

УДК 521.534:536.245.022

А.М. Гришин, П.В. Пугачева

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ЗАЖИГАНИИ СТЕНЫ ДЕРЕВЯННОГО ДОМА В РЕЗУЛЬТАТЕ ДЕЙСТВИЯ ФРОНТА ЛЕСНОГО ПОЖАРА

Дается краткий обзор работ по проблеме природных (лесных и степных) пожаров и приближенное аналитическое решение задачи о зажигании деревянной стены фронтом лесного пожара. Предлагается программа дальнейших исследований перехода природных (лесных, степных) пожаров на деревянные строения, поселки и города.

Ключевые слова: *природные пожары, горение древесины, действие фронта природного пожара на деревянные строения, аналитическое решение задачи, физическое и математическое моделирование возникновения городских пожаров.*

Известно, что во многих случаях в результате действия лесных пожаров на отдельные деревянные постройки в поселках и городах, расположенных на территориях, покрытых лесом, возникают пожары [1]. В частности, в г. Лос-Аламос (США) в мае-июне 2000 года имел место массовый городской пожар, причиной которого послужил лесной пожар [2, 3]. В связи с этим представляет интерес физическое и математическое моделирование воспламенения стены деревянного дома в результате действия фронта лесного пожара.

Цель исследования заключается в определении времени зажигания стены деревянного дома, что позволит планировать организацию тушения пожара.

Для получения аналитического решения этой задачи были приняты следующие основные допущения:

1. Начальные температуры фронта лесного пожара T_{Γ} и деревянной стены T_H известны.
2. На границе раздела сред (зона пожара – деревянная стена) имеют место теплообмен в результате действия процессов излучения и теплопроводности, а также гетерогенные процессы испарения воды и горения древесины.
3. Наряду с процессом теплопроводности при решении задачи учитывается перенос окислителя (кислорода) к границе раздела стены и фронта пожара, в результате чего на поверхности деревянной стены происходит гетерогенная (процесс испарения) и экзотермическая гетерогенная реакция горения.
4. Условием зажигания является достижение на границе раздела сред критической температуры $T_w|_{t=t_*} = T_* \gg T_H$.
5. Предполагается, что зажигание происходит до момента окончательного прогрева деревянной стены.

На рис. 1 показаны зоны 1 и 2. В первой зоне представлена область 1, где имеет место лесной пожар и при $t = 0$ температура равна T_{Γ} , а область 2 – деревянная стена, на которую действует фронт лесного пожара. Структура древесины об-

суждается в монографии [3], где отмечается, что она является пористым телом, в которое могут проникать жидкости и газы. Эти процессы на качественном уровне подробно рассмотрены в [4] с использованием известных экспериментальных данных. В работах [3 – 6] обсуждаются закономерности возникновения различных катастроф, в том числе и пожаров.



Рис. 1. Область определения основной системы уравнений

1. Математическая постановка задачи о зажигании деревянной стены

Предположим, что уравнение теплопроводности для зоны пожара и слоя древесины имеют вид [7]

$$a_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} = \frac{\partial T_1}{\partial t} \text{ при } -\infty < x < 0, \quad a_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} = \frac{\partial T_2}{\partial t} \text{ при } 0 < x < \infty, \quad (1)$$

где $a_1 = \lambda_1 / \rho_1 c_{v1}$ и $a_2 = \lambda_2 / \rho_2 c_{v2}$ – коэффициенты температуропроводности во фронте пожара и деревянной стене, $\text{м}^2/\text{с}$; λ_1 – коэффициент теплопроводности среды природного пожара, $\text{Дж}/(\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{К})$; λ_2 – коэффициент теплопроводности древесины, $\text{Дж}/(\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{К})$; ρ_1 – плотность среды природного пожара, $\text{кг}/\text{м}^3$; ρ_2 – плотность древесины, $\text{кг}/\text{м}^3$; c_{v1} и c_{v2} – теплоемкости газа в зоне пожара и древесине, $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; t – время, с ; x – координата, м ; T_1 и T_2 – температуры в зоне пожара и в слое древесины, К .

