

МЕХАНИКА

УДК 539.3

**Н.Н. Белов, Н.Т. Югов, А.Н. Ищенко, С.А. Афанасьева,
М.В. Хабибуллин, А.А. Югов, А.Л. Стуканов**

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ КОСТНОЙ ТКАНИ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ¹

Предложены математические модели деформирования и разрушения биокомпозита – аналога плоских кортикальной и губчатой костей свода черепа, при высокоскоростном нагружении. Методом компьютерного моделирования исследованы процессы взаимодействия стальных компактных ударников цилиндрической и сферической формы с костной тканью при скорости удара 500 м/с.

Ключевые слова: *математическое моделирование, биокомпозит, кость, разрушение, высокоскоростной удар.*

В биомеханике и медицине большое внимание уделяется исследованию механизмов разрушения костных тканей при действии высокоскоростных осколков. Данные исследования существенно углубляют знания о раневой баллистике, определяют пути и направления для разработки новых видов диагностики и лечения патологических состояний, вызванных действием поражающих факторов современных видов оружия [1].

Одной из центральных задач, позволяющих вскрыть тонкие внутренние процессы, протекающие в костных тканях при ударно-волновом нагружении, является разработка средств математического моделирования.

Целью данной работы является создание математической модели и численной методики расчета высокоскоростного взаимодействия костной ткани черепа с металлическими осколками.

По данным [2] различные составляющие костной ткани имеют различные прочностные характеристики и различные механизмы разрушения при динамических нагрузках: от хрупкого до пластичного. Опыт последних исследований авторов данной работы позволяет обобщить имеющиеся данные для получения математической модели разрушения костной ткани.

В [3] предложена математическая модель, позволяющая рассчитывать в рамках механики сплошной среды напряженно-деформированное состояние и разрушения в твёрдых телах при взрывном и ударном нагружениях. Динамическое разрушение в рамках данной модели рассматривается как процесс роста и слияния микродефектов под действием образующихся в процессе нагружения напряжений. Локальным критерием как сдвигового, так и отрывного разрушения в

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 10-01-00573а и АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы», проект №2.1.1/4147

хрупких материалах является предельная величина характерного размера трещин. В пластических материалах локальным критерием отрывного разрушения служит предельная величина относительного объема пор, а сдвигового – предельная величина интенсивности пластических деформаций.

Процесс разрушения кортикальной кости носит хрупкий характер [2] и сопровождается образованием микротрещин и незначительной пластической деформацией. Для моделирования динамического разрушения в этом случае используется феноменологический подход, когда критерии прочности выражаются в виде инвариантных связей критических значений макрохарактеристик процессов деформирования – напряжений и деформаций [4]. В [5] при анализе экспериментальных данных по нагружению плиты из мелкозернистого бетона металлическими ударниками при скоростях соударения 130–700 м/с этим способом получено удовлетворительное согласование экспериментальных данных с данными математического моделирования.

1. Математическая модель

Условным аналогом теменной, лобной и затылочной костей черепа можно считать биоккомпозит, состоящий из трех слоев костной ткани равной толщины и слоя вещества мозга. Верхний и нижний слой костной ткани составляет кортикальная кость, внутренний слой – губчатое вещество.

Считается, что в процессе ударно-волнового нагружения поведение губчатой кости и мозга описывается в рамках модели пористой упругопластической среды, а разрушения в них носят вязкий характер.

Удельный объем пористой среды v представляется как сумма удельного объема матрицы v_m и удельного объема пор v_p . Пористость материала характеризуется относительным объемом пустот $\xi = v/v_p$ либо параметром $\alpha = v/v_m$, которые связаны зависимостью $\alpha = 1/(1 - \xi)$.

Система уравнений, которая описывает движение пористой упругой среды, имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_V \rho dV = 0, \quad \frac{d}{dt} \int_V \rho u dV = \int_S \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} dS, \quad \frac{d}{dt} \int_V \rho E dV = \int_S \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{u} dS, \\ \mathbf{e} = \frac{\mathbf{s}^J}{2\mu} + \lambda \mathbf{s}, \quad \mathbf{s} : \mathbf{s} = \frac{2}{3} \sigma_T^2, \end{aligned} \quad (1)$$

