

КОНТИНУАЛЬНОСТЬ ТИПОВ НАУЧЕНИЯ: ДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ КАТАСТРОФ

Статья посвящена формулировке теоретических подходов для моделирования и сравнительного изучения феноменов научения у человека и животных. С математической точки зрения моделирование основывается на концепциях теории катастроф и динамического моделирования. Описываемый подход к моделированию позволяет получить все известные формы кривых научения с помощью вариации единственного параметра λ , определяющего тип научения.

Ключевые слова: научение; динамическое моделирование; теория катастроф.

Целью настоящей работы является разработка формального, основанного на математических описаниях инструментария для сравнительного анализа закономерностей научения у человека и животных. В настоящее время в понятие «научение» может вкладываться двоякий смысл. Так, одно из определений его подчеркивает, что научение – это «феномен приобретения нового опыта или его конечный результат» [1. С. 32]. С другой стороны, научение (обучение) может быть интерпретировано как «показатели темпа и качества усвоения знаний, умений и навыков» [2. С. 246]. Энциклопедия Britannica [3] определяет «научение» (learning) как «изменение поведения в результате опыта», в то время как онлайн-словарь Merriam-Webster [4] дает более развернутое определение, согласно которому этот термин обозначает: 1) поступки или опыт того, кто учится; 2) знание или умение, приобретенное через преподавание или изучение; 3) изменение посредством опыта склонности к тому или иному поведению (в результате обусловливания).

Таким образом, можно видеть, что научение имеет два хорошо различимых смысла. Первый – это научение-*результат* (конечный результат, изменение как факт, приобретенное знание), тот смысл, что исторически соответствовал эпохе наиболее важных открытий в психологии, рождению основных ее парадигм. Второй – это научение-*процесс*, представленный такими элементами определений, как феноменом приобретения опыта, происходящее во времени изменение поведения.

Научение-*результат* связан в науке с установлением (открытием), а также подтверждением/опровержением главных фактов и длительное время может успешно «обслуживаться» средствами вербального описания с участием статистических средств проверки гипотез. В то же время исследование научения-*процесса* достаточно скоро приводит к необходимости использовать аппарат математического описания механизмов, лежащих в основе процесса. Разрешающая способность средств обычного языка управляться с многочисленными деталями не может здесь конкурировать с инструментами формального математического описания и исследования.

Применение методов математического моделирования в психологии вообще и теории научения в частности имеет длительную историю. Однако наиболее интенсивно исследования с применением математического аппарата развивались начиная с 50-х гг. XX в. Р. Буш и У. Естес определили математическую теорию научения как «растущую сферу методов и результатов исследования, занимающуюся концептуальным оформлением феномена научения, математическим

формулированием предположений и гипотез о научении и выведением теорем, которые могут быть проверены» [5. С. 5]. Согласно этим авторам, методы исследования в то время развивались в основном в двух направлениях: статистическая теория научения и стохастическая теория научения.

В конце XX – начале XXI в. обзоры исследований в области психологии и этологии [6, 7] обнаруживают существенно большее разнообразие математических методов и концепций. Например, J. Townsend [7] перечисляет следующие области исследований: теория распознавания сигналов, теория принятия решений, психофизика, нейромоделирование, подход на основе обработки информации, математическая теория научения и др.

Имея в виду, что именно научение как процесс находится в фокусе настоящей работы, особое значение имеет область математических методов, развиваемая в рамках качественной теории динамических систем. В течение десятилетий этот подход был эффективно применен в различных сферах естественных наук вообще [8, 9], а также в узких направлениях экологических исследований [10, 11]. Концепции теории динамических систем стали важным инструментом исследований во многих областях науки о поведении, к которым относятся: модели решения проблем [12–14], исследования двигательного контроля и развития [15–20], исследования поведенческого контроля [21], модели динамики результатов тестирования в учебном процессе [22], модели общего интеллекта [23] и др. На основе концепции динамических систем П. Ван Герт [24] разработал вычислительно-теоретическую основу для интеграции принципов, положенных в основу теорий Ж. Пиаже и Л. Выготского. Метод фазовых портретов был использован нами при разработке системы типов научения, а также при анализе экспериментальных данных Торндайка по исследованию процессов научения у кошек [25, 26].

Одной из характерных черт интеллектуальных процессов, связанных с научением, является, на первый взгляд, противоречивость наблюдаемых фактов. Эмпирические наблюдения содержат свидетельства того, что научение может относительно важных описательных черт протекать как непрерывно, так и демонстрировать явные разрывы, иначе говоря, резкие изменения параметров. Исторически это приводило к острым дискуссиям по поводу «истинной» природы научения и поведения вообще. Широко известен исторический диспут бихевиоризма и гештальт-психологии, зародившихся примерно в одно и то же время и в течение длительного периода развивавшихся параллельно. Многие современные авторы указывают, что в действительности

применение эффективных теоретических приемов математического моделирования, нацеленного на понимание внутренних механизмов поведения, способно показать не антагонистичность, а взаимодополняемость многих выдающихся теорий (см., например, [24]). Необходимо только принять, что в основе многих поведенческих процессов лежат существенно нелинейные механизмы и взаимоотношения. Как справедливо замечают Дж. Спенсер и Г. Шёнер [19. С. 406], «нелинейные системы предоставляют фундаментальную возможность понять, как развитие может быть постепенным и внезапным в одно и то же время».