Будем считать, что на границе раздела сред выполняются условия равенства температур фронта пожара и древесины и баланс тепловой энергии с учетом окисления древесины и испарения воды из нее:

$$T_1|_{x=0} = T_2|_{x=0}, \quad \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=0} = \varepsilon \sigma T_\Gamma^4 + \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=0} - \frac{q_1 A (p_w - p_e)}{\sqrt{2\pi R M_B T_w}} + q_2 k_2 \rho_2 c_w \exp\left(-\frac{E_2}{RT_w}\right). \quad (2)$$

Здесь T_Γ – температура горения во фронте лесного пожара, К ; ε – коэффициент

черноты; σ – постоянная Стефана – Больцмана, Дж/(м²·с·К⁴) [7]; R – универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·К); M_B – молярная масса воды, кг/моль; T_w – температура на границе раздела сред, К; A – эмпирический множитель; q_1 – теплота испарения воды, Дж/кг; p_w и p_e – известные давления на границе раздела сред и в окружающей среде, Па; q_2 – тепловой эффект горения древесины, Дж/кг; c_w – концентрация кислорода на границе раздела сред; k_2 и E_2 – предэкспоненциальный множитель, м/с, и энергия активации, Дж/моль, для скорости гетерогенной реакции окисления древесины.

Кроме того, необходимо учесть начальные и граничные условия при $x \rightarrow -\infty$:

$$T_1|_{t=0} = T_G, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} T_1 = T_G \quad (3)$$

и при $x \rightarrow \infty$:

$$T_2|_{t=0} = T_H, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} T_2 = T_H. \quad (4)$$

2. Аналитическое решение задачи

Используя результаты исследований, опубликованных в [7], для уравнения теплопроводности (1) при $x < 0$ имеем решение

$$T_1 = A_1 + B_1 \Phi \left(\frac{|x|}{2\sqrt{a_1 t}} \right), \quad (5)$$

где A_1 и B_1 – произвольные постоянные, а Φ – функция ошибок [7].

Для второго уравнения (1), описывающего распространение теплоты в древесине при $x > 0$, согласно [7], имеет место другое общее решение:

$$T_2 = A_2 + B_2 \Phi \left(\frac{x}{2\sqrt{a_2 t}} \right). \quad (6)$$

Здесь A_2 и B_2 – произвольные постоянные.

По определению [7]

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\xi^2} d\xi. \quad (7)$$

Видно, что в начальный момент времени температура в левой части области определения основной системы уравнений соответствует температуре горения во фронте лесного пожара, т.е. при $x < 0$ имеем

$$T_1|_{t=0} = T_G. \quad (8)$$

Из первого граничного условия (2) следует с учетом (5) и (6), что

$$A_1 = A_2. \quad (9)$$

Используя выражения (6) и (7), находим

$$\left. \frac{\partial T_1}{\partial x} \right|_{x=0} = \left[-B_1 \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-x^2) \right] \frac{1}{2\sqrt{a_1 t}} = -\frac{B_1}{\sqrt{\pi a_1 t}}, \quad (10)$$

$$\left. \frac{\partial T_2}{\partial x} \right|_{x=0} = \left[B_2 \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-x^2) \right] \frac{1}{2\sqrt{a_2 t}} = \frac{B_2}{\sqrt{\pi a_2 t}}. \quad (11)$$

Из граничного условия (3) при $x \rightarrow -\infty$ получим

$$A_1 + B_1 = T_\Gamma, \quad (12)$$

а с учетом граничного условия (4) при $x \rightarrow \infty$ находим

$$A_2 + B_2 = T_H, \quad (13)$$

Подставляя формулы (10) и (11) во второе граничное условие (2), получаем уравнение

$$\lambda_2 \frac{B_2}{\sqrt{\pi a_2 t}} = \varepsilon \sigma T_\Gamma^4 - \lambda_1 \frac{B_1}{\sqrt{\pi a_2 t}} - \frac{q_1 A(p_w - p_e)}{\sqrt{2\pi R M_B T_w}} + q_2 \rho_2 k_2 c_w \exp\left(-\frac{E_2}{RT_w}\right). \quad (14)$$

Таким образом, имеем систему уравнений (9), (12), (13) и (14) для определения четырех неизвестных A_1, A_2, B_1, B_2 . Из выражений (9), (12) и (13) получаем

$$A_1 = T_\Gamma - B_1, \quad (15)$$

$$B_2 = T_H - T_\Gamma + B_1. \quad (16)$$

Подставляя (16) в уравнение (14), после соответствующих преобразований имеем

$$B_1(t) = \frac{\sqrt{\pi a_1 a_2 t}}{\lambda_1 \sqrt{a_2} - \lambda_2 \sqrt{a_1}} \left[\varepsilon \sigma T_\Gamma^4 + \frac{\lambda_2 (T_\Gamma - T_H)}{\sqrt{\pi a_2 t}} - \frac{q_1 A(p_w - p_e)}{\sqrt{2\pi R M_B T_w}} + q_2 \rho_2 k_2 c_w \exp\left(-\frac{E_2}{RT_w}\right) \right]. \quad (17)$$

Подставляя (20) в (18), найдем выражение для $B_2(t)$.

