

## МЕХАНИКА

## MECHANICS

Научная статья

УДК 531.383, 532.526.75

doi: 10.17223/19988621/99/4

## Расчет аэродинамической составляющей момента сопротивления вращению ротора управляющих двигателей-маховиков

Сергей Анатольевич Акарачкин<sup>1</sup>, Денис Александрович Полюшко<sup>2</sup>

<sup>1, 2</sup> АО «НПЦ “Полюс”», Томск, Россия

<sup>1, 2</sup> info@polus-tomsk.ru

**Аннотация.** В процессе изготовления управляющих двигателей-маховиков (ДМ) внутри их корпуса создается остаточное давление до 0.1 Па. Для расчета аэродинамической составляющей момента сопротивления вращению ротора ДМ выбрана математическая модель, описывающая поведение газовой среды вблизи стенок, используя понятия степени разряженности и коэффициента аккомодации касательного импульса. Модификация граничного условия прилипания на стенках с учетом частичного проскальзывания позволила определить влияние давления в гермокамере ДМ и скорости вращения ротора на аэродинамическую составляющую момента сопротивления вращению.

**Ключевые слова:** число Кнудсена, коэффициент аккомодации импульса, длина свободного пробега молекул, двигатель-маховик

**Для цитирования:** Акарачкин С.А., Полюшко Д.А. Расчет аэродинамической составляющей момента сопротивления вращению ротора управляющих двигателей-маховиков // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2026. № 99. С. 50–61. doi: 10.17223/19988621/99/4

Original article

## Calculation of the aerodynamic component of the rotor drag torque in reaction wheel actuators

Sergey A. Akarachkin<sup>1</sup>, Denis A. Polyushko<sup>2</sup>

<sup>1, 2</sup> JSC “NPC “Polus””, Tomsk, Russian Federation

<sup>1, 2</sup> info@polus-tomsk.ru

**Abstract.** During manufacturing, a residual pressure of up to 0.1 Pa is provided inside the housing of the reaction wheel (RW) assemblies. Under these conditions, the assumption

of continuity of the medium ceases to be true. To calculate the aerodynamic component of the drag torque of the RW rotor, a mathematical model is adopted that describes the behavior of the gas medium in a non-equilibrium thermodynamic state near the walls using the concepts of rarefaction degree and tangential momentum accommodation coefficient. This model does not use the solution of the Boltzmann equation for statistical mechanics which requires significant computational resources.

Modification of the no-slip boundary condition at the walls to account for the partial slip made it possible to determine the effect of the pressure inside the sealed chamber of the RW and the rotor rotational speed on the aerodynamic component of the drag torque. The computed and experimental dependences for the aerodynamic component of the rotor drag torque demonstrate similar behavior.

**Keywords:** the Knudsen number, momentum accommodation coefficient, free path length, reaction wheel actuators

**For citation:** Akarachkin, S.A., Polyushko, D.A. (2026) Calculation of the aerodynamic component of the rotor drag torque in reaction wheel actuators. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 99. pp. 50–61. doi: 10.17223/19988621/99/4

## Введение

Двигатели-маховики (ДМ) выполнены на основе управляемого бесконтактного двигателя постоянного тока и предназначены для использования в качестве исполнительного органа систем ориентации и стабилизации космических аппаратов. Функции маховой массы выполняет ротор с постоянными магнитами. ДМ имеет герметичное исполнение. В процессе изготовления внутри корпуса ДМ создается остаточное давление до 0.1 Па с целью снижения момента сопротивления вращению ротора и, как следствие, снижения уровня потребления электроэнергии. Все неметаллические элементы ДМ проходят предварительную термовакuumную обработку для снижения показателей газовыделения. Несмотря на предпринимаемые меры, в процессе изготовления и хранения ДМ с течением времени показатели момента сопротивления вращению ротора возрастают. Актуальной задачей является определение влияния величины давления в корпусе ДМ и его конструктивных размеров на момент сопротивления вращению ротора.

## Математические модели для описания течения в разреженной среде

Выражения, описывающие поведение текучей среды, такие как уравнения Навье–Стокса, основанные на предположении неразрывности среды, являются определяющими в области аэро- и гидродинамики. Они позволяют получить точные численные результаты для сложных задач. При рассмотрении режимов течения в разреженной среде предположения о ее неразрывности перестают быть верными, требуется иное описание физики процессов. В разреженной среде движение молекул газа описывается уравнением Больцмана для статистической механики [1, 2].

