Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. 2025. № 88. С. 22–29.
Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science. 2025. 88. pp. 22–29.

Научная статья
УДК 164.3
doi: 10.17223/1998863X/88/3

АКСИОМАТИЗАЦИЯ ЛОГИКИ ДЛЯ КРОСС-МИРОВОЙ ПРЕДИКАЦИИ

Евгений Васильевич Борисов

Институт философии и права Сибирского отделения Российской академии наук, Новосибирск, Россия, borisov.evgeny@gmail.com

Аннотация. В нескольких недавних публикациях я описал логику *CWPL*, предназначенную для моделирования рассуждений, содержащих кросс-мировую предикацию. Семантическая специфика этой логики состоит в том, что она базируется на кросс-мировой интерпретации предикатов. Для *CWPL* и ряда ее модификаций существуют исчисления генценовского типа. В данной статье предложено исчисление гильбертовского типа для одной из модификаций *CWPL* и предложена модификация метода канонических моделей для доказательства ее полноты.
Ключевые слова: модальная логика первого порядка, кросс-мировая предикация, семантика, аксиоматическое исчисление, полнота

Благодарности: исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-28-01465, https://rscf.ru/project/23-28-01465/. Я признателен И.И. Борисовой за редакторскую помощь.

Для цитирования: Борисов Е.В. Аксиоматизация логики для кросс-мировой предикации // Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. 2025. № 88. С. 22–29. doi: 10.17223/1998863X/88/3

Original article

AN AXIOMATIZATION OF A LOGIC FOR CROSSWORLD PREDICATION

Evgeny V. Borisov

Institute of Philosophy and Law of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russian Federation, borisov.evgeny@gmail.com

Abstract. Some sentences of natural languages that cannot be semantically analyzed in terms of standard possible world semantics because they involve a phenomenon that cannot be 'seen' by standard semantics. In the literature, the phenomenon in question is called *crossworld predication.* This is ascription of relations to objects, each of which is associated with a possible world. An example is *John might have been taller than Mary is*: this sentence ascribes the relation of being taller to John as he is in a possible world, and Mary as she is in the actual world. The phrase '*x* as it is in *w*' expresses the association of an object *x* with a possible world *w*. Semantic analysis of this sort of sentences requires a special sort of interpretation of predicates – crossworld interpretation, i.e. interpretation that assigns extensions to *n*-ary predicate letters with respect to *n*-tuples of possible worlds rather than single possible worlds. Thus, if we want to model reasoning in natural languages involving crossworld predication, we need a logic that should be semantically based on crossworld interpretation of predicate letters. In some recent papers, I elaborated such a logic – a crossworld predication logic (*CWPL*). In *CWPL* semantics, we are able to employ crossworld interpretation of predicates when evaluating formulae because we evaluate them with respect to partial functions from variables to possible worlds (VP-functions). Thus, crossworld interpretation of predicates and relativization of truth values of formulae to VP-functions are features of *CWPL* semantics that distinguish it from standard semantics. *CWPL* is a first-order modal logic with individual constants, equality and lambda-operator. So far, I presented its semantics and a tableau proof theory for it. In the present article, a Hilbert-style proof theory for a simplified version of *CWPL* is proposed. The simplifications are as follows: the logic in question ($CWPL_1$) is without individual constants, equality and quantifiers. Besides, $CWPL_1$ is based on propositional modal logic *D*, whereas *CWPL* is based on *K*. To establish its completeness, a version of the method of canonical models is elaborated.

Keywords: first-order modal logic, crossworld predication, semantics, axiomatic calculus, completeness

Acknowledgments: The study is supported by the Russian Science Foundation, Project No. 23-28-01465, https://rscf.ru/project/23-28-01465/. I am grateful to I.I. Borisova for editorial assistance.