Далее следует определить неизвестное значение концентрации кислорода на поверхности древесины c_w , входящее в выражение (2). Для этого используем уравнение, описывающее диффузию кислорода:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, \quad -\infty < x < 0. \quad (18)$$

Здесь D – коэффициент диффузии; c – концентрация кислорода.

Это уравнение имеет аналитическое решение [7]

$$c = \alpha + \beta \Phi\left(\frac{|x|}{2\sqrt{Dt}}\right). \quad (19)$$

Для определения неизвестных величин α и β используем начальные и граничные условия

$$c|_{t=0} = c_H, \quad c|_{x=-\infty} = c_H, \quad c|_{x=0} = c_w, \quad (20)$$

где c_H и $c_{-\infty}$ – известные начальные значения концентрации и концентрации при $x \rightarrow -\infty$.

Кроме того, на границе раздела сред имеется гетерогенная реакция окисления, поэтому справедливо условие

$$\rho_2 D \frac{\partial c}{\partial x} \Big|_{x=0} = -k_2 \rho_2 c_w \exp\left(-\frac{E_2}{RT_w}\right). \quad (21)$$

Подставляя (19) в граничное условие (21), получим

$$\beta = \sqrt{\frac{\pi t}{D}} k_2 c_w \exp\left(-\frac{E_2}{RT_w}\right). \quad (22)$$

Из (19), (20) следует, что плотность кислорода на границе раздела сред при $x = 0$ равна

$$c_w = \alpha. \quad (23)$$

Из (19), с учетом того, что в нашем случае $\Phi|_{x=-\infty} = 1$, имеем

$$\alpha = c_H - \beta. \quad (24)$$

Используя (22) – (24), получим

$$c_w = \frac{c_H \sqrt{D}}{\sqrt{D} + \sqrt{\pi t} k_2 \exp\left(-\frac{E_2}{RT_w}\right)}. \quad (25)$$

Окончательное выражение для концентрации кислорода после преобразований будет иметь вид

$$c = \frac{\sqrt{D} + \sqrt{\pi t} k_2 \exp\left(-\frac{E_2}{RT_w}\right) \Phi\left(\frac{|x|}{2\sqrt{\pi t}}\right)}{\sqrt{D} + \sqrt{\pi t} k_2 \exp\left(-\frac{E_2}{RT_w}\right)} c_H. \quad (25)$$

Легко видеть, что c_w – концентрация окислителя на границе раздела сред, которая должна быть всегда меньше 1, что следует из определения c_w . Поскольку предэкспоненциальный множитель $k_2 \ll 1$, то c_w при $E_w \rightarrow \infty$ имеет порядок

$$c_w|_{T \rightarrow \infty} \ll 1. \quad (26)$$

Этот результат согласуется с физикой процесса гетерогенного воспламенения.

Представленные в работе результаты исследования перехода лесных пожаров в городские и поселковые исчерпывают проблему анализа действия природных пожаров на населенные пункты. Очевидно, что необходимо сравнить статистические данные по действию природных пожаров и использовать более точные математические модели прогноза катастроф [4–6] и численные методы решения задач математической физики [8]. Очевидно, что для создания баз данных математических моделей необходимо использовать методы решения обратных задач математической физики [9].

На рис. 2 представлен график изменения температуры в зависимости от пространственной координаты x , а на рис. 3 – изменения концентрации кислорода.

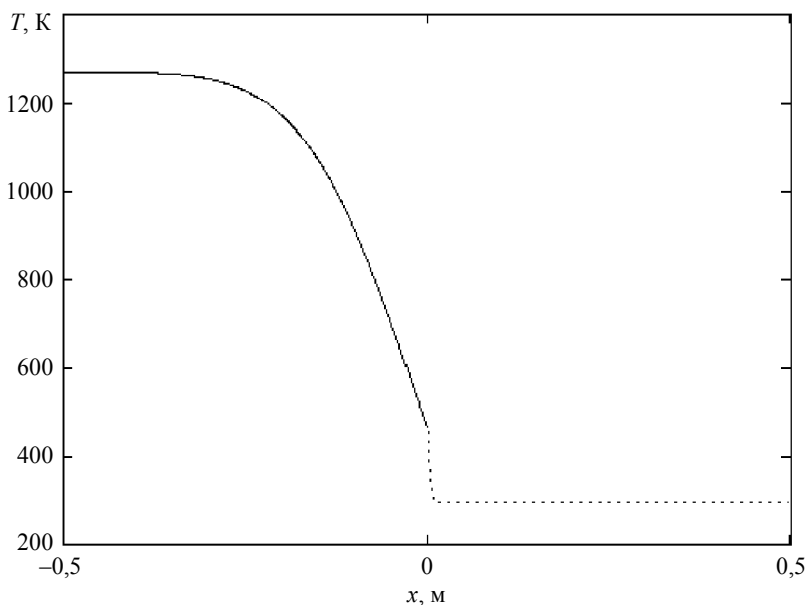


Рис. 2. График изменения температуры в зависимости от пространственной координаты x при $t = 100$ с