Несмотря на необходимость проведения расчетов, требующих высоких вычислительных затрат, задачи течения в разреженной среде находят широкое применение в космонавтике, физике частиц и вакуумных систем [3–6].

Одно из основных направлений вычислительной гидродинамики разреженной среды – течение в замкнутом объеме. Решение задачи требует разработки новых

численных методов, так как решение уравнений Больцмана найдено только для ряда конкретных случаев [7, 8]. Таким образом, вычислительная гидродинамика для разреженных сред нацелена на поиск наиболее простого способа решения уравнений Больцмана. На ранних этапах разработки численных методов внутренние течения разреженных сред рассчитывались с применением упрощенных моделей [9, 10]. Впоследствии были разработаны численные методы, требующие меньших вычислительных мощностей [11–16]. Большинство полученных результатов удовлетворяло заданным критериям точности [17]. С ростом производительности компьютеров стало возможным применение метода прямого статистического вычисления Монте-Карло [18–21]. Этот метод позволяет производить расчет достаточно близко к реальному движению частиц [22, 23].

Указанные численные методы дают возможность получать решения только для конкретных частиц и требуют большого количества повторяющихся вычислений, что влечет значительные временные затраты. Поэтому потребовалась разработка упрощенного метода расчета, способного установить взаимосвязь между искомыми величинами. Поток в условиях разреженной среды можно описать, используя понятия степени разреженности и коэффициента аккомодации касательного импульса [1].

В газах из-за локальных неравновесных термодинамических состояний среды профиль скорости имеет участок, соответствующий проскальзыванию газа [24]. Скорость текучей среды вблизи стенок не равна скорости этих стенок. Существование проскальзывания в газах было описано Максвеллом. Величина проскальзывания зависит от степени разрежения газа. Для описания степени разрежения используется число Кнудсена, представляющее собой отношение длины свободного пробега молекул к характеристическому размеру области течения, например диаметру канала,  $K_n = \lambda/D$ .

Эквивалентная длина свободного пробега молекул определяется следующим выражением [2]:

$$\lambda = \frac{\mu}{p} \left( \frac{2RT}{M_n} \right)^{1/2}, \quad (1)$$

где  $p$  – давление среды, Па;  $T$  – температура среды, К;  $\mu$  – динамическая вязкость среды, Па·с;  $R$  – универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·К);  $M_n$  – молярная масса (кг/моль).

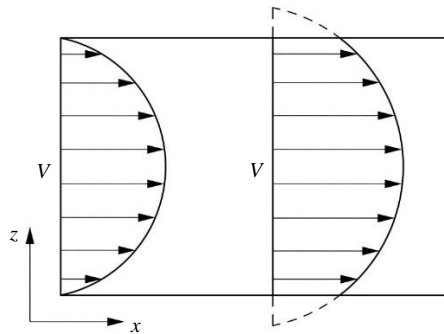
В зависимости от величины числа Кнудсена различают несколько режимов течения газа:

- течение неразрывной среды:  $K_n \ll 1$  ( $K_n < 0,01$ );
- течение со скольжением –  $0,01 < K_n < 0,1$ ;
- переходное течение –  $0,1 < K_n < 10$ ;
- свободное молекулярное течение  $K_n > 10$ .

Отличие профиля скорости при режиме течения со скольжением от режима течения неразрывной среды представлено на рис. 1 [1, 24].

Скорость проскальзывания впервые была рассчитана Максвеллом для изотермического потока и определялась следующим выражением [24]:

$$V_s = L_s \frac{\partial V}{\partial z}. \quad (2)$$

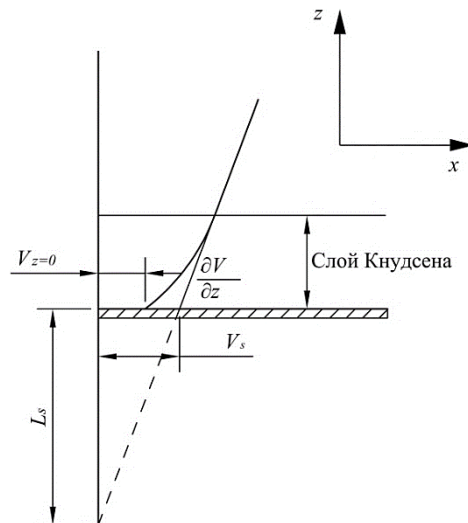


**Рис. 1.** Профиль скорости для режимов течения неразрывной среды (слева) и со скольжением (справа)

**Fig. 1.** Velocity profile for continuum (on the left) and slip (on the right) flow regimes

В выражении (2) обозначение  $L_s$  определяет длину проскальзывания. В свою очередь, длина проскальзывания определяется соотношением  $L_s = \lambda(2 - \alpha)/\alpha$ , где  $\alpha$  – коэффициент, определяющийся отношением количества молекул, отраженных диффузионно (молекулы сталкиваются с соседними молекулами) от твердой стенки при расстоянии  $z = 0$ , к общему числу молекул. Часть молекул при этом отражается зеркально от стенки без взаимодействия с соседними молекулами.

