УДК 519.865

В.В. Поддубный, О.В. Романович

ИМИТАЦИОННОЕ СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЫНКА ОДНОГО ТОВАРА С ОПТИМАЛЬНОЙ ДЕТЕРМИНИРОВАННОЙ СТРАТЕГИЕЙ ПОСТАВКИ ТОВАРА В УСЛОВИЯХ СТОХАСТИЧНОСТИ СПРОСА

Рассматривается имитационная модель инерционного рынка одного товара в условиях запаздывания поставок и флуктуаций покупательского спроса при оптимальной детерминированной стратегии поставки товара на рынок. Математическое описание рынка представляется рестриктивной (подчиняющейся ограничениям типа неравенств) динамической моделью с запаздывающим управлением, учитывающей случайные флуктуации покупательского спроса. Показано, что оптимальная в смысле максимума прибыли продавца стратегия поставки товара на рынок определяется условиями состояния рынка (товарного дефицита, затоваривания рынка, динамического равновесия рынка). Построен алгоритм нахождения оптимальной детерминированной стратегии поставки товара на рынок на основе упреждающей детерминированной модели рынка. Проведено имитационное моделирование и статистический анализ функционирования рынка с одновременным использованием стохастической и упреждающей детерминированной моделей.

Ключевые слова: *динамическая система*, *ограничения типа неравенств*, *запаздывающее управление*, *оптимизация*, *рынок одного товара*, *флуктуации спроса*, *статистическое имитационное моделирование.*

1. Постановка задачи

В работе [1] рынок одного товара, функционирующий в условиях запаздывания поставок товара на рынок, рассматривался как детерминированная инерционная нелинейная управляемая динамическая система, подчиняющаяся ограничениям типа неравенств. Получено точное решение задачи оптимального управления поставкой товара на рынок при детерминированном спросе на товар в указанных условиях. Было показано, что оптимальная стратегия поставки товара на рынок может быть реализована с помощью детерминированной математической модели, позволяющей точно прогнозировать состояние рынка вперёд на время запаздывания. Проведено имитационное моделирование инерционного рынка одного товара при оптимальном управлении поставкой товара на рынок в условиях запаздывания поставок. В работе [2] описывается математическая модель рынка одного товара, в которую включено влияние флуктуаций покупательского спроса на переменные, описывающие функционирование рынка в условиях запаздывания поставки товара на рынок при той же детерминированной (но уже не оптимальной) стратегии поставки товара. В настоящей работе проводится статистическое имитационное моделирование рынка с флуктуирующим покупательским спросом и исследуются его статистические характеристики.

Рассмотрим модель рынка одного товара, функционирующую в дискретном времени $t = 0,1,2,\ldots$. Пусть $P(t)$ – цена товара в момент времени t, $Q^O(t)$ – остаток товара на рынке. Стратегия заказа товара определяется переменной $Q^Z(t-\tau)$ –

объём товара, заказываемого в момент времени $t-\tau$ для поставки на рынок в момент t (предполагается запаздывание τ в поставках товара). Пусть в момент t дискретного времени спрос $Q^D(t)$ на товар при цене $P(t)$ имеет вид простейшей линейной зависимости с аддитивным членом $\xi(t)$, характеризующим случайные флуктуации спроса:

$$Q^D(t) = Q_m - aP(t) + \xi(t), \tag{1}$$

где $Q_m > 0$ и $a > 0$ – заданные константы.

Будем считать, что $\xi(t)$ – стационарный некоррелированный случайный процесс с нулевым средним значением и произвольным стандартным отклонением σ. Неотрицательность спроса обеспечим нелинейной рестриктивной зависимостью спроса от цены при любом значении σ путём усечения процесса $\xi(t)$:

$$Q^D(t) = \begin{cases} Q_m - aP(t) + \xi(t), & \text{если} \quad Q_m - aP(t) + \xi(t) > 0, \\ 0, & \text{если} \quad Q_m - aP(t) + \xi(t) \le 0. \end{cases} \tag{2}$$