Большой вклад в понимание нелинейности самых разнообразных природных и социальных явлений внесла теория катастроф [27–30]. С математической точки зрения теория катастроф основана на теории особенностей гладких отображений Х. Уитни [27], а также на выделении так называемых элементарных катастроф. Относительно количества этих элементарных катастроф нет единой точки зрения. В то время как Х. Уитни [27] доказал существование только двух элементарных катастроф – складки и сборки, Р. Том [28] обосновывал наличие семи элементарных катастроф. Суть, однако, заключается в том, что наиболее популярной моделью катастрофы во всех системах является модель сборки.

Теория катастроф получила применение в различных областях естествознания, в том числе и в психологии, например при моделировании стадий когнитивного развития [31–33], в частности возникновения у детей понимания явления сохранения вещества [34].

Концептуальные основы теории катастроф используются здесь нами для разработки теоретической основы, позволяющей объединить различные по характеру (постепенные и прерывистые) динамики научения в общую картину.

В качестве эмпирической базы в настоящей работе использовались данные, опубликованные в конце XIX – начале XX в. исследователями, изучавшими процессы научения у различных видов животных и у человека [35, 36].

Как известно, в конце XIX в. Эдвардом Торндайком производились эксперименты, в которых изучались способности животных к научению с помощью экспериментальной установки, получившей название «проблемный ящик» (puzzle box). В серии опытов с кошками замерялось время, в течение которого кошка может освободиться из «проблемного ящика», при этом кошке давалось много последовательных попыток освободиться из ящика. На рис. 1 представлена динамика времени, затраченного одним из животных Торндайка на освобождение из проблемного ящика в серии попыток.

Роберт Йеркс [36] изучал способности обезьян (двух макак-резусов и орангутана) решать определенные задачи в специально сконструированной им экспериментальной установке. Установка представляла собой помещение с 9 дверями, из которых только некоторое количество смежных дверей было открыто, причем только одна из открытых дверей была «правильной». Если животное выбирало правильную дверь, оно получало вознаграждение в виде лакомства, если выбранная дверь была неправильной, за ней животное подвергалось кратковременному заточению. Наборы дверей

объединялись в последовательность из десяти наборов. Каждая последовательность предлагалась животным помногу раз, до тех пор пока они не решали задачу экспериментаторов. Р. Йеркса интересовало, могут ли обезьяны решить поставленную задачу и причем интеллектуальным образом, т.е. сформировать абстрактную идею (например, «крайний левый»), которая позволяла бы им успешно получать вознаграждение в изменяющихся условиях.

Как правило, обучение обезьян решать задачи требовало много попыток (каждая попытка – одна последовательность наборов дверей). Если животное не выбирало правильную дверь с первой попытки, это фиксировалось как ошибка и тот же набор предлагался ему еще раз. Максимальное количество ошибок, таким образом, могло быть не более десяти (по числу наборов дверей в одной попытке). Отложив количество ошибок в одной попытке против номера попытки, можно получить кривые обучения. На рис. 2 показаны финальные фрагменты кривых обучения, построенные нами по таблицам Р. Йеркса [36. Табл. 1, 4 и 8], в его экспериментах, где правильным выбором была крайняя левая дверь.

Необходимо отметить, что после того как обезьяна (по мнению экспериментатора) решала задачу, ей предлагалась контрольная последовательность наборов дверей, которая не содержала старые варианты наборов. Контрольной последовательности соответствуют последние 1–2 точки кривой обучения.

В качестве основного показателя, характеризующего процесс научения, мы рассматриваем динамику количества ошибок, которые делает тот, кто учится, при решении какой-либо задачи. Постоянное отсутствие ошибок при решении однотипных задач, с нашей точки зрения, свидетельствует о том, что обучающийся понимает (осознает) смысл задачи и алгоритм ее решения.

Этот подход не является бесспорным. Например, Н. Шуйкин и И. Левшина [37] приводят следующий аргумент. Если компьютерная программа безошибочно решает некоторый класс математических задач, то, согласно сформулированному критерию, получается, что она «понимает» математику, что неверно. Следовательно, согласно авторам, снижение или отсутствие ошибок не может быть показателем понимания задачи.

С нашей точки зрения, этот аргумент не вполне состоятелен, т.к. в данном случае отсутствие ошибок при работе компьютерной программы свидетельствует о том, что данный класс задач понимают авторы программы, составившие алгоритм. Компьютерная программа типа МатЛаб не является самостоятельным живым существом, способным к обучению. Но таковыми, безусловно, являются авторы-разработчики.

Считается, что способностями к обучению обладают компьютерные программы типа нейронных сетей. Однако здесь они не рассматриваются. Можно лишь заметить, что и в случае обучения нейронных сетей, по-видимому, не наблюдается «понимание» ими сути решаемой задачи.