Физический смысл скорости проскальзывания  $V_s$  и длины проскальзывания  $L_s$  показан на рис. 2 [24]. Скорость проскальзывания отличается от макроскопической средней скорости молекул вблизи стенки. Она определяется линейной экстраполяцией профиля скорости за пределами слоя Кнудсена – очень тонкого слоя газа в неравновесном термодинамическом состоянии, где не работают обычные уравнения Навье–Стокса. Толщина слоя Кнудсена одного порядка с длиной свободного пробега молекул.



**Рис. 2.** Определение скорости и длины проскальзывания

**Fig. 2.** Definitions of the slip velocity and slip length

Коэффициент  $\alpha$  учитывает количество молекул, отраженных от стенки в касательном и нормальном направлениях. Соответственно, в литературе определены термины коэффициента аккомодации касательного импульса  $\alpha_t$  и нормального импульса  $\alpha_n$  [2, 25]. Значения коэффициентов аккомодации для некоторых газов приведены в табл. 1 [2, 26].

Таблица 1

#### Значения коэффициентов аккомодации

Газы	$\alpha$	$\alpha_t$
He	0,888	0,882
Ne	0,858	0,849
Ar	0,921	0,916
Kr	0,996	0,997
Xe	1,000	1,014
H <sub>2</sub>	0,954	0,952
N <sub>2</sub>	0,915	0,911
CO <sub>2</sub>	0,993	0,993

Согласно введенному обозначению для коэффициента аккомодации касательного импульса  $\alpha_t$  длина проскальзывания может быть определена следующим выражением [2]:

$$L_s = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \lambda \left( \frac{2 - \alpha_t}{\alpha_t} \right). \quad (3)$$

#### Расчет аэродинамической составляющей момента сопротивления вращению ротора

Расчет влияния давления в корпусе ДМ на аэродинамическую составляющую момента сопротивления вращению ротора проведен в программном комплексе ANSYS Fluent. В качестве объекта исследования выбраны ДМ с диаметром ротора 350 мм (ДМ1) и 300 мм (ДМ2). Минимальное рассматриваемое давление в камере ДМ не менее 1 Па, что обусловлено программными ограничениями ANSYS Fluent. Аэродинамическая задача решалась в стационарной постановке. Использовался тип решателя по плотности (Density-Based). Для описания течения среды внутри камеры ДМ использовалась модель ламинарного течения с дополнительным включением уравнений сохранения энергии для тепловой части задачи. Для учета теплопередачи излучением использовалась модель «от поверхности к поверхности» (S2S). Свойства воздушной среды описывались с применением модели идеального газа. Схема дискретизации по потоку Roe-FDS. На всех границах воздушной среды в параметрах граничного условия «стенка (wall)» для описания сдвиговых напряжений применялась настройка частичного проскальзывания для разреженного газа (Partial Slip for Rarefied Gases) с указанием коэффициента аккомодации импульса (Momentum Accommodation Coefficient), численно равного 0,911. Конечно-объемная модель ДМ1 состоит из 9 692 318 элементов, в случае ДМ2 количество элементов составляет 13 721 816. Размер элементов сетки в объемных областях течения задан величиной 2 мм, размер элементов на стенках 1 мм, полная высота призматических слоев вблизи стенок 1 мм при общем количестве разбиений по высоте, равном 10.

Итоговые настройки сетки определены оценкой скорости сходимости численного решения и влияния на расчетную величину момента сопротивления вращению ротора ДМ. В табл. 2 приведены результаты исследования сеточной сходимости на примере ДМ1 при скорости вращения ротора 6 000 об/мин и давлении 1.33 Па.