For citation: Borisov, E.V. (2025) An axiomatization of a logic for crossworld predication. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Filosofiya. Sotsiologiya. Politologiya – Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science.* 88. pp. 22–29. (In Russian). doi: 10.17223/1998863X/88/3

Введение

В [1] описаны синтаксис и семантика логики *CWPL* (cross*w*orld predication logic), которая представляет собой одно из решений проблемы кросс-мировой предикации. Это модальная логика первого порядка с λ-оператором и равенством; ее главная семантическая особенность состоит в том, что она базируется на кросс-мировой интерпретации предикатов. Кросс-мировая интерпретация предикатов используется и в ряде альтернативных логик, предложенных для решения проблемы кросс-мировой предикации [2–5] (все эти логики содержат только семантику без исчисления). В [6–8] предложены исчисления генценовского типа (табличные и секвенциальные) для *CWPL* и некоторых ее модификаций. Насколько я знаю, сегодня не существует исчисления гильбертовского типа для какой-либо логики, базирующейся на кросс-мировой интерпретации предикатов. В данной статье предлагается исчисление такого типа для упрощенной версии *CWPL*, которую я обозначу как $CWPL_1$. Отличия этой логики от *CWPL* таковы: 1) язык $CWPL_1$ не содержит индивидных констант, предиката равенства и кванторов; 2) модели $CWPL_1$ имеют постоянный домен и сериальное отношение достижимости. Эти упрощения, конечно, уменьшают выразительную силу данной логики в сравнении с *CWPL*, однако в ней сохраняются семантические особенности *CWPL*, существенные для ее аксиоматизации (некоторые из них показаны в [1] и [9]).

В разделе 1 описаны язык и семантика $CWPL_1$; в разделе 2 предложена аксиоматизация этой логики; в разделе 3 показана корректность этой логики и предложена модификация метода канонических моделей, позволяющая доказать ее полноту.

1. Синтаксис и семантика $CWPL_1$

$CWPL_1$ строится на языке $\mathcal{L}$, алфавит которого содержит счетное множество *VAR* индивидных переменных, счетное множество *n*-местных предикатов для каждого натурального $n \geq 1$, булевы операторы ¬, →, модальный оператор □, λ-оператора, запятую и скобки. Множество формул данного языка определяется следующей грамматикой:

$$\varphi ::= P(x_1, \ldots, x_n) \mid \neg\varphi \mid (\varphi_1 \to \varphi_2) \mid \Box\varphi \mid (\lambda x.\varphi)(y),$$

где P – n-местный предикат, $x_1, \ldots, x_n, x, y$ – переменные. В формулах вида $(\lambda x.\varphi)(y)$ связаны все вхождения x в $(\lambda x.\varphi)$; показанное вхождение y свободно.

Далее $x, y, \ldots$ используются как метапеременные для переменных, $\varphi, \psi, \ldots$ – как метапеременные для формул, $\Gamma, \Delta, \ldots$ – как метапеременные для множеств формул.

Соглашение. Вместо $(\lambda x.\varphi)(y)$ я буду писать $(y/x)\varphi$.

Определение 1. (Модель.) $CWPL_1$-модель (модель) M – это упорядоченная четверка $\langle G, R, D, I \rangle$, где G – непустое множество (множество возможных миров), R – сериальное бинарное отношение[1] на G (отношение достижимости), D – непустое множество (домен M), I – функция, назначающая каждому n-местному предикату и каждой упорядоченной n возможных миров n-местное отношение на D (интерпретация предикатов)[2].

Определение 2. (Оценка переменных в модели.) Пусть $M = \langle G, R, D, I \rangle$ – модель. Оценка переменных в M – это функция, отображающая переменные на объекты в D.

Определение 3. (VP-функция в модели.) Пусть $M = \langle G, R, D, I \rangle$ – модель. VP-функция в M – это частичная функция, отображающая переменные на возможные миры в G.[3]

Определение 4. (x-вариант оценки переменных.) Пусть $M = \langle G, R, D, I \rangle$ – модель, v – оценка переменных в M, $e \in D$, x – переменная. Тогда $v[e/x]$ – это оценка переменных в M, отображающая x на e, а любую переменную y, отличную от x, – на $v(y)$.

Определение 5. (x-вариант VP-функции.) Пусть $M = \langle G, R, D, I \rangle$ – модель, f – VP-функция в M, $e \in D$, x – переменная. Тогда $f[e/x]$ – это VP-функция в M, такая что: 1) $f[e/x](x) = e$; 2) для любой переменной y, отличной от x: если f не определена для y, то и $f[e/x]$ не определена для y, а если f определена для y, то $f[e/x](y) = f(y)$.

Определение 6. (Фундированная VP-функция.) Пусть $M = \langle G, R, D, I \rangle$ – модель, f – VP-функция в M, $w \in G$. Тогда $[fw]$ – VP-функция в M, такая, что для любой переменной x: 1) если f определена для x, то $[fw](x) = f(x)$; 2) если f не определена для x, то $[fw](x) = w$. (Отметим, что $[fw]$ – *полная* функция.)