Как нам представляется, в строго ограниченном здесь случае, временная динамика ошибок при решении определенного класса задач вплоть до исчезновения ошибок вполне может быть признана показателем научения живого биологического существа, не обла-

дающего изначально сведениями о смысле задачи и ее решении. Высшей ступенью научения является пони-

мание задачи, дающее возможность не совершать ошибок при ее решении.

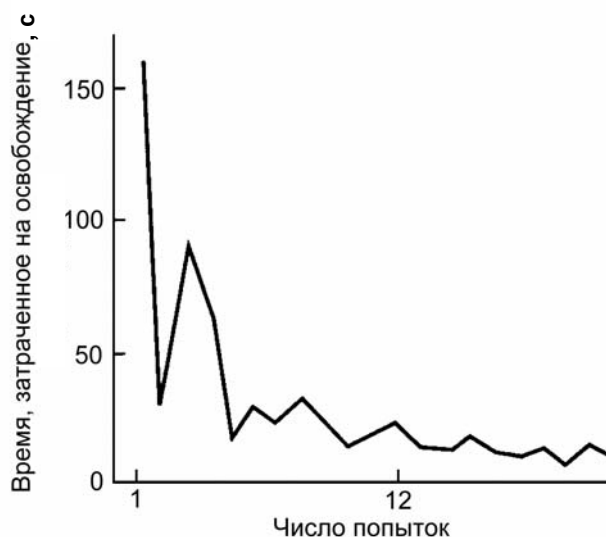


Рис. 1. Динамика способности кошки выбираться из проблемного ящика Торндайка

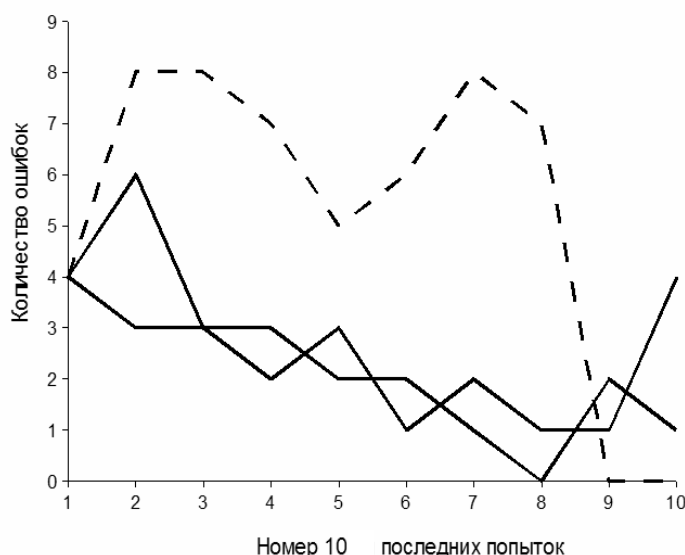


Рис. 2. Финальные фрагменты кривых обучения в экспериментах Р. Йеркса на выбор обезьянами крайней левой двери:
1) макака-резус (последняя попытка — контрольная); 2) макака-резус (последние две попытки — контрольные);
3) орангутан (последняя попытка — контрольная)

В предыдущей работе [25] нами были показаны применимость и эмпирическая полезность использования простых динамических моделей при анализе классических данных Э. Торндайка [35], полученных в экспериментах по научению у кошек. Используемые нами динамические модели удовлетворительно описывают постепенный процесс научения у кошек Торндайка и при этом содержат параметры, имеющие ясный когнитивный смысл — оценку предельного уровня обучаемости для какого-либо индивида.

Сравнение двух моделей (линейной и нелинейной) показало, что нелинейная модель (уравнение Ферхюльста) несколько лучше описывает данные Торндайка (см. рис. 1). Временная динамика научения кошки может быть описана уравнением логистической кривой

$$T = \frac{bT_0}{aT_0 + (-aT_0 + b)e^{-bt}}, \quad (1)$$

где T — время освобождения кошки из проблемного ящика (время решения задачи, мера количества ошибок); t — номер попытки; T_0 — начальное значение времени освобождения при первой попытке; a и b — параметры. При этом a/b — предел, к которому стремится динамика научения (предельный теоретический уровень научения).

Соотношения типа (1) могут успешно описывать процесс научения, подобный тому, который демонстрировали кошки в экспериментах Торндайка (см. рис. 1). При этом формула ухватывает основной тренд, оставляя «случайные» колебания вокруг тренда на счет необъясненной дисперсии.

Вместе с тем даже если бы в рамках приведенной формулы удалось учесть колебания, остается некоторое фундаментальное свойство процесса научения, которое в данном типе научения и описывающей его модели не содержится. С начала XX в. гештальт-психология справедливо указывала на наличие не только постепенных форм, но и резких, мгновенных изменений в динамике научения. Как известно, эти изменения связаны с представлением об инсайте – центральном понятии гештальт-психологии. Инсайт, согласно концепциям гештальт-психологии, состоит в мгновенном понимании структуры проблемной ситуации, что не полностью вписывается в сценарий постепенного научения. Примеры различия между динамикой постепенного и прерывистого научения впервые даны в экспериментах Р. Йеркса (см. рис. 2).