Таблица 2

**Исследование сеточной сходимости**

Размер элементов сетки, мм	4	2	2	1,5
Размер элементов сетки на стенках, мм	2	2	1	0,5
Количество элементов, шт.	5 090 858	8 170 368	9 692 318	19 022 234
Момент сопротивления вращению $M$ , Н·м	0.0017	0.002	0.0022	0.0022

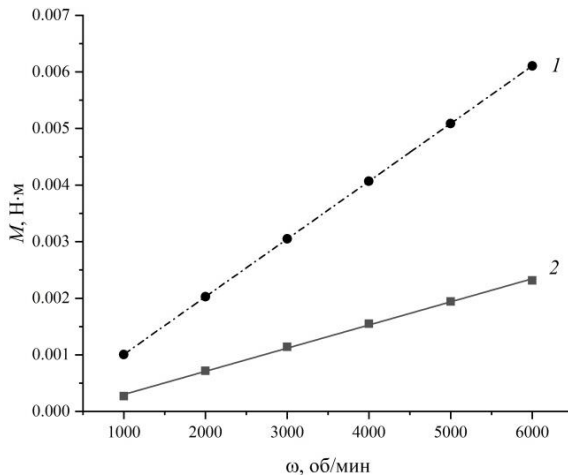
Поставленная задача решалась в 3D-постановке, что обусловлено необходимостью учета формы спиц, соединяющих вал ротора и обод маховика, формы и расположения постоянных магнитов индуктора.

Согласно документации Fluent скорость проскальзывания среды на стенке определяется выражением (4)

$$V_s = -\frac{2-\alpha}{\alpha\mu} \lambda \tau, \tag{4}$$

где  $\alpha$  – коэффициент аккомодации импульса;  $\tau$  – тангенциальная проекция тензора сдвиговых напряжений;  $\mu$  – динамическая вязкость;  $\lambda$  – длина свободного пробега молекул.

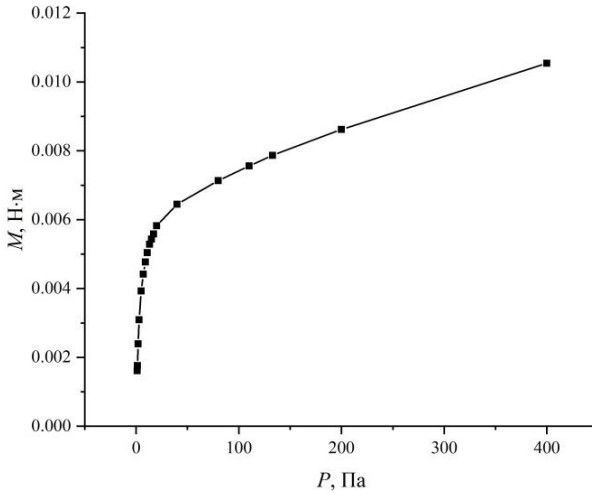
В документации Fluent не указано однозначно, какой именно коэффициент аккомодации должен быть использован: полный  $\alpha$  или тангенциальный  $\alpha_t$ . Поскольку для расчета сдвиговых напряжений определяющим критерием является тангенциальная составляющая скорости, то в настройке граничного условия использовался коэффициент аккомодации касательного импульса  $\alpha_t$ .



**Рис. 3.** Зависимость аэродинамической составляющей момента сопротивления от скорости вращения ротора: 1 – без учета скольжения, 2 – с учетом скольжения  
**Fig. 3.** Aerodynamic component of the drag torque as a function of rotor rotational speed: (1) no-slip condition and (2) slip condition

На рис. 3 приведена зависимость аэродинамической составляющей момента сопротивления от скорости вращения ротора для ДМ1 с учетом и без учета проскальзывания для давления в корпусе 1.33 Па и начальной температуры 20°C.

На рис. 4 приведена зависимость аэродинамической составляющей момента сопротивления ротора ДМ1 от давления в корпусе при номинальной скорости вращения и начальной температуре 20°C.



**Рис. 4.** Зависимость аэродинамической составляющей момента сопротивления вращению ротора от давления в корпусе

**Fig. 4.** Aerodynamic component of the rotor drag torque as a function of pressure in the housing

Кривую на рис. 4 можно разделить на три участка:

1. Давление от 1 до 20 Па – режим движения воздушной среды внутри корпуса ДМ1 со скольжением. Зависимость момента сопротивления вращению ротора может быть описана выражением  $M = 0,0015\ln(P) + 0,0014$ ;

2. Переходный режим при давлении от 20 до 40 Па;

3. Режим течения неразрывной среды, описываемый стандартными уравнениями Навье–Стокса, при давлении выше 40 Па. Зависимость момента сопротивления вращению ротора может быть описана выражением  $M = -1 \cdot 10^{-8}P^2 + 2 \cdot 10^{-5}P + 0,0059$ .

