

УДК 533.601.1:629.7

Ю.А. Мокин

АНАЛИЗ ОСОБЕННОСТЕЙ ПОВЕДЕНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО МОМЕНТА КРЕНА ПРИ ГИПЕРЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ С ЭЛЛИПТИЧЕСКИМ ПОПЕРЕЧНЫМ СЕЧЕНИЕМ

Представлены результаты расчетов коэффициента момента крена при сверхзвуковом и гиперзвуковом обтекании с малыми углами атаки затупленного 10° конуса с эллиптическим поперечным сечением кормовой части. Показано наличие смены направления момента крена кривой обдувки при переходе от сверхзвукового обтекания к гиперзвуковому. Проведены анализ механизма и оценка области существования указанного эффекта. Рассмотрены связанные с ним особенности поведения момента крена. Описан критерий, локально характеризующий направление момента крена.

Ключевые слова: гиперзвуковое обтекание, малые углы атаки, затупленный конус, эллиптическое сечение, момент крена.

Моделирование движения по крену неуправляемых летательных аппаратов (ЛА), близких по форме телам вращения, является одной из сложных задач аэродинамики и динамики [1]. При моделировании зависимости момента крена от углов атаки и скольжения для различных условий обтекания таких тел могут иметь место случаи нестандартного поведения момента крена. Анализу одного из таких случаев посвящена настоящая работа.

Рассмотрим сверхзвуковое обтекание затупленного по сфере конуса длиной $L = 50$, отнесенной к радиусу сферы $r_{сф}$, с углом полураствора $\theta_s = 10^\circ$ и малой эллиптичностью кормовой части при $x \geq 35$. Уравнение поверхности конуса в цилиндрической системе координат с продольной осью x , направленной от носка к корме, возьмем в виде

$$r(x, \varphi) = y(x) + \delta r(x, \varphi), \quad (0 \leq x \leq 50, 0 \leq \varphi \leq 2\pi), \quad (1)$$

где $y(x)$ – уравнение образующей кругового конуса

$$y(x) = \begin{cases} \sqrt{2x - x^2}, & \text{при } 0 \leq x \leq x_c, \quad x_c = 1 - \sin \theta_s \approx 0,8263; \\ y_c + (x - x_c) \cdot \operatorname{tg} \theta_s, & \text{при } x_c \leq x \leq 50, \quad y_c = \cos \theta_s \approx 0,9848; \end{cases} \quad (2)$$

$\delta r(x, \varphi)$ – малая вариация поверхности эллиптического типа

$$\delta r(x, \varphi) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 35; \\ 0.2 \cdot [(x - 35)/15] \cdot \sin 2\varphi, & \text{при } 35 \leq x \leq 50. \end{cases} \quad (3)$$

Предметом анализа является коэффициент аэродинамического момента крена $m_x = M_x / (S_m L \cdot \rho_\infty V_\infty^2 / 2)$, равный отношению размерного момента крена к характерной длине, площади и скоростному напору. В качестве характерной площади используем площадь миделевого сечения конуса (2) $S_m = \pi R_m^2 \approx 292,8$, где $R_m \approx 9,655$ – радиус миделевого сечения конуса (2). Максимальное значение ам-

плитуды вариации (3), равное $0,2 \cdot r_{\text{сф}}$, реализуется в миделевом сечении и составляет $\approx 2\% R_M$.

Совместно с цилиндрической используем декартову систему координат $x = x$, $y = r \cos \varphi$, $z = r \sin \varphi$. Вектор скорости набегающего потока $\vec{V}_\infty = (V_x, V_y, V_z)$ определяет пространственный угол атаки α_n и угол крена ϕ :

$$\alpha_n = \arcsin(\sqrt{V_y^2 + V_z^2} / |\vec{V}|), \quad \phi = \arctg(V_z / V_y),$$

при малых величинах α_n углы атаки α и скольжения β определяются соотношениями $\alpha \approx \alpha_n \cdot \cos \phi$, $\beta \approx \alpha_n \cdot \sin \phi$ [1].

Ожидаемая из теоретических предпосылок зависимость коэффициента $m_x(\alpha_n, \phi)$ при заданных условиях обтекания определяется одним параметром, производной $m_x^{\alpha\alpha}$, и имеет вид

$$m_x(\alpha_n, \phi) \approx (m_x^{\alpha\alpha} / 2) \cdot \alpha_n^2 \cdot \cos 2\phi. \quad (4)$$

Для вычисления производной $m_x^{\alpha\alpha}$ в предположении справедливости зависимости (4) достаточно проведения одного численного расчета или эксперимента обтекания тела с углом крена $\phi = 0$ и малым углом атаки, например $\alpha_n = 1^\circ$. Для иллюстрации вкладов в момент крена различных участков поверхности тела на рис. 1 приведена схема его эллиптического сечения.