Объём товара $Q(t)$, предлагаемого к продаже в момент времени t, складывается из остатка товара в объёме $Q^O(t)$ и товара в объёме $Q^Z(t-\tau)$, заказанного продавцом в момент времени $t-\tau$ (с учётом запаздывания поставки) для поставки его на рынок к моменту времени t:

$$Q(t) = Q^O(t) + Q^Z(t-\tau).$$

Тогда объём продаж $Q^S(t)$ на интервале t дискретного времени равен

$$Q^S(t) = \min\left(Q^D(t), Q^O(t) + Q^Z(t-\tau)\right), \tag{3}$$

а остатки товара удовлетворяют рекуррентному соотношению

$$Q^O(t+1) = Q^O(t) + Q^Z(t-\tau) - Q^S(t). \tag{4}$$

Будем считать целевой функцией рыночного механизма ценообразования прибыль продавца $J(t)$ в момент времени t. В рассматриваемых условиях прибыль продавца равна разности между выручкой от продажи товара и затратами на его приобретение и хранение. Если P_1 – цена закупки товара (на оптовом рынке или у производителя), P_2 – цена хранения единицы товара, не проданного на предыдущем интервале дискретного времени, то прибыль продавца в момент времени t составит величину

$$J(t) = Q^S(t)P(t) - Q^Z(t)P_1 - Q^O(t)P_2 - \frac{R}{2}\left(P(t) - P(t-1)\right)^2. \tag{5}$$

Последнее слагаемое (с коэффициентом $R > 0$) «штрафует» продавца за изменение цены товара и определяет инерционность рынка – за резкое повышение цены могут последовать санкции законодательного характера, за резкое снижение цены – «санкции» конкурентов, выражающиеся в нанесении ущерба продавцу в размере, эквивалентном этой штрафной функции.

Решим задачу нахождения такой цены товара $P(t)$ (устанавливаемой рынком) и такой дополнительной поставки $Q^Z(t-\tau)$ товара на рынок (устанавливаемой продавцом), чтобы прибыль продавца при заданной линии спроса на t-ом интервале дискретного времени была максимальной:

$$J(t) \Rightarrow \sup_{P(t),\, Q^Z(t-\tau)}. \tag{6}$$

При решении этой задачи должны выполняться ограничения на величину цены товара $P(t)$:

$$P_1 < P_{\min} < P(t) < P_{\max}(t) = (Q_m + \xi(t)) \,/\, a$$

и на величину дополнительного заказа товара $Q^Z(t-\tau) \geq 0$.

2. Стохастическая и детерминированная модели. Оптимизация цены и поставки товара

Принцип решения поставленной задачи (6) без учета возможных флуктуаций спроса описан в работе [1]. При наличии флуктуаций спроса $\xi(t)$ схема решения остаётся аналогичной и впервые представлена в работе [2]:

1) Находится оптимальная (обеспечивающая максимум прибыли продавца (5)) цена $P(t)$ товара при фиксированных значениях предыдущей цены $P(t-1)$ товара и объёма предложения $Q(t)$ (следовательно, при фиксированном объёме заказа $Q^Z(t-\tau)$):

$$J(t) \Rightarrow \max_{P(t)|Q(t)} .$$

2) Находится оптимальное значение объёма $Q(t)$ товара, предлагаемого на рынке, и заказа $Q^Z(t-\tau)$ товара в зависимости от его остатка $Q^O(t)$ на рынке.

Однако имеется важное различие между стохастической и детерминированной задачами оптимизации. В детерминированной постановке задачи в каждый момент дискретного времени t на рынок поступает оптимальный объём $Q^Z(t-\tau)$ товара, заказанного за τ шагов до момента t в условиях полной предсказуемости поведения рынка в течение этих шагов. А в стохастической постановке рынок идёт по стохастической траектории, так что предсказать точно будущий спрос на товар и найти точное значение оптимального объёма $Q^Z(t-\tau)$ поставки товара на рынок в момент $t-\tau$ невозможно (будущие значения флуктуаций спроса $\xi(t)$ ещё не известны).

Поэтому решать стохастическую задачу приходится с использованием двух моделей. Одна модель (стохастическая) является имитационной. Она моделирует стохастическую динамику рынка при известном на каждом шаге t объёме поставки $Q^Z(t-\tau)$. Другая модель (детерминированная) – скользящая упреждающая. Она запускается на каждом текущем шаге t на τ шагов вперёд с начальными условиями, выражающими состояние стохастической модели в этот момент времени, для предсказания будущего состояния рынка на момент $t+\tau$. По предсказанному состоянию производится расчёт требуемой к этому моменту времени оптимальной детерминированной поставки товара $Q^Z(t+\tau)$, которая и принимается к реализации в имитационной модели (или на настоящем рынке).

На рис. 1 приведена схема взаимодействия стохастической и детерминированной моделей рынка.