Величина аэродинамической составляющей момента сопротивления в зависимости от зазора между ободом ротора и корпусом ДМ1 приведена на рис. 5. Данные рассчитаны для остаточного давления в корпусе 1.2 Па, начальной температуры 20°C и номинальной скорости вращения.

Для ДМ2 экспериментально определено влияние давления на суммарный момент сопротивления вращению ротора. Полученный результат уточнен с вычетом из общего момента сопротивления составляющих, отвечающих за трение в подшипниковых узлах и потери на вихревые токи в обмотке статора ДМ [27]. На рис. 6 приведены сравнительные данные по аэродинамической составляющей момента сопротивления вращению ротора, полученные расчетным способом и экспериментально.

Характер зависимостей на рис. 6, полученных расчетным и экспериментальным способом, аналогичный. На участке давления до 25 Па можно условно

выделить по аналогии с рис. 4 режим движения воздушной среды внутри корпуса ДМ2 со скольжением.

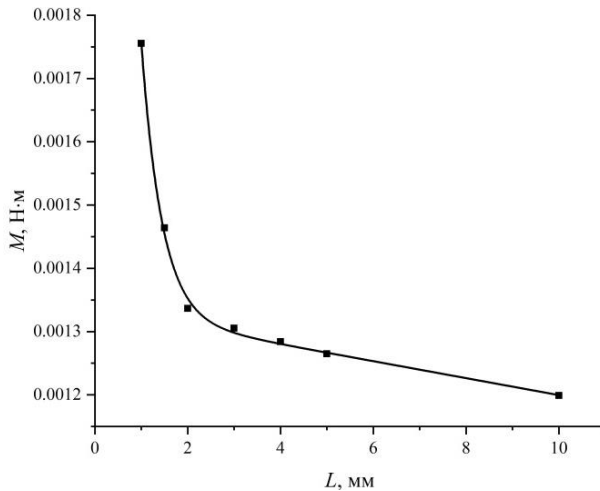


Рис. 5. Влияние зазора между ободом ротора и корпусом на аэродинамическую составляющую момента сопротивления вращению ротора

Fig. 5. Effect of the gap between the rotor rim and the housing on the aerodynamic component of the rotor drag torque

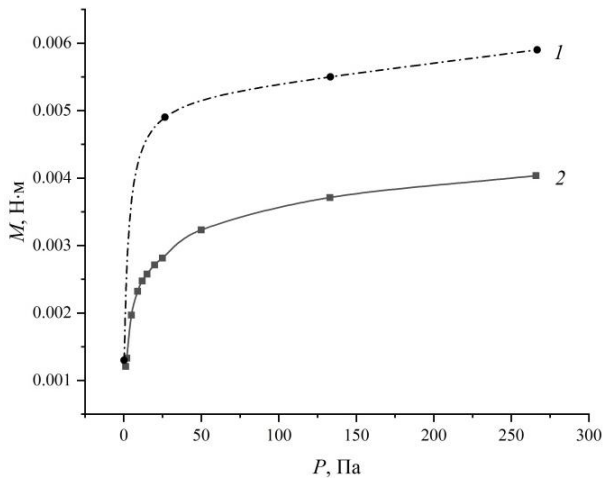


Рис. 6. Аэродинамическая составляющая момента сопротивления вращению ротора: 1 – экспериментальные данные, 2 – расчетные данные

Fig. 6. Aerodynamic component of the rotor drag torque: (1) experimental data and (2) calculated results

С ростом давления разница между кривыми 1 и 2 увеличивается, что может быть объяснено погрешностью аналитического расчета потерь на трение в подшипниковых узлах ДМ2 и потерь на вихревые токи в обмотке статора. Также стоит учитывать принятые упрощения геометрии ротора ДМ2 для улучшения сходимости

численного решения при использовании модели ламинарного течения воздушной среды.

### Заключение

При рассмотрении течения воздушной среды в корпусе ДМ1 с учетом скольжения определено влияние геометрических размеров корпуса и давления внутри него на аэродинамическую составляющую момента сопротивления вращению ротора. На примере ДМ2 показано подобие экспериментальной и расчетной зависимостей давления в гермокамере на аэродинамическую составляющую момента сопротивления вращению.

Представлена возможность использования модифицированного граничного условия прилипания на стенках с поправкой на частичное скольжение для расчета аэродинамической составляющей момента сопротивления вращению ротора ДМ в диапазоне давлений в гермокамере от 1 до 20 Па.