где t – время; V – объем интегрирования; S – его поверхность; \mathbf{n} – единичный вектор внешней нормали; ρ – плотность; $\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{g} + \mathbf{s}$ – тензор напряжений; \mathbf{s} – его девиатор; p – давление; \mathbf{g} – метрический тензор; \mathbf{u} – вектор скорости; $E = \varepsilon + \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}/2$ – удельная полная энергия; ε – удельная внутренняя энергия; $\mathbf{e} = \mathbf{d} - (\mathbf{d} : \mathbf{g})\mathbf{g}/3$ – девиатор тензора скоростей деформаций; $\mathbf{d} = (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)/2$ – тензор скоростей деформаций; $\mathbf{s}^J = \mathbf{s} + \mathbf{s} \cdot \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{s}$ – производная девиатора тензора напряжений в смысле Яуманна – Нолла; $\sigma_T = \sigma_S/\alpha$, $\mu = \mu_0(1 - \xi) \times [1 - (6\rho_0 c_0^2 + 12\mu_0)\xi / (9\rho_0 c_0^2 + 8\mu_0)]$ – эффективные предел текучести и модуль сдвига; $\boldsymbol{\omega} = (\nabla \mathbf{u}^T - \nabla \mathbf{u})/2$ – тензор вихря. Параметр λ исключается с помощью условия текучести; $\rho_0, c_0, \mu_0, \sigma_S$ – константы материала матрицы.

Систему уравнений (1) замыкают уравнение состояния костной ткани и уравнение кинетики роста пор.

Уравнение состояния костных тканей приведено в [6] и имеет вид

$$p = \frac{1}{\alpha} \left[\frac{c_0^2 \rho_0 (1 - \gamma_0 \eta / 2) \eta}{(1 - S_0 \eta)^2} + \rho_0 \gamma_0 \varepsilon \right],$$

где $\eta = 1 - \rho_0 v / \alpha$, γ_0 – коэффициент Грюнайзена, S_0 – наклон ударной адиабаты.

Здесь костная ткань представляется трехкомпонентной смесью органических веществ, неорганических соединений и пустот, заполненных жидкостью. В качестве опорной кривой использовалась адиабата трёхкомпонентной смеси. Считается, что органические и неорганические соединения в кости находятся в равных долях.

Рост пор в пластически деформированном материале при действии растягивающих напряжений $p \leq -\frac{a_s}{\alpha} \ln \left(\frac{\alpha}{\alpha - 1} \right)$ описывается уравнением

$$\gamma_0 \rho_0 \varepsilon + \frac{\rho_0 c_0^2 (1 - \gamma_0 \eta / 2) \eta}{(1 - S_0 \eta)^2} + a_s \ln \left(\frac{\alpha}{\alpha - 1} \right) = 0.$$

Локальным критерием отрывного разрушения является предельная величина относительного объема пустот $\xi^* = \frac{\alpha_* - 1}{\alpha_*}$. Если поврежденный трещинами материал

подвергнут воздействию сжимающих напряжений, то критерием фрагментирования является предельная величина интенсивности пластических деформаций

$$e_u^* = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{3T_2 - T_1^2},$$

где T_1 и T_2 – первый и второй инварианты тензора пластических деформаций.

Считается, что кортикальная кость при динамическом нагружении до выполнения критерия прочности описывается моделью линейно-упругого тела. В качестве условия прочности используется критерий [7]:

$$3J_2 = [AI_1 + B] \left\{ 1 - (1 - C) \left[1 - \frac{J_3}{2} \left(\frac{J_2}{3} \right)^{-3/2} \right] \right\}, \quad (2)$$

где I , J_2 , J_3 – первый инвариант тензора напряжений, второй и третий инварианты девиатора тензора напряжений соответственно;

$$A = R_c - R_p, B = R_c \cdot R_p, C = \frac{3T_{сд}^2}{R_c \cdot R_p},$$

где R_c , R_p , $T_{сд}$ – пределы прочности при одноосном сжатии, растяжении и чистом сдвиге.

После выполнения критериев прочности считается, что материал поврежден трещинами. Процесс фрагментирования поврежденного трещинами материала описывается в рамках модели пористой упруго-пластичной среды. Для поврежденного материала предел текучести зависит от давления и определяется по формуле

$$\sigma_s = \sigma_{\min} + \frac{(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})kp}{(\sigma_{\min} - \sigma_{\max}) + kp}$$

где σ_{\max} , σ_{\min} , k – константы материала.