При решении как стохастической, так и детерминированной задачи (с учётом её рестриктивности в силу соотношения (3)) следует выделить области, соответствующие дефициту товара на рынке (область 1, в которой $Q(t) < Q^D(t)$), затовариванию рынка (область 2, в которой $Q(t) > Q^D(t)$) и балансу спроса и предложения (область 3, область динамического равновесия, в которой $Q(t) = Q^D(t)$). Соотношения, получаемые для стохастической модели, являются более общими. В детерминированной модели во всех формулах следует положить $\xi(t) = 0$.

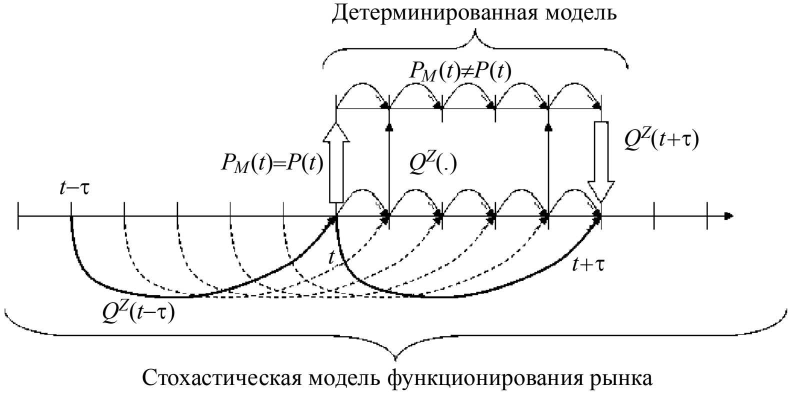

Рис. 1. Взаимодействие детерминированной и стохастической моделей рынка

1) **В области товарного дефицита** $Q(t) < Q^D(t)$, и в соответствии с соотношением (3) имеем $Q^S(t) = Q(t)$, так что

$$J(t) = Q(t)P(t) - Q(t)P_1 + Q^O(t)(P_1 - P_2) - \frac{R}{2}(P(t) - P(t-1))^2 \Rightarrow \sup_{P(t)|Q(t)}. \quad (7)$$

Это вогнутая квадратичная функция переменной $P(t)$, достигающая условного максимума при

$$P(t) = P(t-1) + \frac{Q(t)}{R} = P^{(1)}(t). \quad (8)$$

Как видим, $P^{(1)}(t)$ растет с ростом $Q(t)$ по линейному закону. Выражение (8) справедливо не при любом $Q(t)$, а лишь при $Q(t)$, удовлетворяющем условию $Q(t) < Q^D(t)$ принадлежности к области 1. Это условие с учетом (1) и (8) имеет вид

$$Q(t) < Q_m + \xi(t) - aP^{(1)}(t) = Q_m + \xi(t) - aP(t-1) - \frac{a}{R}Q(t),$$

откуда
$$Q(t) < \frac{R(Q_m + \xi(t) - aP(t-1))}{a+R} = Q^{(1)}(t). \quad (9)$$

Поскольку в силу (2) $Q^D(t) = Q_m + \xi(t) - aP^{(1)}(t) \geq 0$, возможная (допустимая) флуктуация $\xi(t)$, не приводящая к отрицательности спроса, подчиняется неравенству

$$\xi(t) \geq -(Q_m - aP(t-1)), \quad (10)$$

что обеспечивает выполнение неравенства $Q^{(1)}(t) \geq 0$. Таким образом, в области 1 $P(t)$ линейно растёт с ростом $Q(t)$ от значения

$$P^{(1)}(t)|_{Q(t)=0} = P(t-1)$$

до значения

$$P^{(1)}(t)|_{Q(t)=Q^{(1)}(t)} = \frac{Q_m + \xi(t) + RP(t-1)}{a+R} = P^{(1)}_{\max}(t),$$

причем условие принадлежности $Q(t)$ к области 1 выражается неравенством (9) с учётом (10), то есть $0 \le Q(t) < Q^{(1)}(t)$. После подстановки $P(t) = P^{(1)}(t)$ в выражение (7) для $J(t)$ имеем

$$J(t) = \frac{Q^2(t)}{2R} + (P(t-1) - P_1)Q(t) + Q^O(t)(P_1 - P_2) = J^{(1)}(t).$$

Дальнейшая оптимизация $J^{(1)}(t)$ по $Q(t)$ производится только в детерминированной модели, не содержащей в течение τ предыдущих шагов флуктуации спроса $\xi(t)$, и нужна для определения оптимального объёма поставки $Q^Z(t-\tau)$ товара продавцом.