Определение 7. (Истина в модели.) Пусть $M = \langle G, R, D, I \rangle$ – модель, $w \in G$, v – оценка переменных в M, f – VP-функция в M, P – n-местный предикат, $x_1, \ldots, x_n, x$ – переменные, φ и ψ – формулы. Отношение истинности ($\vDash$) между моделями, возможными мирами, оценками переменных, VP-функциями и формулами определяется следующим образом:

- $M, w, v, f \vDash P(x_1, \ldots, x_n) \Leftrightarrow \langle v(x_1), \ldots, v(x_n)\rangle \in I(P)(\langle [fw](x_1), \ldots, [fw](x_n)\rangle)$;
- $M, w, v, f \vDash \neg\varphi \Leftrightarrow M, w, v, f \nvDash \varphi$;
- $M, w, v, f \vDash \varphi \to \psi \Leftrightarrow (M, w, v, f \vDash \varphi \Rightarrow M, w, v, f \vDash \psi)$;

[1] Сериальность означает, что для любого возможного мира w существует возможный мир, достижимый из w.

[2] Как видим, I назначает экстенсионалы n-местному предикату не для отдельных миров, как в стандартной семантике, а для упорядоченных n миров. В этом состоит специфика кросс-мировой интерпретации предикатов.

[3] Отметим, что $\emptyset$ является VP-функцией в любой модели.

• $M, w, v, f \vDash \Box\varphi \Leftrightarrow (\forall u \in R[w])\ M, u, v, f \vDash \varphi$, где $R[w] := \{u\colon wRu\}$;

• $M, w, v, f \vDash (x/y)\ \varphi \Leftrightarrow M, w, v[v(x)/y], f\,[w/x] \vDash \varphi$.

Определение 8. (Общезначимость.) Формула φ называется $CWPL_1$-общезначимой (общезначимой), если для любой модели $M = \langle G, R, D, I\rangle$, любого возможного мира w в G и любой оценки переменных v в M, $M, w, v, \emptyset \vDash \varphi$.

Соглашение. Если φ – формула, то $\vDash \varphi$ означает, что φ общезначима.

Определение 9. (Выполнимость.) Множество формул Γ называется $CWPL_1$-выполнимым (выполнимым), если существует модель $M = \langle G, R, D, I\rangle$, возможный мир $w \in G$ и оценка переменных v в M, такие, что для любой формулы $\varphi \in \Gamma$, $M, w, v, \emptyset \vDash \varphi$.

2. Аксиоматическое исчисление

Соглашение.

1. $FV(\varphi)$ – множество переменных, имеющих свободные вхождения в φ.

2. $MFV(\varphi)$ – множество переменных, имеющих свободные вхождения в φ в области действия модальных операторов. Например, $MFV(P(x) \to \Box(x/y)\ Q(y, z)) = \{z\}$.

3. $\varphi[y/x]$ – результат подстановки y вместо x во всех свободных вхождениях x в φ с заменой связанных переменных, если это необходимо, чтобы избежать столкновения переменных.

4. $[\varphi]{\downarrow}x$ образуется из φ посредством замены в φ каждой подформулы вида $\Box\psi$ формулой $\Box(x/x)\psi$ при условии, что в ψ есть свободные *немодальные атомарные* вхождения x. Например, $[P(x) \to \Box\neg (x/y)\ R(x, y)]{\downarrow}x = P(x) \to \Box(x/x)\neg (x/y)\ R(x, y)$.

5. Если ψ является подформулой φ, мы можем записать φ как $\varphi[\psi]$; при этом мы в квадратных скобках обозначаем некоторое (только одно) вхождение ψ в φ. После этого запись $\varphi[\chi]$ означает результат замены в φ отмеченного вхождения ψ вхождением χ. Например, пусть $\varphi = P(x) \to \Box P(x)$ и пусть в записи $\varphi[P(x)]$ в квадратных скобках обозначено второе слева вхождение $P(x)$ в φ. Тогда $\varphi[\mathrm{Q}(y)] = P(x) \to \Box\mathrm{Q}(y)$.

Аксиомы.