Наличие двух явно отличающихся типов научения вызывает закономерный вопрос о их взаимоотношении и происхождении. С нашей точки зрения, на этот вопрос возможны два ответа:

1) плавный и скачкообразный типы научения являются принципиально различными явлениями, которые, по-видимому, отделяет друг от друга скачкообразный эволюционный процесс;

2) оба эти типа являются частными случаями одного и того же базового принципа, плавные изменения параметров его механизма порождают непрерывный ряд переходных форм, а иногда приводят к возникновению скачкообразных типов научения.

В рамках данной работы нами не ставится задачи дать полный ответ на поставленный вопрос, однако мы предлагаем некоторый теоретический подход, демонстрирующий возможность второго варианта ответа. Другими словами, инструментарий теории катастроф позволяет объединить указанные качественно разные типы научения в одну схему.

Такая схема, объединяющая тип «кошка Торндайка», с одной стороны, и тип обучения через инсайт, с другой, изображена на рис. 3. На этом рисунке изображена функциональная плоскость, представляющая собой катастрофу-сборку в пространстве трех координат: времени (t), количества ошибок, совершаемых в процессе обучения (E) и параметра типа научения (λ).

Крайний левый край этой плоскости соответствует случаю постепенного научения методом проб и ошибок, который демонстрируют существа, подобные кошке. Процесс научения описывается с этом случае траекторией (кривой научения) c на рис. 3. Характерной чертой этого типа является наличие асимптотического предела научения (a), который означает, что количество ошибок в общем случае не опускается до нуля, научение не идет «до конца». Предположительно в основе такого научения лежат мнемонические механизмы – отбор и запоминание совокупности наиболее эффективных алгоритмов деятельности, при этом «истинного» понимания задачи не происходит. С точки зрения математической формы такой тип научения может быть описан логистической функцией (1) или подобной ей, которая в рамках данной концепции представляет собой предельный случай общего закона при $\lambda = 0$.

Крайний правый край функциональной плоскости на рис. 3. соответствует типу скачкообразного научения через инсайт. Кривая научения h имеет разрыв, который обусловлен наличием перегиба функциональной плоскости. В точке перегиба изменение параметра E совершает резкий скачок, и дальнейшая его динамика происходит на гораздо более низком уровне. Важно подчеркнуть, что если динамика в этом случае и имеет асимптотический предел, то он очень близок к нулю. Это означает, что обучающийся индивид после того, как пережил процесс понимания сути задачи (в момент, предшествующий скачку), практически не совершает ошибок при решении какого-то класса задач.

Данная модель научения отличается от подхода, который развивался исследователями стадийного когнитивного развития у детей. Рассматриваемая нами модель включает время как явную переменную. В то же время, в психологии развития был принят тезис о том, что время не является истинным причинным фактором развития, а сама плоскость трактовалась как множество точек локального равновесия [31]. В нашем подходе плоскость сборки является функцией времени и управляющего параметра типа научения λ .

Как правило, математическая форма катастрофы-сборки описывалась исследователями с помощью полиномиальных функций. Так, Арнольд [27] дает формулу сборки в пространстве абстрактных координат y_1, x_1, x_2 в виде $y_1 = x_1^3 + x_1 \cdot x_2$. Ван дер Маас и Моленар [31] приводят аналогичное соотношение $Z^3 + Y \cdot Z - X = 0$, где Z – переменная, описывающая поведение; Y и X – управляющие переменные, бифуркационная и нормальная соответственно.

Использование полиномиальной формы для описания катастрофы-сборки в рассматриваемом случае не представляется конструктивным. Основная причина этого состоит в том, что один предельный случай (край сборки при $\lambda = 0$) уже определен и имеет экспоненциальный характер (подобный логистической функции (1)). Таким образом, этот предельный случай, по-видимому, должен быть частью общей формулы сборки. Ниже приводится рассуждение, позволяющее включить логистическую функцию в состав общего математического описания катастрофы-сборки.

На рис. 4 показаны «вертикальный разрез» сборки и ее фазовый портрет. Точки E_1 и E_2 (рис. 4, слева) являются точками перегиба функциональной плоскости, в которых производная $\dot{E}$ обращается в бесконечность, эти точки обозначены вертикальными пунктирными линиями на фазовом портрете (рис. 4, справа).

Наличие двух точек, в которых производная обращается в бесконечность, является характерной чертой правого края сборки (рис. 3), и именно это необходимо учитывать при создании математической формы для описания фазового портрета сборки. С нашей точки зрения, эту форму можно задать в виде следующей функции:

$$\dot{E} = \frac{F(E, \lambda)}{M(E, \lambda)}. \quad (2)$$

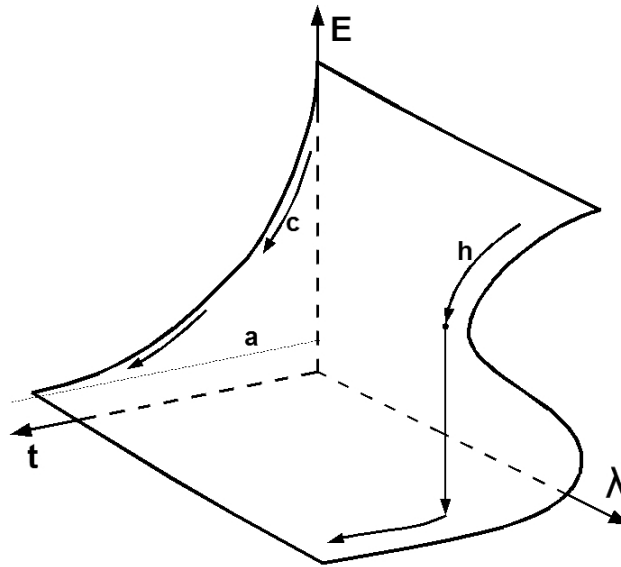


Рис. 3. Функциональная плоскость катастрофы-сборки, объединяющая кривые обучения полярных типов: постепенное обучение с асимптотическим пределом a – кривая обучения c ; скачкообразное обучение посредством инсайта с мгновенным падением количества ошибок до нуля – кривая обучения h . Пространство задано осями времени (t), количества ошибок (E) и параметром типа обучения (λ)

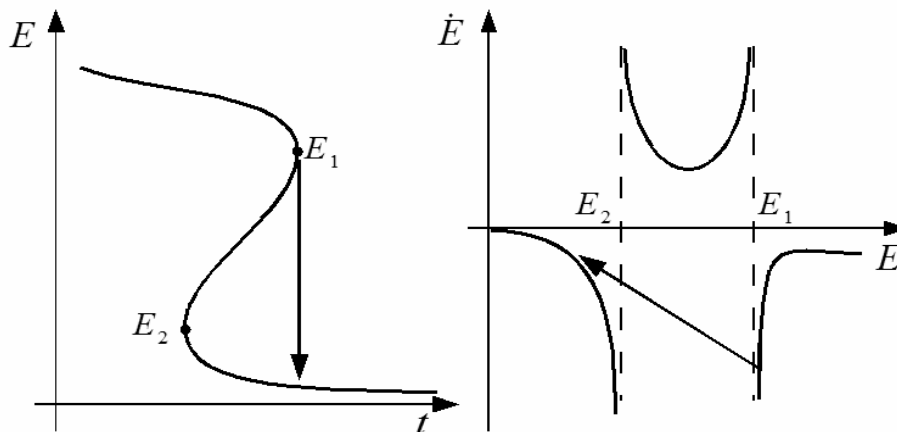


Рис. 4. «Вертикальный разрез» сборки (слева) и ее фазовый портрет (справа). В точках перегиба E_1 и E_2 производная обращается в бесконечность. На фазовом портрете она обозначена вертикальными пунктирными линиями, к которым асимптотически приближаются линии фазового портрета. Сплошной стрелкой показано скачкообразное изменение динамики при достижении точки E_1

Как видно из рис. 1 и 2, в динамике обучения наблюдаются следующие качественные случаи: экспоненциальное падение количества ошибок (кошка), линейное падение количества ошибок (макак-резус) и медленное падение количества ошибок с последующим резким его уменьшением (орангутан). Для того чтобы учесть все это многообразие форм динамики, необходимо расширить классический вид уравнения Ферхюльста, составляющего основу функции $F(E, \lambda)$, до полного квадратного многочлена и придать ему большую гибкость в отношении знаков при членах уравнения.

Предполагается, что при $\lambda \rightarrow 0$ функция $F(E, \lambda) \rightarrow -aE^2 + bE - c$, а функция $M(E, \lambda) \rightarrow 1$. В то же время при увеличении λ $F(E, \lambda)$ стремится к виду $aE^2 - bE + c$, а $M(E, \lambda)$ при достижении параметром λ некоторого критического значения образует локальный отрицательный минимум с координатой абсциссы E_k , причем $E_k > 0$. Таким образом, формула (2) как предельные

случаи должна содержать квадратный многочлен $aE^2 + bE - c$ и формулу сборки.

Графически функции $F(E, \lambda)$ и $M(E, \lambda)$ при переходе параметра λ через критическое значение λ_{cr} можно представить, как на рис. 5. Отношение функций $F(E, \lambda)/M(E, \lambda)$, очевидно, приводит к фазовому портрету как на рис. 4, справа, при этом функция $M(E, \lambda)$ играет роль модифицирующего множителя квадратного многочлена.

Один из вариантов представления модифицирующей функции $M(E, \lambda)$ выглядит как

$$M(E, \lambda) = \frac{1}{(1-\lambda) + \exp(-(E-E_k))} + \frac{1}{(1-\lambda) + \exp(E-E_k)} - \frac{\lambda}{1-\lambda}. \quad (3)$$

Свойства соотношения (3) таковы, что:
– при $\lambda = 0$ $M(E, \lambda) = 1$;

- при $E \rightarrow \pm\infty$ $M(E, \lambda) \rightarrow 1$;
- при $\lambda > 0$ $M(E, \lambda)$ имеет минимум в точке $E = E_k$.

При некотором значении λ_{cr} функция $M(E, \lambda)$ в точке минимума равна нулю, т.е. $M(E_k, \lambda_{cr}) = 0$. Для формулы (3) такое критическое значение $\lambda = 2 - \sqrt{2}$. При $\lambda > 2 - \sqrt{2}$ функция $M(E, \lambda)$ в виде (3) имеет два корня, как на рис. 5.