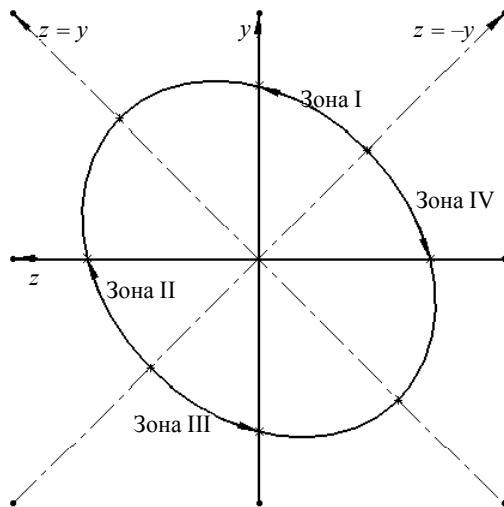


Рис. 1. Схема формирования момента крена различными участками поверхности тела (вид сзади)

Плоскости $z = y$, $z = -y$ и эти же прямые в сечении, содержащие малую и большую оси эллипса, делят поверхность тела на четыре зоны. В первой (верхней) и третьей (нижней) зонах производная $q = \partial r(x, \varphi) / \partial \varphi \geq 0$ и давление на соответствующих участках поверхности создает момент крена, направленный против ча-

совой стрелки, положительный. В боковых зонах II и IV, где $q \leq 0$, формируется момент крена противоположного направления, отрицательный. При угле атаки $\alpha_n = 0$ имеет место «равновесие» указанных факторов и интегральный момент крена равен нулю. При $\alpha_n > 0$ и $\phi \neq \pm\pi/4 + k\pi$ ($k = 0 \vee 1$) баланс вкладов указанных пар зон нарушается и реализуется момент крена, приближенно описываемый зависимостью (4).

По аналогии с обтеканием при углах атаки и крена пары диаметрально расположенных консолей на телах вращения, в некоторых работах и момент крена (4) при обтекании тел с эллиптическим поперечным сечением называют *моментом крена косой обдувки*. Тем самым подчеркивается, что при «прямой обдувке», когда плоскость угла атаки перпендикулярна одной из осей эллипса, с учетом симметрии обтекания, момент крена равен нулю.

Знак производной $m_x^{\alpha\alpha}$ в (4) определяет устойчивое положение тела по углу крена при угле атаки. При $m_x^{\alpha\alpha} > 0$ устойчивым является угол крена $\phi = -\pi/4 + k\pi$, когда плоскость угла атаки ортогональна большой оси эллипса, угол крена $\phi = \pi/4 + k\pi$ является при этом углом неустойчивого равновесия. При $m_x^{\alpha\alpha} < 0$, наоборот, устойчивым является угол крена $\phi = \pi/4 + k\pi$, когда плоскость угла атаки перпендикулярна малой оси эллипса, то есть когда тело ориентировано на поток «боком».

Для пары консолей на теле вращения, расположенных в плоскости $y = z$ в рамках теории тонкого тела, например, возможен только первый случай, поскольку момент крена от правой «наветренной» консоли является определяющим [2]. Для тела с эллиптическим сечением можно также предполагать, что приращение давления на его поверхности в нижней III зоне за счет увеличения местного угла атаки будет являться доминирующим фактором и суммарный положительный вклад I и III зон в момент крена, даже при уменьшении давления в верхней I зоне, превзойдет отрицательный вклад II и IV зон. При этом также реализуется случай $m_x^{\alpha\alpha} > 0$.

Несмотря на явную математическую некорректность этой логической цепочки, оказывается, что полученный с ее помощью вывод о положительном знаке производной $m_x^{\alpha\alpha}$ для тел с эллиптическим поперечным сечением верен «почти всегда». Например, как показано ниже, при использовании для расчета давления теории Ньютона.

Более того, как показано на примере тела с описанной геометрией, даже в «редком» случае неверности указанного вывода, при $m_x^{\alpha\alpha} < 0$, доминирующая роль наветренной зоны III быстро восстанавливается с ростом угла атаки, приводя к интересному эффекту – немонотонной зависимости момента крена от угла атаки, вплоть до смены знака, отличной от зависимости (4).