Аксиомами $CWPL_1$ являются все подстановочные экземпляры теорем пропозициональной логики ***D***, а также следующих схем:

1. $(x/y)\ \varphi \leftrightarrow \varphi[x/y]$, если $y \notin MFV(\varphi)$.

2. $(x/y)\ \varphi \leftrightarrow (x/z)\ \varphi[\mathrm{z}/y]$, если $z \notin FV(\varphi)$.

3. $(x/y)\ \neg\varphi \leftrightarrow \neg(x/y)\ \varphi$.

4. $(x/y)\ (\varphi \to \psi) \leftrightarrow ((x/y)\ \varphi \to (x/y)\ \psi)$.

5. $\varphi[\psi] \leftrightarrow \varphi[\Box\psi]$, если ψ не содержит λ-оператор, и все переменные в обозначенном вхождении ψ связаны в φ[1].

6. $\varphi[\neg\psi] \leftrightarrow \varphi[\neg\Box\psi]$, если ψ не содержит λ-оператор, и все переменные в обозначенном вхождении ψ связаны в φ.

7. $(x/y)(z/u)\ \varphi \to (z/u)(x/y)\ \varphi$, если $y \neq u$ или $x = z$.

8. $\varphi \leftrightarrow (x/y)[\varphi[y/x]]{\downarrow}y$, если $y \notin FV(\varphi)$ или $x = y$.

[1] Пример подстановочного экземпляра данной схемы: $(y/x)P(x) \leftrightarrow (y/x)\Box\ P(x)$; здесь $\varphi = (y/x)P(x)$, $\psi = (y/x)P(x)$. Отметим, что $P(x) \leftrightarrow \Box\ P(x)$ не является подстановочным экземпляром данной схемы.

9. $(x/y)(y/z)\,\varphi[z/y] \leftrightarrow (x/y)\varphi$, если $z \notin FV(\varphi)$.

10. $(x/y)(y/z)\,\varphi \leftrightarrow (x/z)\,\varphi$, если $y \notin FV(\varphi)$.

11. $\Box(z/x)\,\varphi \rightarrow (z/x)\Box(x/x)\,\varphi$.

Правила вывода:

1. $\vdash\varphi, \vdash\varphi\rightarrow\psi \Rightarrow \vdash\psi$ (MP)
2. $\vdash\psi \Rightarrow \vdash\Box\varphi$ (Nec)
3. $\vdash\varphi \Rightarrow \vdash (x/y)\varphi$ (λ1)
4. $\vdash \varphi \Rightarrow \vdash (x/y)[\varphi]\!\downarrow y$ (λ2)

Ограничение на (λ1): данное правило применимо к экземпляру φ в доказательстве X, только если φ в X не зависит от аксиом из схем 1 и 8.

Определение 10. (Отношение следования, теорема.) Формула φ следует из множества формул Γ ($\Gamma\vdash\varphi$), если существуют $\psi_1, ..., \psi_n \in \Gamma$, такие, что $\vdash \psi_1\rightarrow(...\rightarrow(\psi_n \rightarrow\varphi) ...)$.

Определение 11. (Теорема, доказательство.) Формула φ называется теоремой (доказуемой), если $\emptyset\vdash\varphi$. Вывод формулы φ из $\emptyset$ называется ее доказательством.

Определение 12. (Противоречивость, непротиворечивость.) Множество формул Γ называется противоречивым, если $\Gamma\vdash\neg(P(x)\rightarrow P(x))$. В противном случае Γ называется непротиворечивым.

3. Корректность и полнота $CWPL_1$

В этом разделе намечено доказательство сильной корректности и сильной полноты $CWPL_1$.

Сильная корректность $CWPL_1$: *каждое выполнимое множество формул непротиворечиво*. Теорема может быть доказана стандартным образом с учетом того факта, что все аксиомы $CWPL_1$ общезначимы, а правила вывода сохраняют общезначимость. Этот факт устанавливается посредством рутинной семантической проверки.

Сильная полнота $CWPL_1$: *каждое непротиворечивое множество формул выполнимо*. Теорема доказывается методом канонических моделей, который применительно к логике первого порядка представлен, например, в [10]. Для того чтобы этот метод был применим к $CWPL_1$, он должен быть существенным образом модифицирован, что связано с семантической спецификой данной логики. Необходимы следующие модификации: 1. Возможные миры канонической модели определяются как множества формул, которые строятся на расширенных языках; расширенные языки содержат дополнительные переменные. 2. Лемма об истине доказывается для канонической модели и канонической *VP*-функции; последняя определена для всех дополнительных переменных, но не определена для переменных исходного языка $\mathcal{L}$.