Фрагментация повреждённого трещинами материала, подвергнутого действию растягивающих напряжений, происходит, когда относительный объём пустот достигает предельной величины ξ^* . Если повреждённый трещинами материал подвергнут действию сжимающих напряжений, то критерием фрагментирования является предельная величина интенсивности пластических деформаций e_u^* .

При растяжении фрагментированный материал описывается как порошок, движение которого происходит в соответствии с уравнениями среды, лишённой напряжений. Пористость α в материале определяется из уравнения:

$$\gamma_0 \varepsilon + c_0^2 \frac{(1 - \gamma_0 \eta / 2) \eta}{(1 - S_0 \eta)^2} = 0.$$

2. Результаты расчётов

Рассмотрено поведение двух видов биокompозита при ударе компактными стальными ударниками цилиндрической и сферической форм диаметром 6 мм со скоростью 500 м/с. В первом варианте биокompозит представляется в виде трехслойной пластины, состоящей из равных по толщине слоев: кортикальная кость – губчатая кость – кортикальная кость, общей толщиной 7 мм. Во втором варианте биокompозит представляется в виде четырехслойной пластины: кортикальная кость – губчатая кость – кортикальная кость (биокompозит первого типа, 7 мм) – вещество мозга (14 мм). Исследуются влияние формы ударника на характер разрушения костных тканей и формирование сквозного отверстия в них.

Параметры модели деформирования и разрушения костной ткани, полученные при статических испытаниях, согласно литературным источникам, представлены в таблице. Параметры критерия разрушения (2) должны быть определены в условиях динамического разрушения. В [8] приведено полученное в условиях ударного нагружения разрушающее напряжение при сжатии $\sigma_c = 269,5$ МПа. Расчёт проведен при $\sigma_p = \sigma_c = 200$ МПа, $T_{cd} = 115,6$ МПа. Параметры разрушения губчатой ткани и мозга рассчитаны с учётом разрушающего напряжении 42,12 МПа [9].

Параметры модели

Параметр	Кортикальная кость	Губчатая кость	Мозг	Сталь
ρ_0 , г/см ³	1,853	1,116	1,0	7,85
c_0 , см/мкс	0,28	0,115	0,154	0,457
S_0	1,68	1,54	1,866	1,49
γ_0	0,9477	1,0	1,0	2,0
μ_0 , ГПа	3,79	0,68	0,048	82,0
σ_s , ГПа	–	0,029	0,0055	0,6
σ_{min} , ГПа	0,005	–	–	–
σ_{max} , ГПа	0,115	–	–	–
k	0,82	–	–	–
a_s , ГПа	0,003	0,02	0,0037	0,29
α_0	1,0002	1,0002	1,00001	1,0006
e_u^*	0,1	1,0	1,0	1,0
ξ^*	0,01	0,3	0,3	0,3
σ_{p2} , ГПа	0,088 – 0,17	–	–	–
σ_c , ГПа	0,1176 – 0,1568	–	–	–
T_{cd} , ГПа	0,0495 – 0,11564	–	–	–

Решение задачи проведено модифицированным для решения динамических задач методом конечных элементов, реализованным в пакете программ для ЭВМ [10].

На рис. 1 и 2 приведены результаты расчета взаимодействия стальных ударников одинакового диаметра цилиндрической и сферической форм с первым вариантом биоккомпозита – трехслойной пластиной: кортикальная кость – губчатая кость – кортикальная кость.

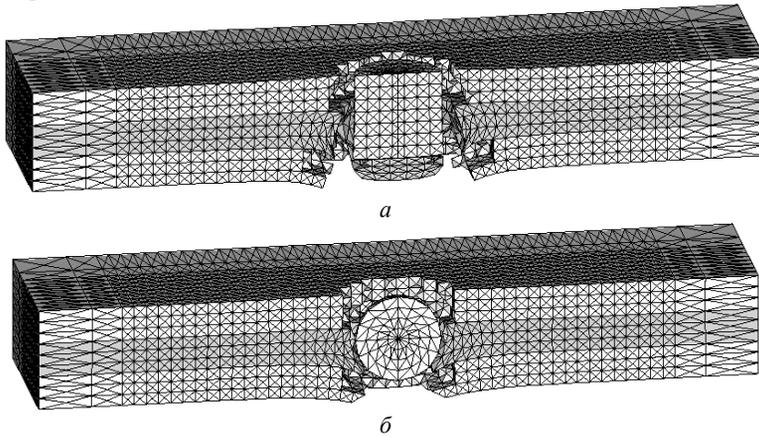


Рис. 1. Проникание в трехслойную пластину цилиндрического (а) и сферического (б) ударника. Скорость удара 500 м/с, $t = 14$ мкс