Функция $F(E, \lambda)$, согласно сформулированным выше требованиям может быть представлена в следующем виде:

$$F(E, \lambda) = -a(\lambda_{cr} - \lambda)E^2 + b(\lambda_{cr} - \lambda)E - (\lambda_p - \lambda)c, \quad (4)$$

где $\lambda_p > \lambda_{cr}$, а ввиду (3) $\lambda < 1$.

Выражение вида

$$M(E, \lambda) = \frac{-a(\lambda_{cr} - \lambda)E^2 + (\lambda_{cr} - \lambda)bE - (\lambda_p - \lambda)c}{\frac{1}{(1 - \lambda) + \exp(-(E - E_k))} + \frac{1}{(1 - \lambda) + \exp(E - E_k)} - \frac{\lambda}{1 - \lambda}} \quad (5)$$

не представляется возможным проинтегрировать напрямую, однако можно посредством численного анализа качественно продемонстрировать некоторые его свойства.

На рис. 6 представлены результаты компьютерного просчета формулы (5) со следующими значениями па-

раметров: $a = 0,005$; $b = 0,35$; $c = 2$; $\lambda_p = 1$; $E_k = 50$; начальное значение $E(t = 0) = 71$.

Как видно из рис. 6, при различных значениях λ траектория $E(t)$ может иметь различную форму. Когда параметр $\lambda = 0$ траектория соответствует решению (интегрированию) квадратного многочлена в виде $\dot{E} = -a\lambda_{cr}E^2 + \lambda_{cr}bE - \lambda_p c$, а при пересечении критического значения $\lambda_{cr} = 2 - \sqrt{2}$ она качественно меняет свой характер – в области, близкой к $E = 50$, появляется характерная форма катастрофы-сборки.

Как видно непосредственно из рис. 6, фазовый портрет в виде (5) содержит все необходимые качественные элементы предполагаемой модели научения в виде катастрофы-сборки (рис. 3). А именно в диапазоне λ от 0 до $\sim 0,4$ наблюдается форма траектории, близкая к экспоненциальному решению квадратного многочлена $\dot{E} = -a\lambda_{cr}E^2 + \lambda_{cr}bE - \lambda_p c$. В диапазоне λ от 0,5 до λ_{cr} траектория более напоминает линейную динамику научения (параметр E со временем падает линейно). При значениях λ около 0,8–0,9 траектория приобретает двойной изгиб.

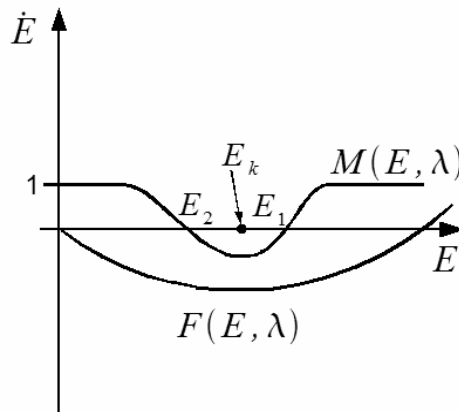


Рис. 5. Качественное представление функций $F(E, \lambda)$ и $M(E, \lambda)$ в случае, когда $\lambda > \lambda_{cr}$.
Корни функции $M(E, \lambda)$ E_1 и E_2 соответствуют точкам перегиба функциональной плоскости катастрофы-сборки (рис. 4)

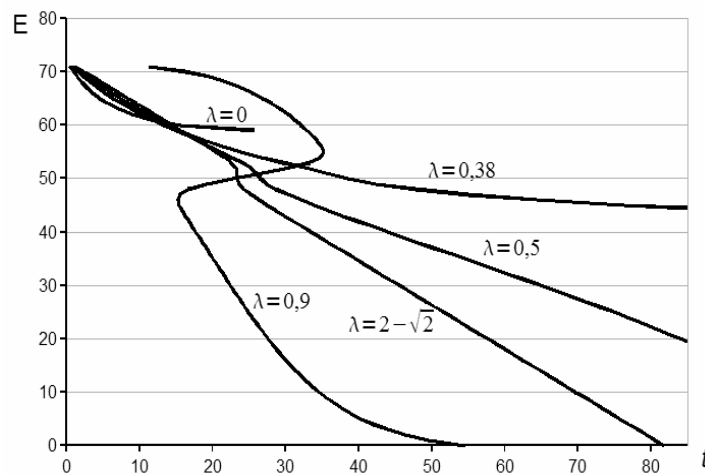


Рис. 6. Результаты компьютерного просчета формулы (5) при значениях параметров $a = 0,005$; $b = 0,35$; $c = 2$; $\lambda_p = 1$; $E_k = 50$ и начальном значении $E(t = 0) = 71$ для различных значений λ . Форма траектории $E(t)$ при $\lambda > 2 - \sqrt{2}$ вблизи E_k имеет характерные для катастрофы-сборки точки изгиба