При доказательстве полноты $CWPL_1$ демонстрируется, что если Λ – непротиворечивое множество формул, то все его элементы истинны в любом мире канонической модели, включающем Λ, при некоторой оценке переменных и пустой *VP*-функции: тем самым демонстрируется выполнимость Λ. Далее кратко описан ход доказательства; доказательства используемых лемм опущены, поскольку они имеют рутинный характер.

Пусть Λ – непротиворечивое множество формул. Построим каноническую модель M, в которой Λ будет включено в один из миров.

Определим язык $\mathcal{L}^1$ следующим образом: 1. Множество переменных $\mathcal{L}^1$ – это $VAR \cup \{x^1 : x \in VAR\}$. 2. В формулах $\mathcal{L}^1$ переменные с верхним индексом могут иметь только свободные вхождения и не могут встречаться на месте многоточия в операторах вида $(.../x)$. Во всем остальном $\mathcal{L}^1$ не отличается от $\mathcal{L}$.

Соглашение. φ^1 – это результат подстановки x^1 вместо x во всех свободных немодальных вхождениях x в атомарных подформулах φ (для каждой переменной x). Например, если $\varphi = P(x, y) \to \Box P(x, y)$, то $\varphi^1 = P(x^1, y^1) \to \Box P(x, y)$.

Определим Λ^1 как $\Lambda \cup \{\varphi^1 : \varphi \in \Lambda\}$ (таким образом, Λ^1 – это множество формул на языке $\mathcal{L}^1$). Методом Линденбаума расширим Λ^1 до непротиворечивого максимального множества Δ^1 (свойство максимальности состоит в том, что для любой ψ на $\mathcal{L}^1$, $\psi \in \Delta^1$ или $\neg\psi \in \Delta^1$). При построении Δ^1 будем соблюдать следующие условия: (i) $\psi \in \Delta^1 \Leftrightarrow \psi^1 \in \Delta^1$; (ii) $(x/y)\,\psi \in \Delta^1 \Rightarrow \psi[x^1/y] \in \Delta^1$. Здесь в доказательстве используется лемма, согласно которой непротиворечивость Λ влечет непротиворечивость Δ^1.

Δ^1 будет одним из миров канонической модели. Достижимые из Δ^1 миры строятся следующим образом. Пронумеруем содержащиеся в Δ^1 формулы вида $\neg\Box\psi$. Пусть $\neg\Box\chi$ – первая из них. $S = \{\psi : \Box\psi \in \Delta^1\} \cup \{\neg\chi\}$ – это множество формул на языке $\mathcal{L}^1$. Определим язык $\mathcal{L}^{1.1}$: 1. Множество переменных $\mathcal{L}^{1.1}$ – это $VAR \cup \{x^1 : x \in VAR\} \cup \{x^{1.1} : x \in VAR\}$. 2. В формулах $\mathcal{L}^{1.1}$ переменные с верхним индексом могут иметь только свободные вхождения и не могут встречаться на месте многоточия в операторах вида $(.../x)$. Во всем остальном $\mathcal{L}^{1.1}$ не отличается от $\mathcal{L}$.

Соглашение. $\varphi^{1.1}$ – это результат подстановки $x^{1.1}$ вместо x во всех свободных немодальных вхождениях x в атомарных подформулах φ (для каждой переменной x).

Определим $S^{1.1}$ как $S \cup \{\varphi^{1.1} : \varphi \in S\}$. Методом Линденбаума расширим $S^{1.1}$ до непротиворечивого максимального множества $\Delta^{1.1}$; при этом будем соблюдать следующие условия: (i) $\psi \in \Delta^{1.1} \Leftrightarrow \psi^{1.1} \in \Delta^1$; (ii) $(x/y)\,\psi \in \Delta^{1.1} \Rightarrow$ $\Rightarrow \psi[x^{1.1}/y] \in \Delta^{1.1}$. Множество $\Delta^{1.1}$ будет еще одним возможным миром канонической модели. Аналогичным образом (с использованием нумерации формул вида $\neg\Box\psi$ в Δ^1) строятся миры $\Delta^{1.2}$, $\Delta^{1.3}$... и все последующие миры: $\Delta^{1.1.1}$, $\Delta^{1.1.2}$, ... Построенное таким образом множество миров обозначим как G. Заметим, что каждый мир в G построен на своем языке (каждый из которых является расширением $\mathcal{L}$). Обозначим объединение всех этих языков как $\mathcal{L}^+$.