### Список источников

1. *Lee J.* Statistical assessment of tangential momentum accommodation coefficient using internal flow rate model based on rarefied gas conditions // *Results in Physics*. 2022. V. 43. Art. 106130. doi: 10.1016/j.rinp.2022.106130
2. *Sharipov F.* Data on the Velocity Slip and Temperature Jump Coefficients // *J. Phys. Chem. Ref. Data*. 2011. V. 40 (2). Art. 023101.
3. *Josyula E., Burt J.* Review of rarefied gas effects in hypersonic applications // *Models and Computational Methods for Rarefied Flows (RTO-EN-AVT-194)*. 2011.
4. *Li Y, Xu S-L.* DSMC simulation of vapor flow in molecular distillation // *Vacuum*. 2014. V. 110. P. 40–46. doi: 10.1016/j.vacuum.2014.08.001
5. *Malyshev O.B.* Gas dynamics modelling for particle accelerators // *Vacuum*. 2012. V. 86 (11). P. 1669–1681. doi: 10.1016/j.vacuum.2012.03.047
6. *Shoja-Sani A., Roohi E., Kahrom M., Stefanov S.* Investigation of aerodynamic characteristics of rarefied flow around NACA 0012 airfoil using DSMC and NS solvers // *Eur J Mech. B / Fluids*. 2014. V. 48. P. 59–74. doi: 10.1016/j.euromechflu.2014.04.008
7. *Krook M., Wu T.* Exact solutions of the Boltzmann equation // *Phys Fluids*. 1977. V. 20. P. 1589–1595. doi: 10.1063/1.861780
8. *Gressman P.T., Strain R.M.* Global classical solutions of the Boltzmann equation without angular cut-off // *J Am Math Soc*. 2010. V. 24. P. 771–847. doi: 10.1090/S0894-0347-2011-00697-8
9. *Cercignani C., Daneri A.* Flow of a rarefied gas between two parallel plates // *J Appl Phys*. 1963. V. 34. P. 3509–3513. doi: 10.1063/1.1729249
10. *Cercignani C., Sernagiotto F.* Cylindrical Poiseuille flow of a rarefied gas // *Phys Fluids*. 1966. V. 9 (40). doi: 10.1063/1.1761530
11. *Huang A.B.* Rarefied gas flow between parallel plates based on the discrete ordinate method // *Phys Fluids*. 1967. V. 10. P. 498–502. doi:10.1063/1.1762143
12. *Loyalka S.K., Petrellis N., Storvick T.S.* Some exact numerical results for the BGK model: Couette, Poiseuille and thermal creep flow between parallel plates // *Zeitschrift Für Angewandte Mathematik Und Physik ZAMP*. 1979. V. 30. P. 514–521. doi: 10.1007/BF01588895
13. *Loyalka S.K., Hickey K.A.* Kinetic theory of thermal transpiration and the mechanocaloric effect: Planar flow of a rigid sphere gas with arbitrary accommodation at the surface // *J Vac Sci Technol A*. 1991. V. 9. P. 158–163. doi: 10.1116/1.577119
14. *Cercignani C., Lampis M., Lorenzani S.* Variational approach to gas flows in microchannels // *Phys Fluids*. 2004. V. 16. P. 3426–3437. doi:10.1063/1.1764700