Целями настоящей работы являются: во-первых – обсуждение вопроса о форме тел $y(x)$ с малой эллиптичностью и условиях обтекания, числах Маха, для которых возможна реализация «менее вероятного» случая $m_x^{\alpha\alpha} < 0$; во-вторых – иллюстрация отмеченного выше эффекта на примере результатов численных расчетов обтекания тела (1). При рассмотрении первого вопроса используются при-

ближенный полуаналитический метод ДГЛ, описанный в [3]. Для проведения численных расчетов в основном использовались программы решения невязких уравнений Эйлера в рамках модели совершенного газа или равновесно диссоциированного воздуха. Расчет обтекания притупления, дозвуковой и трансзвуковой областей, проводится методом установления с использованием схемы расщепления [4], а расчет сверхзвукового обтекания конической части тела маршевым методом Мак-Кормака [5].

Результаты расчетов

В таблице приведены величины коэффициента m_x тела (1) при угле атаки $\alpha_n = 1^\circ$, угле крена $\phi = 0$, для чисел Маха от 2 до 25, а также соответствующие им величины производной m_x^{aa} .

Величины коэффициента m_x и производной m_x^{aa}

M_∞	2	4	6	8	10	12	15	20	25
$m_x \cdot 10^6$	2,70	2,35	1,94	1,23	0,62	-0,01	-0,98	-2,31	-3,15
$m_x^{aa} \cdot 10^2$	1,77	1,54	1,27	0,81	0,41	-0,006	-0,64	-1,52	-2,06

При переходе от сверхзвукового к гиперзвуковому обтеканию изменяются и величина и направление момента крена. Параметрические расчеты с малыми изменениями эллиптичности показали, что в соответствии с теорией зависимость момента крена от амплитуды вариации поверхности (3) близка линейной. Так же и зависимость момента крена от угла крена ϕ с высокой степенью точности описывается законом « $\cos 2\phi$ » (4). Расчет по теории Ньютона дает величину коэффициента $m_x \approx 1,66 \cdot 10^{-6}$, соответствующую примерно числу $M_\infty \approx 7$ в табл. 1.

Однако качественный вид зависимостей момента крена от угла атаки при $m_x^{aa} > 0$ (для умеренных чисел Маха) и при $m_x^{aa} < 0$ (для гиперзвуковых чисел Маха) существенно различен. Примеры указанных зависимостей для $M_\infty = 6$ и $M_\infty = 25$ при $\phi = 0$ и углах атаки до 5° приведены ниже.

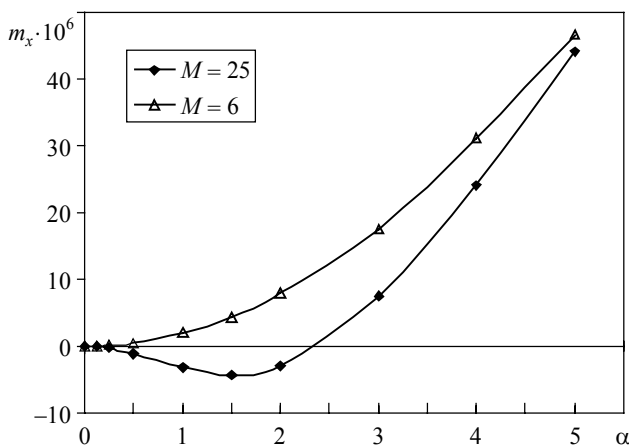


Рис. 2. Зависимости коэффициента m_x тела (1) от угла атаки α_n при $\phi = 0$

Расчетная кривая для $M_\infty = 6$ практически точно соответствует зависимости (4) с $m_x^{\alpha\alpha}$ из табл. 1, причем не только при малых углах атаки порядка $1...2^\circ$, но и при умеренных, до 5° включительно. Кривая же для $M_\infty = 25$ хорошо соответствует зависимости (4) с производной $m_x^{\alpha\alpha}$ из табл. 1 только при $\alpha_n \leq 1^\circ$, удовлетворительно качественно при $1^\circ \leq \alpha_n \leq 1,5^\circ$ и существенно отличается от нее при $\alpha_n > 1,5^\circ$, меняя не только убывание на возрастание, но и знак m_x при $\alpha_n \approx 2,3^\circ$.

Анализ результатов

Вопрос о причинах указанного поведения момента крена при $M_\infty = 25$ разделим на два отдельных вопроса, рассматриваемых последовательно:

- какими факторами определяется знак производной $m_x^{\alpha\alpha}(\alpha_n = 0)$;
- какими причинами обусловлена смена убывания m_x на возрастание.