Определим бинарное отношение R на G: $\Delta R \Delta'$, если и только если для любой формулы φ: если $\Box\varphi \in \Delta$, то $\varphi \in \Delta'$.

Определим D (домен канонической модели) как VAR (напомню, это множество переменных языка $\mathcal{L}$, т.е. переменных без верхних индексов).

Определим I (интерпретацию предикатов в канонической модели). Пусть P – n-местный предикат и $\Delta^{\sigma 1}, ..., \Delta^{\sigma n} \in G$. Определим I следующим образом: $\langle x_1, ..., x_n \rangle \in I(P)(\langle \Delta^{\sigma 1}, ..., \Delta^{\sigma n} \rangle)$, если и только если для некоторого $\Delta \in G$, $P(x_1^{\sigma 1}, ..., x_n^{\sigma n}) \in \Delta$. Теперь мы можем определить искомую модель M как $\langle G, R, D, I \rangle$.

Наконец, определим оценку переменных v и VP-функцию f для языка $\mathcal{L}^+$ в M. Определение v: для любой переменной x и любого верхнего индекса σ, $v(x) = v(x^\sigma) = x$. Определение f: домен f – это множество переменных с верхними индексами; для любых v и σ, $f(x^\sigma) = \Delta^\sigma$ (отметим, что f не определена для переменных без верхнего индекса).

Нам потребуются три факта, доказательство которых я опускаю:

(1) Если для некоторого $\Delta \in G$, $P(x_1^{\sigma 1}, ..., x_n^{\sigma n}) \in \Delta$, то не существует $\Delta \in G$, такого, что $\neg P(x_1^{\sigma 1}, ..., x_n^{\sigma n}) \in \Delta$. Это обусловлено тем, как при построении M вводятся переменные с верхними индексами.

(2) Для любого мира $\Delta^\sigma \in G$ и любой формулы ψ на языке $\mathcal{L}^\sigma$, $M, \Delta^\sigma, v, f \vDash \psi \Leftrightarrow M, \Delta^\sigma, v, f \vDash \psi^\sigma$. Этот факт доказывается индукцией по структуре ψ.

(3) Если $\neg\Box\psi \in \Delta \in G$, то существует $\Delta' \in G$, такой, что $\Delta R \Delta'$ и $\neg\psi \in \Delta'$. Этот факт следует из построения G и R.

Следующая лемма доказывается с использованием фактов (1) – (3) индукцией по структуре формулы.

Лемма об истине. Для любой формулы ψ на языке $\mathcal{L}^+$ и любого мира $\Delta \in G$: $\psi \in \Delta$, если и только если $M, \Delta, v, f \vDash \psi$.

Для завершения доказательства вспомним, что $\Lambda \subseteq \Delta^1$. По лемме об истине отсюда следует, что для любой формулы $\varphi \in \Lambda$, $M, \Delta^1, v, f \vDash \varphi$. Следовательно, для любой формулы $\varphi \in \Lambda$, $M, \Delta^1, v', \emptyset \vDash \varphi$, где v' – это ограничение v на VAR. (Здесь мы учитываем тот факт, что $\emptyset$ – это ограничение f на VAR.) Это показывает выполнимость Λ, что и требовалось.

Заключение

В литературе представлен ряд модальных логик первого порядка, основанных на кросс-мировой интерпретации предикатов, однако все они содержат только семантику, т.е. не содержат дедуктивную систему. Впервые дедуктивные системы, соответствующие кросс-мировой семантике, были предложены для *CWPL* и некоторых ее модификаций. Это были дедуктивные системы генценовского типа. В данной статье было предложено исчисление гильбертовского типа для логики $CWPL_1$, которая представляет собой упрощенную версию *CWPL*. При этом $CWPL_1$, как и *CWPL*, имеет семантические особенности, обусловленные кросс-мировой интерпретацией предикатов и использованием *VP*-функций. Этими свойствами обусловлена главная трудность аксиоматизации *CWPL*. В нашей работе эта трудность решена для $CWPL_1$. Представленное здесь решение может быть экстраполировано на *CWPL*; это будет сделано в одной из последующих публикаций.