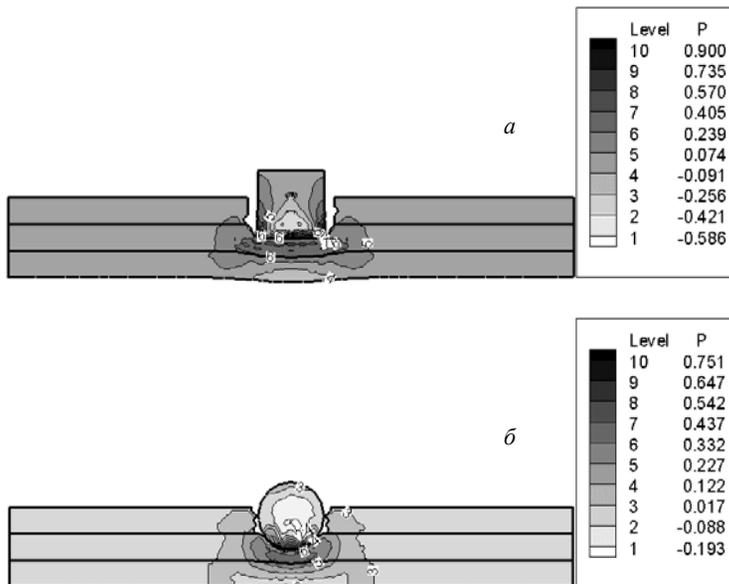


Рис. 2. Изолинии давления в трехслойной пластине при ударе цилиндрическим (а) и сферическим (б) ударником. Скорость удара 500 м/с, $t = 8$ мкс

Рассмотрим соударение биоккомпозита с цилиндрическим ударником (рис. 1, а, рис. 2, а). При ударе торцевой поверхностью ударника в кортикальном слое образуется плоская ударная волна, за фронтом которой давление достигает величины

3,5 ГПа. Она распространяется в направлении удара со скоростью 3,55 км/с. Одновременно от свободных поверхностей ударника и пластины в глубь ударно-сжатого материала распространяются волны разгрузки. За фронтом ударной волны происходят процессы образования, роста и слияния микротрещин. Интенсивность пластической деформации в поврежденном трещинами материале значительно превышает пороговый уровень, поэтому материал в области под ударником находится во фрагментированном состоянии. В момент времени 0,65 мкс ударный фронт выходит на границу раздела пластин из кортикальной кости и губчатого вещества. Происходит его расщепление на проходящую в слой из губчатого вещества волну сжатия и отраженную в кортикальный слой волну разгрузки. Взаимодействие встречных волн разгрузки, распространяющихся от лицевой и тыльной поверхностей кортикального слоя, понижает уровень сжимаемых напряжений в фрагментированном материале до нуля.

Волны разгрузки, распространяющиеся в направлении удара от свободной лицевой поверхности кортикального слоя, достигнув поверхности раздела слоев, распространяются по ударно-сжатому материалу губчатого слоя, понижая в ней уровень сжимаемых напряжений. В сторону, противоположную направлению удара, по фрагментированному материалу кортикального слоя распространяется волна сжатия.

Ударный фронт в губчатом слое, достигнув поверхности раздела с кортикальным слоем, расщепляется на проходящую и отраженную волны сжатия. Поэтому в момент времени 2 мкс максимальные сжимающие напряжения в биокомпозите достигаются под ударником у поверхности раздела губчатого и кортикального слоев ($p \approx 170$ МПа). Ударник, движущийся по фрагментированному кортикальному слою, в момент времени 6 мкс, начинает непосредственно взаимодействовать с губчатым слоем. К моменту времени 8 мкс он внедрился в губчатый слой приблизительно на половину его толщины. На рис. 2, б приведены изолинии давления в биокомпозите и ударнике на данный момент времени.

Между ударником и поверхностью раздела губчатого и кортикального слоев пластин в результате неоднократного отражения волн сжатия от лицевой поверхности ударника и поверхности раздела материалов образовалась область сжимающих напряжений, в которой давление достигает величин от 239 МПа до 570 МПа. В кортикальном слое у поверхности раздела величина давления составляет от 74 МПа до 239 МПа.