Для ответа на первый вопрос используем приближенный полуаналитический метод ДГЛ [3]. В рамках этого метода коэффициент давления на поверхности тела при ее малых пространственных вариациях при сверхзвуковом обтекании с малым углом атаки является функцией продольной координаты x точки и местного угла атаки α_m и определяется формулой Тейлора:

$$\Phi(x, t) \approx \Phi_0(x) + \Phi_t(x) \cdot \Delta t + \frac{\Phi_{tt}(x)}{2} \cdot \Delta t^2 + \frac{\Phi_{ttt}(x)}{3!} \cdot \Delta t^3, \quad (5)$$

где $t = \tan \alpha_m(x, \varphi)$; $\Delta t = (t - t_0(x))$, $t_0(x) = y'(x)$; $\Phi_0(x)$ – коэффициент давления на поверхности исходного тела вращения при обтекании под нулевым углом атаки; $\Phi_t(x)$, $\Phi_{tt}(x)$, $\Phi_{ttt}(x)$ – производные коэффициента давления, вычисляемые на основе серии расчетов обтекания близких тел вращения под нулевым углом атаки точными численными методами.

В рамках метода ДГЛ величина производной $m_x^{\alpha\alpha}(\alpha_n = 0)$ для тел вращения с малыми вариациями поверхности определяется, по схеме работы [6], интегральным выражением

$$m_x^{\alpha\alpha} \approx \frac{\pi}{S_m L} \int_0^L [\Phi_{tt}(x)(1 + y'^2(x))^2 + 3\Phi_t(x)y'(x)(1 + y'^2(x))] y(x) b_2(x) dx, \quad (6)$$

для тела (1) $y(x)$ определено выражением (2), а $b_2(x) = \delta r(x, \pi/4)$ – соответствующий коэффициент разложения вариации (3) в ряд Фурье.

Знак и величина подынтегрального выражения в (6) характеризует локальный вклад соответствующего участка поверхности по длине в суммарный момент крена. Знак подынтегральной функции в (6) определяется знаком выражения в квадратных скобках. Для теории Ньютона это выражение равно $4\cos^2 \theta_s$. Таким образом, в рамках теории Ньютона справедливо утверждение: *при обтекании с малыми углами атаки тел любой формы с малой эллиптичностью поперечного сечения устойчивым по углу крена является положение, когда большая ось эллиптичности тела ортогональна вектору скорости.*

В рамках метода ДГЛ второй член в квадратных скобках в (6) всегда положителен, а знак первого определяется знаком производной $\Phi_{tt}(x)$. Результаты сис-

тематических расчетов обтекания затупленных конусов, выполненных автором при разработке метода [3, 7], показывают, что случай $\Phi_{II}(x) < 0$ возможен только при гиперзвуковом обтекании на участках поверхности, расположенных достаточно далеко от притупления.

Для затупленного по сфере конуса с $\theta_s = 10^\circ$ при $M_\infty \approx 20 - 25$ такой участок расположен от 35 до 50 $r_{сф}$, что объясняет выбор формы тела (1). Характерные величины производных $\Phi_I(x)$, $\Phi_{II}(x)$ в этом интервале при указанных числах Маха равны: $\Phi_I(x) \approx 0.6 - 1.0$; $\Phi_{II}(x)$ принимает значения от нуля на его краях до $\sim (-15)$ в середине. Для формирования отрицательного момента крена соответствующим элементарным эллиптическим участком поверхности между сечениями от x до $(x + dx)$ производная $\Phi_{II}(x)$ на нем в соответствии с (6) должна удовлетворять условию

$$\Phi_{II}(x) < -(3/2)\Phi_I(x) \cdot \sin 2\theta_s. \quad (7)$$

Неравенство (7) можно использовать в качестве локального критерия, определяющего направление элементарного момента крена соответствующего элементарному участку поверхности между сечениями x и $x + dx$. Указанный критерий справедлив и для тел с криволинейной образующей $y(x)$, когда угол $\theta_s(x) = \arctg y'(x)$ является переменной величиной.

Для конуса (2) при умеренных сверхзвуковых числах Маха производная $\Phi_{II}(x) > 0$ по всей его длине, на эллиптическом участке условие (7) не выполняется, что и находит отражение в положительном знаке производной $m_x^{\alpha\alpha}$ и момента крена (табл. 1). При числе Маха $M_\infty \approx 25$ условие (7) выполнено практически по всей длине эллиптического участка тела (1), момент крена и $m_x^{\alpha\alpha}$ отрицательны.