Список источников

1. *Borisov E.* A Nonhybrid Logic for Crossworld Predication // Логические исследования / Logical Investigations. 2023. Т. 29, № 2. С. 125–147.

2. *Kocurek A.W.* The problem of cross-world predication // Journal of Philosophical Logic. 2016. Vol. 45. P. 697–742.

3. *Butterfield J., Stirling C.* Predicate modifiers in tense logic // Logique et Analyse. 1987. Vol. 30. P. 31–50.

4. *Wehmeier K.F.* Subjunctivity and cross-world predication // Philosophical Studies. 2012. Vol. 159. P. 107–122.

5. *Wehmeier K., Rückert H.* Still in the Mood: The Versatility of Subjunctive Markers in Modal Logic // Topoi. 2019. Vol. 38. P. 361–377.

6. *Борисов Е.В.* Логика для кросс-мировой предикации: теория доказательства // Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. 2024. № 79. С. 5–16. doi: 10.17223/1998863X/79/1

7. *Borisov E.* A tableau proof theory for CWPL // Логические исследования / Logical Investigations. 2025. Т. 31, № 1. С. 74–96.

8. *Мухаметшина И.И.* Логики для кросс-мировой предикации на основе D, T, S4 и S5 // Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. 2024. № 82. С. 55–67. doi: 10.17223/1998863X/82/5

9. *Ламберов Л.Д.* К вопросу об особенностях CPL // Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. 2023. № 74. С. 17–24. doi: 10.17223/1998863X/74/2

10. *Hughes G.E., Cresswell M.J.* A New Introduction to Modal Logic. London, New York : Routledge, 1996. 421 p.

References

1. Borisov, E. A. (2023) A Nonhybrid Logic for Crossworld Predication. *Logical Investigations*. 29(2). pp. 125–147. (In Russian). doi: 10.21146/2074-1472-2023-29-2-125-147

2. Kocurek, A.W. (2016) The problem of cross-world predication. *Journal of Philosophical Logic*. 45(6). pp. 697–742. doi: 10.1007/s10992-016-9407-8

3. Butterfield, J. & Stirling, C. (1987) Predicate modifiers in tense logic. *Logique et Analyse*. 30. pp. 31–50.

4. Wehmeier, K. F. (2012) Subjunctivity and cross-world predication. *Philosophical Studies*. 159. P. 107–122.

5. Wehmeier, K. & Rückert, H. (2019) Still in the Mood: The Versatility of Subjunctive Markers in Modal Logic. *Topoi*. 38. pp. 361–377.

6. Borisov, E.V. (2024) A proof theory for a logic for crossworld predication. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Filosofiya. Sotsiologiya. Politologiya – Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science*. 79. pp. 5–16. (In Russian). doi: 10.17223/1998863X/79/1

7. Borisov, E. (2025) A tableau proof theory for CWPL. *Logical Investigations*. 31(1). pp. 74–96.

8. Mukhametshina, I.I. (2024) Logics for cross-world predication based on D, T, S4 and S5. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Filosofiya. Sotsiologiya. Politologiya – Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science*. 82. pp. 55–67. (In Russian). doi: 10.17223/1998863X/82/5

9. Lamberov, L.D. (2023) On the features of CPL. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Filosofiya. Sotsiologiya. Politologiya – Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science*. 74. pp. 17–24. (In Russian). doi: 10.17223/1998863X/74/2

10. Hughes, G.E. & Cresswell, M.J. (1996) *A New Introduction to Modal Logic*. London, New York: Routledge.

Сведения об авторе:
Борисов Е.В. – доктор философских наук, доцент, главный научный сотрудник Института философии и права СО РАН (Новосибирск, Россия). E-mail: borisov.evgeny@gmail.com

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Information about the author:
Borisov E.V. – Dr. Sci. (Philosophy), docent, chief researcher at the Institute of Philosophy and Law of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences (Novosibirsk, Russian Federation). E-mail: borisov.evgeny@gmail.com

The author declares no conflicts of interests.

Статья поступила в редакцию 26.10.2025;
одобрена после рецензирования 18.11.2025; принята к публикации 09.12.2025
The article was submitted 26.10.2025;
approved after reviewing 18.11.2025; accepted for publication 09.12.2025