От свободной тыльной поверхности биокомпозита в сторону, противоположную направлению удара, распространяется волна разгрузки. Началось образование «выпучины» в кортикальном слое. У тыльной поверхности биокомпозита образовалась область растягивающих напряжений ($-250 \text{ МПа} < p < -90 \text{ МПа}$). С течением времени эта область увеличивается в размерах и к 10 мкс она охватывает весь материал биокомпозита, расположенный между ударником и свободной тыльной поверхностью. Однако фрагментирование поврежденного трещинами материала кортикального слоя происходит по сдвиговому механизму, так как интенсивность пластических деформаций в нем достигает критических значений раньше, чем относительный объем пор достигнет критических величин. Выкрошивание фрагментированного материала с тыльной стороны кортикального слоя приводит к образованию в биокомпозите сквозного отверстия. На рис. 1, б приведена картина пробития биокомпозита компактным цилиндрическим ударником в 14 мкс. Диаметр отверстия в первом кортикальном слое достигает 12,85 мм, в губчатом слое – 9,85 мм. Во втором кортикальном слое диаметр отверстия состав-

ляет 15,4 мм. Скорость цилиндрического ударника в этот момент времени равна 375 м/с, скорость сферического – 395 м/с.

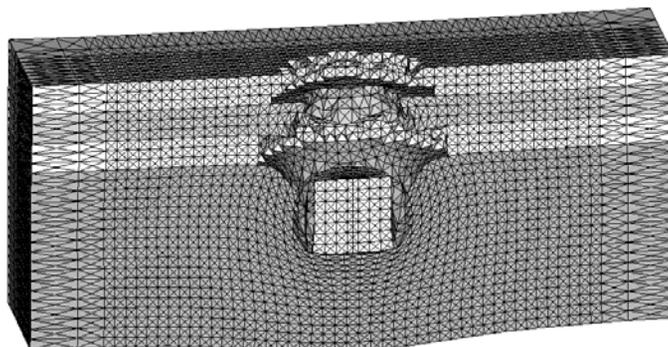
На рис. 1, б и 2, б представлены результаты соударения биокомпозита со сферическим ударником.

В момент удара шар касается пластины лишь одной точкой. Поэтому уже на начальной стадии процесса соударения формируется сложное напряженно-деформированное состояние. В области под ударником при внедрении формируется волна сжатия. В момент времени 2 мкс под ударником давление достигает величины 213 МПа. Происходит фрагментирование повреждённого трещинами материала. К моменту времени 4 мкс материал кортикального слоя под ударником полностью разрушен. В последующие моменты времени начинается непосредственное взаимодействие ударника с губчатым слоем. В области между поверхностью шара и поверхностью раздела губчатого и кортикального слоя образуется область сжимающих напряжений, давление в которой изменяется от 32 МПа до 350 МПа. По мере внедрения шара в биокомпозит область сжимающих напряжений под ударником расширяется. К моменту времени 8 мкс шар внедрился в пластину из губчатой кости на 2/3 её толщины. Давление в области между поверхностью ударника и поверхностью раздела материала достигает величины от 227 до 332 МПа. В волне сжатия, распространяющейся по кортикальному слою в сторону тыльной поверхности давление равно 227 МПа. В этой области происходит процесс фрагментации повреждённого трещинами материала. Со стороны свободной поверхности в направлении, противоположном удару, распространяются волны разгрузки. Взаимодействия встречных волн разгрузки приводит к образованию вблизи свободной поверхности области растягивающих напряжений ($p \approx -88$ МПа), однако их уровень не достаточен для роста микродефектов. Фрагментирование материала протекает по сдвиговому механизму. При 14 мкс выкрошивание фрагментированного материала с тыльной поверхности кортикального слоя привело к образованию сквозного отверстия раньше, чем ударник пробил биокомпозит. В лицевой и тыльной кортикальных пластинах диаметр отверстий одинаков и равен 10,25 мм, в пластине из губчатой кости – 7,4 мм. Скорость сферического ударника в этот момент времени равна 395 м/с.