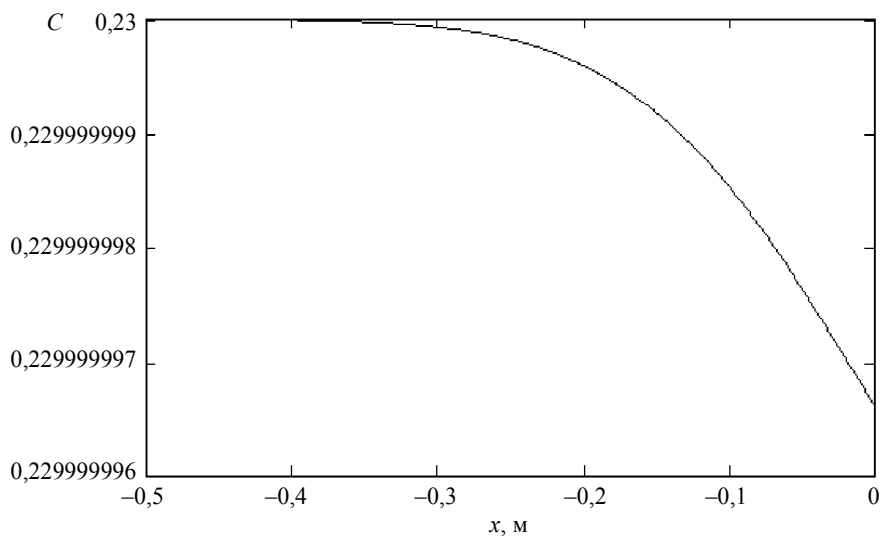


Рис. 3. График изменения концентрации кислорода в зависимости от пространственной координаты x при $t = 100$ с

Заключение

Надо сказать, что в данной работе рассмотрена одна из простейших задач жизнедеятельности человека – сохранение жилищ, построенных из древесины, от действия лесных и степных пожаров.

Результаты исследований, которые представлены в данной работе нуждаются в дальнейшем развитии. В частности, необходимо учесть пористость и проницаемость древесины, а также анизотропию ее структуры [10]. Необходимо наряду с теоретическими исследованиями провести экспериментальные исследования действия лесных пожаров на поселки и города с использованием комплекса экспериментальных установок [11].

Используя методы [9–11], создать базу данных для численного решения задачи (значения коэффициентов теплопроводности и диффузии, пористости, скоростей испарения воды из пор и гетерогенных и гомогенных химических реакций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шойгу С.К., Копылов Н.П., Баратов и др. Пожарная безопасность. Энциклопедия. М.: МЧС России, ФГУ ВНИИ ПО МЧС России, ЗАО «Голден-Би», 2007. 405 с.
2. Ramos O. Cerro Grande canyons of fire, Spirit of community / Octavio Ramos, Jr. Chris Pearly et al.; prepared by Los Alamos National laboratory, 2001. 188 p.
3. Гришин А.М. Моделирование и прогноз катастроф (основные определения и понятия теории катастроф и общие закономерности их возникновения и развития) Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002. 122 с.
4. Гришин А.М. Моделирование и прогноз катастроф. Ч. 1. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2003. 524 с.
5. Гришин А.М. Моделирование и прогноз катастроф. Ч. 2. Кемерово: Практика. 2005. 560 с.
6. Гришин А.М., Петрин С.В., Петрина Л.С. Моделирование и прогноз катастроф. Ч. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2006. 575 с.
7. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 487 с.
8. Гришин А.М., Зинченко В.И., Ефимов К.Н. и др. Итерационно-интерполяционный метод и его приложения. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2004. 320 с.
9. Гришин А.М., Зинченко В.И., Кузин А.Я. и др. Решение некоторых обратных задач механики реагирующих сред. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2006. 418 с.
10. Харук Е.В. Проницаемость древесины газами и жидкостями. Новосибирск: Наука, 1976. 190 с.
11. Гришин А.М., Зима В.П., Кузнецов В.Т. и др. Комплекс экспериментальных установок для исследования природных пожаров // Изв. вузов. Физика. 2009. № 2/2. С. 84 – 89.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

ГРИШИН Анатолий Михайлович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой физической и вычислительной механики Томского государственного университета. E-mail: fire@mail.tsu.ru

ПУГАЧЕВА Полина Викторовна, аспирантка кафедры физической и вычислительной механики механико-математического факультета Томского государственного университета. E-mail: nightmew@mail.ru

Статья принята в печать 21.06.2010 г.