Переходя ко второму вопросу, заметим, что знак производной $\Phi_{II}(x)$ характеризует относительные величины скорости роста (убывания) давления в точках рассматриваемого сечения $x = \text{const}$ при увеличении (уменьшении) локального угла атаки. При $\Phi_{II}(x) > 0$ давление «растет быстрее, чем убывает», а в случае $\Phi_{II}(x) < 0$ – «убывает быстрее, чем растет». Поэтому при $\Phi_{II}(x) > 0$, возвращаясь к схеме рис. 1, доминирующая роль нижней зоны III усиливается с ростом угла атаки α_n , и момент крена монотонно возрастает, как на графике рис. 2 для $M_\infty = 6$.

При $m_x^{\alpha\alpha} < 0$ в соответствии с условием (7) на большей части поверхности любого тела с эллиптическим сечением должно иметь место $\Phi_{II}(x) < 0$. Для тела (1) при $M_\infty = 25$ условие $\Phi_{II}(x) < 0$ выполнено по всей длине эллиптического участка. При этом доминирующая роль в формировании интегрального момента крена при малых углах атаки принадлежит верхней зоне I, где уменьшение давления превосходит его рост в наветренной зоне III, что приводит в итоге к реализации отрицательного момента крена. Однако с ростом угла атаки указанная ситуация, в отличие от случая с $\Phi_{II}(x) > 0$, не обладает стабильностью: при $1^\circ < \alpha_n < 2^\circ$ роль наветренной зоны III возрастает, а при $\alpha_n > 2,5^\circ$ ее влияние становится доминирующим, момент крена меняет знак и становится положительным.

Причиной нарушения монотонности и смены направления момента крена является существенная нелинейность изменения давления на наветренной и подветренной образующих тела с ростом α_n , которая не может быть отражена в рамках теории локальности с достаточной точностью. Тем не менее именно соответствие реального распределения давления указанной гипотезе при малых углах атаки служит основой описанного эффекта.

Возможность реализации описанного нестандартного поведения момента крена при гиперзвуковом обтекании тел с эллиптическим поперечным сечением следует учитывать как при решении задачи моделирования коэффициента момента крена, совместно с другими аэродинамическими коэффициентами сил и моментов, так и при расчете динамики тел с малыми вариациями поверхности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ярошевский В.А. Движение неуправляемого тела в атмосфере. М.: Машиностроение, 1978.
2. Краснов Н.Ф., Кошевой В.Н., Данилов А.Н., Захарченко В.Ф. Аэродинамика ракет. М.: Высшая школа, 1968.
3. Мокин Ю.А. О возможностях решения задач гиперзвуковой аэродинамики на основе дифференциальной формы представления обобщенной гипотезы локальности и ее композиции с точными численными методами // Космонавтика и ракетостроение. 2008. Вып. 2(51). С. 136–145.
4. Ковеня В.М., Яненко Н.Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики. Новосибирск: Наука, 1981.
5. Mac-Cormac R.W. The effect of viscosity in hypervelocity impact cratering // AIAA Paper. 1969. No. 354.
6. Мокин Ю.А. Влияние малых углов атаки и скольжения на момент крена при гиперзвуковом обтекании тел вращения // Теплофизика и аэромеханика. 2009. Т. 16. № 1. С. 37–42.
7. Мокин Ю.А. Анализ зависимости вариаций аэродинамических коэффициентов сопротивления и момента крена при сверхзвуковом обтекании тел вращения с малыми вариациями поверхности // Космонавтика и ракетостроение. 2009. Вып. 1(54). С. 168–174.

Статья принята в печать 29.09.2010 г.

Mokin Yu.A. ANALYSIS OF THE BEHAVIOR FEATURES OF THE AERODYNAMIC HEELING MOMENT DURING HYPERSONIC FLOW-PAST OF BLUNT BODIES WITH ELLIPTICAL CROSS-SECTION. The results of calculations of the heeling moment coefficient at supersonic and hypersonic flow-past with small angles of attack of the blunted cone with the elliptical cross-section of the stern were presented. Changing direction of the heeling moment of sloping air-cooling during transition from the supersonic flow-past to the hypersonic one was shown. The analysis of mechanism and evaluation of the existence region for the effect was carried out. Peculiarities of the heeling moment behavior related to this effect were considered. The criterion which characterizes the direction of the heeling moment locally was described.

Keywords: hypersonic flow-past, small angles of attack, blunted cone, elliptical cross-section, heeling moment

MOKIN Yuriy Aleksandrovich (Open JSC «Academician V.P. Makeyev State Rocket Centre»)
E-mail: src@makeyev.ru