Видно, что $J^{(1)}(t)$ монотонно растет с ростом $Q(t)$ по линейно-квадратичному закону, достигая максимального значения на границе области при $Q(t) = Q^{(1)}(t)$:

$$J^{(1)}_{\max}(t) = J^{(1)}(t)\big|_{Q(t)=Q^{(1)}(t)}.$$

Если остаток товара $Q^O(t)$ от продаж предыдущего интервала дискретного времени не превышает величину $Q^{(1)}(t)$, то дополнительный заказ и поставка товара на рынок в объеме $Q^Z(t-\tau) = Q^{(1)}(t) - Q^O(t)$ (в частности, $Q^Z(t-\tau) = 0$ при $Q^O(t) = Q^{(1)}(t)$) обеспечивает максимум прибыли. Иначе, при $Q^O(t) > Q^{(1)}(t)$, следует искать решение задачи оптимизации прибыли в областях 2 или 3.

2) **В области затоваривания рынка** $Q(t) > Q^D(t)$, и в соответствии с выражением (3) имеем $Q^S(t) = Q^D(t)$, так что с учетом (1)

$$J(t) = (Q_m + \xi(t) - aP(t))P(t) - Q(t)P_1 + Q^O(t)(P_1 - P_2) - \\ -\frac{R}{2}(P(t) - P(t-1))^2 \Rightarrow \sup_{P(t)|Q(t)}. \quad (11)$$

Это вогнутая квадратичная функция переменной $P(t)$ с точкой максимума

$$P(t) = \frac{Q_m + \xi(t) + RP(t-1)}{2a+R} = P^{(2)}(t). \quad (12)$$

При выполнении условия (10) эта величина неотрицательна и не меньше $P^{(1)}(t)$. Как видим, $P^{(2)}(t)$ не зависит от $Q(t)$ (остаётся постоянной при любом $Q(t)$ в этой области). Выражение (12) справедливо лишь при условии, что $Q(t) > Q^D(t)$, то есть при условии

$$Q(t) > Q_m + \xi(t) - aP^{(2)}(t) = \frac{(a+R)(Q_m + \xi(t)) - aRP(t-1)}{2a+R},$$

откуда
$$Q(t) > \frac{R(Q_m + \xi(t) - aP(t-1)) + a(Q_m + \xi(t))}{2a+R} = Q^{(2)}(t). \quad (13)$$

Последнее неравенство определяет условие принадлежности $Q(t)$ к области 2. Нетрудно показать, что $Q^{(2)}(t) > Q^{(1)}(t)$. В области 2 $Q(t) > Q^{(2)}(t)$. После подстановки в $J(t)$ $P(t) = P^{(2)}(t)$, не зависящего от $Q(t)$, имеем

$$J(t) = \left(Q_m + \xi(t) - aP^{(2)}(t)\right)P^{(2)}(t) - Q(t)P_1 + Q^o(t)(P_1 - P_2) - \\ -\frac{R}{2}\left(P^{(2)}(t) - P(t-1)\right)^2 = J^{(2)}(t).$$

Дальнейшая оптимизация $J^{(2)}(t)$ по $Q(t)$ производится только в детерминированной модели, не содержащей в течение τ предыдущих шагов флуктуации спроса $\xi(t)$, и нужна для определения оптимального объёма поставки $Q^Z(t-\tau)$ продавцом.

Как видим, $J^{(2)}(t)$ монотонно убывает с ростом $Q(t)$ по линейному закону, так что достигает в этой области наибольшего значения при $Q(t) = Q^{(2)}(t)$:

$$J^{(2)}_{\max}(t) = J^{(2)}(t)|_{Q(t)=Q^{(2)}(t)}.$$

Если $Q^{O}(t) < Q^{(2)}(t)$, то дополнительный заказ и поставка товара на рынок в объеме $Q^{Z}(t-\tau) = Q^{(2)}(t) - Q^{O}(t)$ обеспечивает получение этого максимума прибыли. Если же $Q^{O}(t) > Q^{(2)}(t)$, то $Q^{Z}(t-\tau) = 0$ и достигается лишь значение прибыли $J^{(2)}(t)|_{Q(t)=Q^{O}(t)} < J^{(2)}_{\max}(t)$.