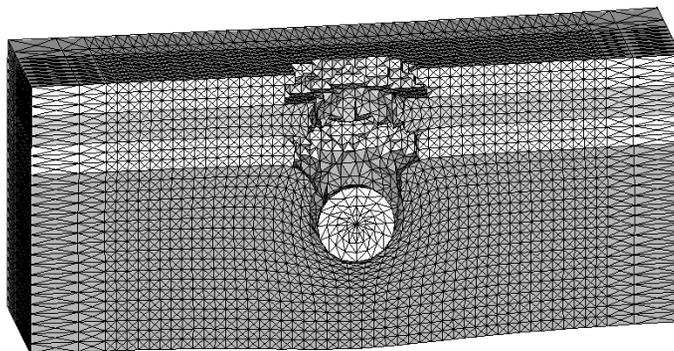
При ударе торцом цилиндрического ударника диаметр отверстия в биокомпозите примерно на 20 % больше, чем при ударе сферическим элементом.

На рис. 3, 4 приведены результаты расчетов ударного взаимодействия цилиндрического и сферического ударников с биокомпозитом второго типа: кортикальная кость – губчатая кость – кортикальная кость – вещество мозга.

На начальной стадии процесс внедрения ударников в биокомпозит протекает аналогично рассмотренному выше. Различие в напряженно-деформированном состоянии биокомпозитов начинается с момента выхода волн сжатия во второй кортикальной пластине на поверхность раздела кортикальная кость – мозг. При выходе на тыльную свободную поверхность биокомпозита первого типа волны сжатия отражаются в ударно-сжатый материал в виде волн разгрузки. Во втором случае происходит расщепление волны на отраженную в кость волну разгрузки и проходящую в мозг волну сжатия. Эти процессы хорошо прослеживаются на рис. 4. При ударном взаимодействии биокомпозита второго типа с цилиндрическим ударником в момент времени 10 мкс в области между ударником и поверхностью раздела кортикальная пластина – мозг, материал, в отличие от рассмотренного выше взаимодействия с биокомпозитом первого типа, находится под действием сжимаемых напряжений. Произошло фрагментирование по сдвиговому механизму.

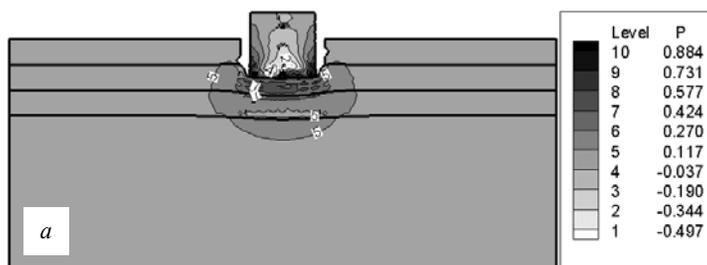


a

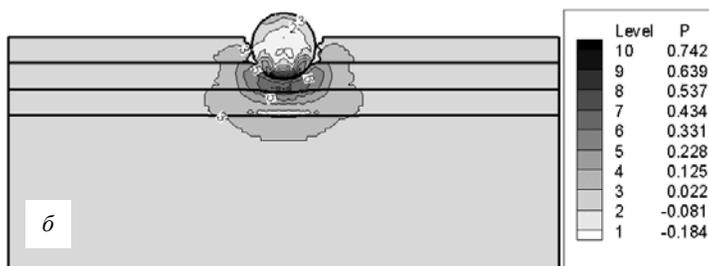


б

Рис. 3. Проникание в четырехслойную пластину цилиндрического (*a*) и сферического (*б*) ударников. Скорость удара 500 м/с, $t = 40$ мкс



a



б

Рис. 4. Изолинии давления в четырехслойной пластине при ударе цилиндрическим (*a*) и сферическим (*б*) осколками. Скорость удара 500 м/с, $t = 8$ мкс

За фронтом волны сжатия, распространяющейся по мозгу, давление достигает величины 312 МПа. Образование сквозного отверстия в костных тканях происходит гораздо позже, чем в предыдущем варианте, а именно, когда ударник непосредственно входит в контакт с мозгом. Волна сжатия, распространяющаяся по мозгу, достигнув свободной поверхности, отражается в виде волн разгрузки. Вблизи свободной поверхности в момент времени 20 мкс образуется области материала, в которой происходит рост пор под действием растягивающих напряжений ($\xi=0,078$). Однако в последующие моменты времени процесса проникания ударника, наблюдается процесс затекания пор. На рис. 3 представлена картина разрушения костной ткани при 40 мкс. В кости образовалось отверстие, параметры которого совпадают с результатами расчета взаимодействия цилиндрического и сферического ударников с биокомпозитом первого типа. Однако скорости ударников в этот момент времени выравниваются и составляют 301 м/с.