15. Loyalka S.K. The  $Q_n$  and  $F_n$  integrals for the BGK model // *Transp Theory Stat Phys*. 1975. V. 4. P. 55–65. doi: 10.1080/00411457508247944
16. Ferziger J.H. Flow of a rarefied gas through a cylindrical tube // *Phys Fluids*. 1967. V. 10. P. 1448–1453. doi: 10.1063/1.1762304
17. Loyalka S.K. Kinetic theory of thermal transpiration and mechanocaloric effect // *J Chem Phys*. 1975. V. 63. P. 4054–4060. doi: 10.1063/1.431847
18. Gallis M., Torczynski J. Steady isothermal gas mass flow rate in a microscale tube from continuum to free-molecular conditions // 41st AIAA fluid dynamics conference and exhibit. Reston, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2011. doi: 10.2514/6.2011-3994
19. Gallis M.A., Torczynski J.R. Direct simulation Monte Carlo-based expressions for the gas mass flow rate and pressure profile in a microscale tube // *Phys Fluids*. 2012. V. 24. Art. 012005. doi: 10.1063/1.3678337
20. Balaj M., Roohi E., Akhlaghi H., Myong R.S. Investigation of convective heat transfer through constant wall heat flux micro/nano channels using DSMC // *Int J Heat Mass Transf*. 2014. V. 71. P. 633–638. doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.12.053
21. Akhlaghi H., Roohi E. Generalized description of the Knudsen layer thickness in rarefied gas flows // *Phys Fluids*. 2021. V. 33. Art. 061701. doi: 10.1063/5.0052263
22. Stefanov S., Roohi E., Shoja-Sani A. A novel transient-adaptive subcell algorithm with a hybrid application of different collision techniques in direct simulation Monte Carlo (DSMC) // *Phys Fluids*. 2022. V. 34. Art. 092003. doi:10.1063/5.0104613
23. Taheri E., Roohi E., Stefanov S. A symmetrized and simplified Bernoulli trial collision scheme in direct simulation Monte Carlo // *Phys Fluids*. 2022. V. 34. Art. 012010. doi: 10.1063/5.0076025
24. Maali A. Slip length measurement of gas flow // *Nanotechnology*. 2016. V. 27 (37). Art. 374004.
25. Омелик А.И. Экспериментальное определение коэффициентов аккомодации нормального импульса для поверхностей из различных материалов // *Ученые записки ЦАГИ*. 1973. Т. IV, № 4. С. 128–130.
26. Porodnov B.T., Suetin P.E., Borisov S.F., Akinshin V.D. Experimental investigation of rarefied gas flow in different channels // *J. Fluid Mech*. 1974. V. 64, P. 417–437.
27. Гладышев Г.Н., Дмитриев В.С., Копытов В.И. Системы управления космическими аппаратами (исполнительные органы: назначение, принцип действия, схемы, конструкция): учеб. пособие. Томск: Изд-во ТПУ, 2000. 207 с.

## References

1. Lee J. (2022) Statistical assessment of tangential momentum accommodation coefficient using internal flow rate model based on rarefied gas conditions. *Results in Physics*. 43(106130). doi: 10.1016/j.rinp.2022.106130
2. Sharipov F. (2011) Data on the velocity slip and temperature jump coefficients. *Journal of Physical and Chemical Reference Data*. 40(2). Article 023101.
3. Josyula E., Burt J. (2011) Review of rarefied gas effects in hypersonic applications. *Models and Computational Methods for Rarefied Flows (RTO-EN-AVT-194)*.
4. Li Y., Xu S-L. (2014) DSMC simulation of vapor flow in molecular distillation. *Vacuum*. 110. pp. 40–46. doi: 10.1016/j.vacuum.2014.08.001
5. Malyshev O.B. (2012) Gas dynamics modelling for particle accelerators. *Vacuum*. 86(11). pp. 1669–1681. doi: 10.1016/j.vacuum.2012.03.047
6. Shoja-Sani A., Roohi E., Kahrom M., Stefanov S. (2014) Investigation of aerodynamic characteristics of rarefied flow around NACA 0012 airfoil using DSMC and NS solvers. *European Journal of Mechanics – B/Fluids*. 48. pp. 59–74. doi: 10.1016/j.euromechflu.2014.04.008
7. Krook M., Wu T. (1977) Exact solutions of the Boltzmann equation. *Physics of Fluids*. 20. pp. 1589–1595. doi: 10.1063/1.861780

