10.17223/00213411/68/4/8

О новом граничном условии в задаче обтекания шара

С.О. Гладков[1], Зо Аунг[1]

[1] *Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), г. Москва, Россия*

Вычислена сила сопротивления шара в задаче его стационарного обтекания потоком вязкого континуума при учете бигармонического слагаемого в правой части уравнения Навье – Стокса. Помимо стандартных условий прилипания скорости к поверхности шара, сформулировано еще одно новое граничное условие, продиктованное именно спецификой задачи Стокса, что дает возможность точного вычисления силы сопротивления в аналитическом виде. Приведена графическая иллюстрация полученной формулы, и отмечено неплохое согласие с результатами других авторов.

Ключевые слова: *граничная задача, обобщенное уравнение Навье – Стокса, уравнение непрерывности, число Кнудсена.*

Введение. Граничные условия

Для решения поставленной задачи можно поступить так же, как и при решении классической задачи Стокса. То есть будем считать гидродинамический поток, движущийся с постоянной скоростью $\mathbf{u}$, стационарным и плавно обтекающим неподвижный шар радиуса R.

С помощью метода кинетического уравнения Больцмана, как это было строго показано в работе [1], правую часть уравнения Навье – Стокса можно представить с помощью знакочередующегося ряда по квадрату числа Кнудсена, т.е. как обобщенное гидродинамическое уравнение вида

$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t}+(\mathbf{V}\cdot\nabla)\mathbf{V}\right)=-\nabla P+\eta\Delta\mathbf{V}+\eta\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\nu^n\tau_n^{n+1}\Delta^{n+1}\mathbf{V}, \qquad (1)$$

где ν – кинематическая вязкость; P – давление; ρ – плотность; τ_n – средние времена релаксации.

Для примера τ_1, которое будет фигурировать в дальнейшем, определяется по формуле

$$\tau_1=\frac{1}{35m^5TZ_0\nu^2}\int_0^{\infty}\tau_p^3p^8e^{-\frac{p^2}{2mT}}dp, \qquad (2)$$

а кинематическая вязкость вычисляется согласно соотношению

$$\nu=\frac{1}{15m^3TZ_0}\int_0^{\infty}\tau_p p^6e^{-\frac{p^2}{2mT}}dp, \qquad (3)$$

m – масса молекулы; τ_p – время релаксации, определяемое с помощью функциональной производной от интеграла столкновений, исходя из известного определения (к примеру, см. [2])

$$\frac{1}{\tau_p}=-\left.\frac{\delta L}{\delta f}\right|_{f=f_0}. \qquad (4)$$

Здесь $L\{f\}$ – больцмановский интеграл столкновений; f_0 – равновесная функция максвелловского распределения, т.е.

$$f_0=\frac{e^{-\frac{p^2}{2mT}}}{Z_0}, \qquad (5)$$

где нормировочный множитель