Таким образом, при фиксированной скорости удара в 500 м/с на формирование отверстия в условном аналоге плоских костей черепа основное влияние оказывает форма ударника. Наличие слоя мозга не оказывает существенного влияния на процесс его формирования.

Разработаны математическая модель поведения биокомпозита – условного аналога тонкой костной ткани и прилегающей к ней ткани мозга при нагружении высокоскоростными осколками. Полученные результаты могут быть полезны при решении проблемы ударно-волнового остеопороза [11] путем получения данных о распространении ударной волны по костной ткани при огнестрельных ранениях.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Нанотехнологии* в решении актуальных проблем военно-полевой хирургии / под ред. генерал-лейтенанта мед. службы В.В. Шаппо, проф. Р.С. Баширова, проф. А.А. Гайдаш. Томск: Изд-во ТГУ, 2007. 86 с.
2. Бергун П.И., Шукейло Ю.А. Биомеханика. СПб.: Политехника, 2000. 463 с.
3. Белов Н.Н., Югов Н.Т., Копаница Д.Г., Югов А.А. Динамика высокоскоростного удара и сопутствующие физические явления. Northampton; Томск: STT, 2005, 356 с.
4. Исаев А.Л., Велданов В.А. Разрушение бетонной плиты при пробитии её жестким индентором // Динамическая прочность и твердость конструкционных материалов: сб. статей. Киев: Изд-во Киевского высшего инженерного училища, 1988. С. 134 – 139.
5. Белов Н.Н., Югов Н.Т., Копаница Д.Г. и др. Разрушение железобетонных плит при высокоскоростном ударе // Вестник ТГАСУ. 2006. № 1. С. 5 – 10.
6. Ищенко А.Н., Белов Н.Н., Югов Н.Т. и др. Двухпараметрическое уравнение состояния тканей трубчатой кости // Современная баллистика и смежные вопросы механики: Материалы Всероссийской научной конференции. Томск: ТГУ, 2009. С. 221 – 223.
7. Гениев Г.А., Кисюк В.Н. К вопросу обобщения теории прочности бетона // Бетон и железобетон. 1965. № 2. С. 16 – 29.
8. Карлов А.В., Шахов В.П. Системы внешней фиксации и регулярные механизмы оптимальной биомеханики. Томск: STT, 2001. 480 с.
9. Баум Ф.А., Орленко М.П., Станюкович К.П. и др. Физика взрыва. М: Наука, 1975. 704 с.
10. Югов Н.Т., Белов Н.Н., Югов А.А. Расчет адиабатических нестационарных течений в трехмерной постановке (РАНЕТ-3) // Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2010611042. Москва. 2010.
11. Гайдаш А.А., Баширов Р.С., Полковов С.В. и др. Тонкая структура кости и разрушение костной ткани при импульсном нагружении (к проблеме ударно-волнового остеопороза) // Современная баллистика и смежные вопросы механики: Материалы Всероссийской научной конференции. Томск: ТГУ, 2009. С. 11 – 14.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

БЕЛОВ Николай Николаевич – доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета. E-mail: n.n.belov@mail.ru

ЮГОВ Николай Тихонович – доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета. E-mail: n.t.yugov@mail.ru

ИЩЕНКО Александр Николаевич – доктор физико-математических наук, профессор, заместитель директора по научной работе Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета.

АФАНАСЬЕВА Светлана Амед-Рызовна – доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник отдельного структурного подразделения Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета. E-mail: s.a.afanasyeva@mail.ru

ХАБИБУЛЛИН Марат Варисович – доктор физико-математических наук, профессор Томского государственного архитектурно-строительного университета. E-mail: n.n.belov@mail.ru

ЮГОВ Алексей Александрович – кандидат технических наук, докторант кафедры металлических и деревянных конструкций Томского государственного архитектурно-строительного университета. E-mail: yugalex@sibmail.com

СТУКАНОВ Анатолий Леонидович – кандидат технических наук, заведующий кафедрой инженерной графики Томского государственного архитектурно-строительного университета. E-mail: yugalex@sibmail.com

Статья принята в печать 14.04.2010 г.