8. Gressman P.T., Strain R.M. (2010) Global classical solutions of the Boltzmann equation without angular cut-off. *Journal of the American Mathematical Society*. 24. pp. 771–847. doi: 10.1090/S0894-0347-2011-00697-8
9. Cercignani C., Daneri A. (1963) Flow of a rarefied gas between two parallel plates. *Journal of Applied Physics*. 34. pp. 3509–3513. doi: 10.1063/1.1729249
10. Cercignani C., Sernagiotto F. (1966) Cylindrical Poiseuille flow of a rarefied gas. *Physics of Fluids*. 9(40). doi: 10.1063/1.1761530
11. Huang A.B. (1967) Rarefied gas flow between parallel plates based on the discrete ordinate method. *Physics of Fluids*. 10. pp. 498–502. doi: 10.1063/1.1762143
12. Loyalka S.K., Petrellis N., Storvick T.S. (1979) Some exact numerical results for the BGK model: Couette, Poiseuille and thermal creep flow between parallel plates. *Zeitschrift Für Angewandte Mathematik Und Physik ZAMP*. 30. pp. 514–521. doi: 10.1007/BF01588895
13. Loyalka S.K., Hickey K.A. (1991) Kinetic theory of thermal transpiration and the mechanocaloric effect: Planar flow of a rigid sphere gas with arbitrary accommodation at the surface. *Journal of Vacuum Science & Technology A: Vacuum, Surfaces and Films*. 9. pp. 158–163. doi: 10.1116/1.577119
14. Cercignani C., Lampis M., Lorenzani S. (2004) Variational approach to gas flows in microchannels. *Physics of Fluids*. 16. pp. 3426–3437. doi: 10.1063/1.1764700
15. Loyalka S.K. (1975) The  $Q_n$  and  $F_n$  integrals for the BGK model. *Transport Theory and Statistical Physics*. 4. pp. 55–65. doi: 10.1080/00411457508247944
16. Ferziger J.H. (1967) Flow of a rarefied gas through a cylindrical tube. *Physics of Fluids*. 10. pp. 1448–1453. doi: 10.1063/1.1762304
17. Loyalka S.K. (1975) Kinetic theory of thermal transpiration and mechanocaloric effect. *The Journal of Chemical Physics*. 63. pp. 4054–4060. doi: 10.1063/1.431847
18. Gallis M., Torczynski J. (2011) Steady isothermal gas mass flow rate in a microscale tube from continuum to free-molecular conditions. In: *41st AIAA fluid dynamics conference and exhibit. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics*. doi: 10.2514/6.2011-3994
19. Gallis M.A., Torczynski J.R. (2012) Direct simulation Monte Carlo-based expressions for the gas mass flow rate and pressure profile in a microscale tube. *Physics of Fluids*. 2. Article 012005. doi: 10.1063/1.3678337
20. Balaj M., Roohi E., Akhlaghi H., Myong R.S. (2014) Investigation of convective heat transfer through constant wall heat flux micro/nano channels using DSMC. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 71. pp. 633–638. doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.12.053
21. Akhlaghi H., Roohi E. (2021) Generalized description of the Knudsen layer thickness in rarefied gas flows. *Physics of Fluids*. 33. Article 061701. doi: 10.1063/5.0052263
22. Stefanov S., Roohi E., Shoja-Sani A. (2022) A novel transient-adaptive subcell algorithm with a hybrid application of different collision techniques in direct simulation Monte Carlo (DSMC). *Physics of Fluids*. 34. Article 092003. doi: 10.1063/5.0104613
23. Taheri E., Roohi E., Stefanov S. (2022) A symmetrized and simplified Bernoulli trial collision scheme in direct simulation Monte Carlo. *Physics of Fluids*. 34. Article 012010. doi: 10.1063/5.0076025
24. Maali A. (2016) Slip length measurement of gas flow. *Nanotechnology*. 27(37). Article 374004.
25. Omelik A.I. (1973) Eksperimental'noe opredelenie koэфfitsientov akkomodatsii normal'nogo impul'sa dlya poverkhnostey iz razlichnykh materialov [Experimental investigation of normal accommodation coefficient for surfaces made from different materials]. *Uchenye zapiski TSAGI*. IV(4). pp. 128–130.
26. Porodnov B.T., Suetin P.E., Borisov S.F., Akinshin V.D. (1974) Experimental investigation of rarefied gas flow in different channels. *Journal of Fluid Mechanics*. 64. pp. 417–437.
27. Gladyshev G.N., Dmitriev V.S., Kopylov V.I. (2000) *Systemy upravleniya kosmicheskimi apparatami (Ispolnitelnye organy: naznachenie, printsyp deystviya, skhemy, konstruksiya)* [Control systems of space crafts (Actuators: purpose, principle of operation, schemes, and construction)]. Study guide. Tomsk: Tomsk Polytechnic University.

***Сведения об авторах:***

**Акарачкин Сергей Анатольевич** – кандидат технических наук, начальник отдела математического моделирования физических процессов АО «НПЦ “Полус”» (Томск, Россия).

E-mail: info@polus-tomsk.ru

**Полюшко Денис Александрович** – инженер-конструктор 2-й категории АО «НПЦ “Полус”» (Томск, Россия). E-mail: info@polus-tomsk.ru

***Information about the authors:***

**Akarachkin Sergey A.** (Candidate of Technical Sciences, JSC “NPC "Polus"”, Tomsk, Russian Federation). E-mail: info@polus-tomsk.ru

**Polyushko Denis A.** (Design Engineer, JSC “NPC "Polus"”, Tomsk, Russian Federation). E-mail: info@polus-tomsk.ru

*Статья поступила в редакцию 27.01.2025; принята к публикации 05.02.2026*

*The article was submitted 27.01.2025; accepted for publication 05.02.2026*