Кроме того, видно также, что данная модель воспроизводит эмпирически известное наблюдение, сопровождающее тип научения посредством инсайта. Оно состоит в том, что индивиды, впоследствии достигающие высших уровней понимания, в начале обучения могут демонстрировать медленный прогресс, если исходить из чисто формальных показателей научения. Насколько нам известно, первым этот эффект продемонстрировал Роберт Йеркс [36], показав различие между линейной траекторией наиболее умелой особи из макак-резусов (см. рис. 2, кривая 2) и траекторией-сборкой орангутана (см. рис. 2, кривая 3). Йеркс привел также личные впечатления людей-экспериментаторов от характера поведения животных при решении предложенных задач, которые практически невозможно выразить с помощью простых формальных показателей. С точки зрения человека-наблюдателя, «кривая научения, отражающая днями напролет неверные решения... будь она получена в эксперименте на человеке, была бы несомненно описана как следствие интеллектуальной работы и, возможно даже, как рациональная траектория, так как ее резкое падение с почти максимума до нулевой отметки является решительным свидетельством инсайта, если не действительным его доказательством» [36. С. 106–107].

Представленную здесь концепцию континуальности типов научения возможно рассматривать как гипотезу, которая имеет эволюционный смысл. Как следует из по меньшей мере материалов исследований Торндайка и Йеркса, можно выстроить последовательность «кошка – макак-резус – орангутан», при этом каждый из членов последовательности находит свое место (траекторию) на функциональной плоскости (см. рис. 3). Вместе с тем следует ожидать, что в пределах крупного систематического таксона может также наблюдаться некоторый континуум траекторий. Как известно, среди видов одного класса встречаются менее и более «интеллектуальные». Очевидная трудность межклассовых и межвидовых (в пределах класса) сравнений будет порождаться необходимостью использовать сопоставимые методики – задачи, предлагаемые для решения.

Более методически обеспеченное, хотя и менее эволюционно интерпретируемое, направление состоит в межиндивидуальных сравнительных исследованиях типов научения, в результате которых может быть выяснено видовое и возрастное разнообразие в данном отношении. В приложении к человеку индивидуальные вариации типов научения имеют большое значение в смысле индивидуальной оптимизации учебного процесса, а также для развития подходов к более рациональному использованию человеческих ресурсов в обществе и экономике [26].

Привлекательной стороной теории катастроф является ее эвристическая, если можно так сказать, щедрость. Применение технологии анализа многомерных плоскостей, содержащих особенности (в смысле Уитни), позволяет довольно быстро формулировать разнообразные гипотезы, объясняющие сложные и интересные процессы в самых различных областях науки. Обратной стороной легкости в формулировке гипотез является возможная потеря строгости и использование слишком абстрактных понятий в качестве ключевых переменных модели. Это приводит к тому, что эмпирическая проверка моделей становится очень затруднительной.

Предлагаемая здесь схема моделирования процессов научения использует эвристическую силу теории катастроф, а основные ее параметры вполне ясны и измеримы – это количество ошибок при обучении какой-то ограниченной области знаний и умений (E), а также время (t) или его аналог, например номер испытания. Параметр типа научения λ относится к разряду гипотетических, однако разработка статистической процедуры его оценки из имеющихся и будущих эмпирических данных позволит превратить его в инструмент сравнения как различных биологических видов, так и индивидуумов-конспецификов. Гипотетичность параметра λ состоит еще и том, что его введение связано с предположением о континуальности типов научения. Представленная схема моделирования показывает, каким образом и с помощью каких математических инструментов этот непрерывный ряд типов можно было бы описывать и исследовать. Вместе с тем сама гипотеза континуальности должна стать предметом специальных исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Резникова Ж.И. Интеллект и язык животных и человека. Основы когнитивной этологии: Учеб. пособие. М.: Академкнига, 2005. 518 с.
2. Холодная М.А. Психология интеллекта. Парадоксы исследования. 2-е изд., перераб. и доп. СПб.: Питер, 2002. 272 с.
3. *Encyclopedia Britannica* Online. 2009. Режим доступа: <http://www.britannica.com/EBchecked/topic/333978/learning>
4. *Merriam-Webster Online Dictionary*. 2009. Режим доступа: <http://www.merriam-webster.com/dictionary/learning>
5. Bush R.R., Estes W.K. Studies in mathematical learning theory. Stanford: Stanford University Press, 1959. 438 p.
6. Falmagne J.-C. Mathematical psychology – A perspective // *Journal of Mathematical Psychology*. 2005. № 49 (6). P. 436–439.
7. Townsend J.T. Mathematical psychology: Prospects for the 21st century: A guest editorial // *Journal of Mathematical Psychology*. 2008. Vol. 52, is. 5. P. 269–280.
8. Strogatz S. Nonlinear Dynamics and Chaos: With applications to Physics, Biology, Chemistry and Engineering. N.Y.: Perseus Books, 1994. 498 p.
9. Ризниченко Г.Ю., Рубин А.Б. Математические модели биологических продукционных процессов. М., 1993. 301 с.
10. Исаев А.С., Хлебопрос Р.Г. Принцип стабильности в динамике численности лесных насекомых // Докл. АН СССР. 1973. Т. 208, № 1. С. 225–228.
11. Исаев А.С., Хлебопрос Р.Г., Недорезов Л.В., Кондаков Ю.П., Киселев В.В. Динамика численности лесных насекомых. Новосибирск: Наука, 1984. 223 с.
12. Smith L.B., Thelen E., Titzer R., McLin D. Knowing in the context of acting: the task dynamics of the A-not-B error // *Psychological Review*. 1999. № 106. P. 235–260.
13. Thelen E., Shoener G., Scheiner C., Smith L.B. The dynamics embodiment: A dynamic field theory of infant perseverative reaching errors. *Behavioral and Brain Sciences*. 2001. № 24. P. 1–86.
14. Warren W.H. The dynamics of perception and action // *Psychological Review*. 2006. № 113(2). P. 358–389.
15. Thelen E., Smith L.B. A Dynamic Systems Approach to the Development of Cognition and Action. Cambridge: MIT Press, 1994. 376 p.
16. Thelen E. Motor development as foundations and future of developmental psychology // *International Journal of Behavioral Development*. 2000. № 24. P. 385–397.

17. *Thelen E., Ulrich B.D.* Hidden skills: A dynamic systems analysis of treadmill stepping during the first year // *Monographs of the Society for Research in Child Development*. 1991. № 56. P. 1–104.
18. *Newell K.M., Molenaar P.C.M.* Application of nonlinear dynamics to developmental process modeling. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc., 1998. 321 p.
19. *Spencer J.P., Schoener G.* Bridging the representational gap in the dynamic system approach to development // *Developmental Science*. 2003. № 6. P. 392–412.
20. *Shoener G., Thelen E.* Using dynamic field theory to rethink infant habituation // *Psychological Review*. 2006. № 113 (2). P. 273–299.
21. *Bidell T.R., Fischer K.W.* The role of cognitive structure in the development of behavioral control: a dynamic skills approach // *Control of human behavior, mental processes, and consciousness: Essays in honor of the 60th birthday of August Flammer*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc., 2000. P. 183–201.
22. *Pritchard D.E., Lee Y.-J., Bao L.* Mathematical learning models that depend on prior knowledge and instructional strategies // *Physical review special topics – physics education research* 4, 010109, 2008. Режим доступа: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevSTPER.4.010109>
23. *Van der Maas H.L.J., Dolan C.V., Grasman R.P.P.P., Wicherts J.M., Huizenga H.M., Raijmakers M.E.J.* A Dynamical Model of General Intelligence: The Positive Manifold of Intelligence by Mutualism // *Psychological Review*. 2006. Vol. 113, № 4. P. 842–861.
24. *Van Geert P.* A dynamic systems model of basic developmental mechanisms: Piaget, Vygotsky, and beyond // *Psychological Review*. Oct. 1998. Vol. 105(4). P. 634–677.
25. *Гавриков В.Л., Хлебопрос Р.Г.* Две динамические модели научения типа «кошка Торндайка» // *Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева*. 2009. № 2 (в печати).
26. *Gavrikov V.L., Khlebopros R.G.* Defining types of learning individuals: a phase portrait approach. *Journal of Siberian Federal University // Humanities & Social Sciences*. 2009. № 2. P. 216–222.
27. *Арнольд В.И.* Теория катастроф. М.: Наука, 1990. 128 с.
28. *Thom R.* Catastrophe theory: its present state and future perspectives // *Dynamical Systems-Warwick 1974. Lecture Notes in Mathematics* № 468. Berlin; New York: Springer-Verlag, 1975. P. 366–372.
29. *Zeeman E.C.* Catastrophe Theory: A reply to Thom. *Lecture Notes in Mathematics* 468. Berlin; New York: Springer-Verlag, 1975. P. 373–383.
30. *Zeeman E.C.* Catastrophe theory: selected papers. 1972–1977. Addison-Wesley: Reading Mass, 1977. 675 p.
31. *Van der Maas H.L.; Molenaar P.C.* Stages of cognitive development: An application of catastrophe theory // *Psychological Review*. 1992. Vol 99(3). P. 395–417.
32. *Van der Maas H.L.J., Hopkins B.* Developmental transitions: So what's new? // *British Journal of Developmental Psychology*. 1998. № 16. P. 1–13.
33. *Hartelman P.A.I., Van der Maas H.L.J., Molenaar P.C.M.* Detecting and modelling of developmental transitions // *British Journal of Developmental Psychology*. 1998. № 16. P. 97–122.
34. *Van der Maas H.L.J., Molenaar P.C.M.* Catastrophe analysis of discontinuous development Categorical Variables in Developmental Research // *Methods of Analysis*. San Diego: Academic Press, 1996. P. 77–105.
35. *Thorndike E.L.* Animal intelligence. N.Y.: Macmillan, 1911. 297 p.
36. *Yerkes R.M.* The Mental Life of Monkeys and Apes: A Study of Ideational Behavior // *Behavior Monographs*. 1916. № 3 (1). 145 p.
37. *Шуйкин Н.Н., Левшина И.П.* О возможности понимания за пределами воображения // *Журнал высшей нервной деятельности*. 2008. Т. 58, № 5. С. 628–635.

Статья представлена научной редакцией «Психология и педагогика» 8 сентября 2009 г.