3) **В области баланса спроса и предложения** (то есть в области **динамического равновесия** рынка) $Q(t) = Q^{D}(t)$ и в соответствии с выражением (3) имеем, как и в области 2, объём продаж, равный спросу, то есть $Q^{S}(t) = Q^{D}(t)$, и прибыль $J(t)$ в виде (10). Но $Q(t) = Q_m + \xi(t) - aP(t)$, откуда

$$P(t) = \frac{Q_m + \xi(t) - Q(t)}{a} = P^{(3)}(t). \tag{14}$$

Границами области 3 по $Q(t)$ являются точки $Q^{(1)}(t)$ и $Q^{(2)}(t)$:

$$Q^{(1)}(t) \le Q(t) \le Q^{(2)}(t).$$

Как видим из (13), в этой области $P^{(3)}(t)$ линейно убывает с ростом $Q(t)$ от

$$P^{(3)}(t)|_{Q(t)=Q^{(1)}(t)} = \frac{Q_m + RP(t-1)}{a+R} = P^{(1)}_{\max}(t)$$

до

$$P^{(3)}(t)|_{Q(t)=Q^{(2)}(t)} = \frac{Q_m + \xi(t) + RP(t-1)}{2a+R} = P^{(2)}(t).$$

После подстановки $P(t) = P^{(3)}(t)$ в $J(t)$ для этой области имеем

$$J(t) = Q(t)\frac{Q_m + \xi(t) - Q(t)}{a} - Q(t)P_1 + Q^{o}(t)(P_1 - P_2) -$$
$$-\frac{R}{2}\left(\frac{Q_m + \xi(t) - Q(t)}{a} - P(t-1)\right)^2 = J^{(3)}(t).$$

Дальнейшая оптимизация $J^{(3)}(t)$ по $Q(t)$ производится только в детерминированной модели, не содержащей в течение τ предыдущих шагов флуктуации спроса $\xi(t)$, и нужна для определения оптимального объёма поставки $Q^{Z}(t-\tau)$. $J^{(3)}(t)$ – вогнутая линейно-квадратичная функция переменной $Q(t)$. В точке

$$Q(t) = \frac{R(Q_m + \xi(t) - aP(t-1)) + a(Q_m + \xi(t) - aP_1)}{2a+R} = Q^{(3)}(t)$$

прибыль $J^{(3)}(t)$ достигает максимального значения. Нетрудно показать, что $Q^{(1)}(t) < Q^{(3)}(t) < Q^{(2)}(t)$, то есть точка максимума $Q^{(3)}(t)$ лежит в области 3. Максимальное значение прибыли в области 3 (при $Q^{O}(t) < Q^{(3)}(t)$)

$$J^{(3)}_{\max}(t) = J^{(3)}(t)|_{Q(t)=Q^{(3)}(t)}.$$

Это значение является и глобально максимальным, потенциально возможным при $Q^{O}(t) \le Q^{(3)}(t)$. Если же $Q^{(3)}(t) < Q^{O}(t) \le Q^{(2)}(t)$, то глобально максимальное значение прибыли не может быть достигнуто, и достигается только условно-максимальное значение (при фиксированном $Q^{O}(t)$) внутри области 3, лежащее между $J^{(3)}_{\max}(t)$ и $J^{(2)}(t)$.

3. Статистический анализ стохастической динамики рынка

Статистический анализ функционирования имитационной модели рынка в условиях стохастических флуктуаций спроса проводился в различных ситуациях, в том числе в ситуации, когда сначала, до некоторого момента времени $t = 0$ включительно, рынок находился в состоянии равновесия и флуктуации спроса отсутствовали. Равновесная цена товара $P^* = (Q_m + aP_1) / (2a)$, спрос $Q^{D*} = Q_m - aP^*$ равнялся предложению, запасы товара на складе отсутствовали ($Q^{O*} = 0$). Таким образом, в момент времени $t = 0$ цена товара P_0 оставалась равной P^*, остаток товара $Q_0 = 0$. Начиная со следующего момента, спрос начинал флуктуировать, вследствие чего рынок выводился из состояния равновесия. Флуктуации спроса моделировались последовательностью независимых нормально распределённых случайных величин с нулевым средним и одинаковой дисперсией σ^2. При этом для обеспечения неотрицательности спроса производилось его усечение в соответствии с рестриктивным преобразованием (2). Расчёты проводились при $R = 50$, $Q_m = 4$, $a = 0{,}4$, $T = 2000$, $P_0 = P^*$, $P_1 = 3$, $P_2 = 0{,}1$, $P_{\min} = P_1 + P_2$, $P_{\max} = Q_m / a$, $P^* = 6{,}5$, $Q_0 = 0$, $\tau = 7$, $\sigma = 0{,}1$. Эксперимент повторялся $N = 2000$ раз. При каждой n-й реализации имитационного моделирования рынка (прогонке модели) рекуррентно уточнялись средние значения $M(t)$, дисперсии $D(t) = \sigma^2(t)$ и функции автокорреляции $K(t, t{+}\tau) = \sigma(t)\sigma(t{+}\tau)r(t, t{+}\tau)$ всех переменных модели по схеме:

$$M_{n+1}(t) = \frac{n}{n+1} M_n(t) + \frac{1}{n+1} x_{n+1},\ M_1 = x_1,\ n = \overline{1, N-1},$$

$$D_{n+1}(t) = \frac{n-1}{n} D_n(t) + \frac{1}{n}\left(x_{n+1}(t) - M_{n+1}(t)\right)^2,\ D_1(t) = \left(x_1(t) - M_1(t)\right)^2 = 0,\ n = \overline{1, N-1},$$

$$K_{n+1}(t, t+\tau) = \frac{n-1}{n} K_n(t, t+\tau) + \frac{1}{n}\left(x_{n+1}(t) - M_{n+1}(t)\right)\left(x_{n+1}(t+\tau) - M_{n+1}(t+\tau)\right),$$

$$K_1(t, t+\tau) = 0,\ n = \overline{1, N-1}.$$

На рис. 2 – 7 изображена реализация стохастической динамики основных переменных состояния рынка вместе с их математическими ожиданиями M и границами полос разброса значений (шириной $2\sigma(t)$). Видно, что средние значения всех параметров рынка в условиях флуктуаций спроса постепенно отклоняются от начальных равновесных значений параметров детерминированного (невозмущённого) рынка и асимптотически приближаются к значениям, характеризующим статистическое равновесие. Это смещение объясняется нелинейным (именно, рестриктивным, связанным с ограничениями вида неравенств (2), (3)) характером рассматриваемой модели рынка.

Как видно на рис. 2 и 3, хаотические флуктуации спроса приводят к сравнительно медленным флуктуациям оптимальной цены и предложения товара, определяемого оптимальной детерминированной стратегией поставки товара на рынок. Остальные переменные флуктуируют достаточно быстро.

На рис. 8 представлено поведение нормированной автокорреляционной функции цены $r_P(t, t + \tau)$, полученное по $N = 2000$ прогонкам модели рынка в одних и тех же условиях. Верхняя и нижняя горизонтальные плоскости, показанные на рисунке, указывают границы 95 %-го интервала статистической незначимости функции автокорреляции, то есть статистической значимости нулевой гипотезы

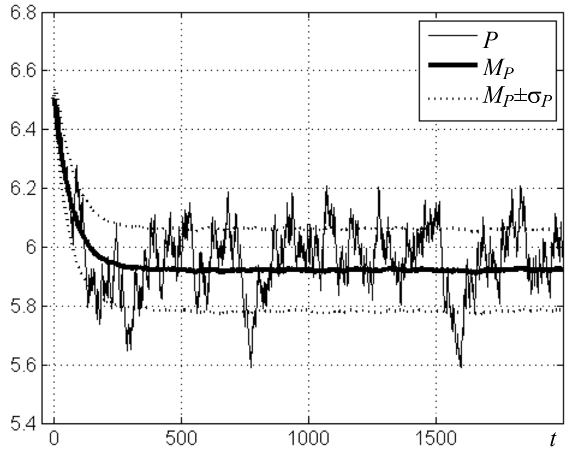

Рис. 2. Динамика цены товара

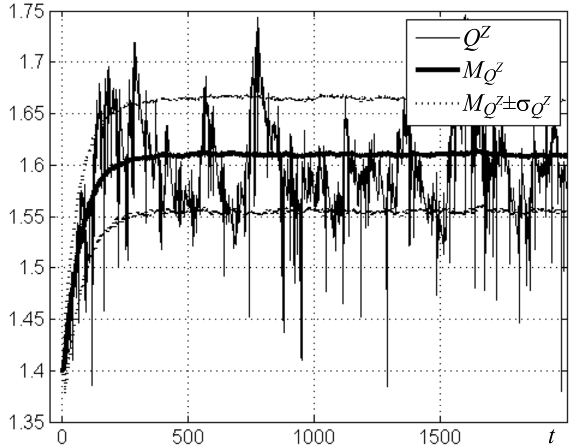

Рис. 3. Стратегия заказа товара

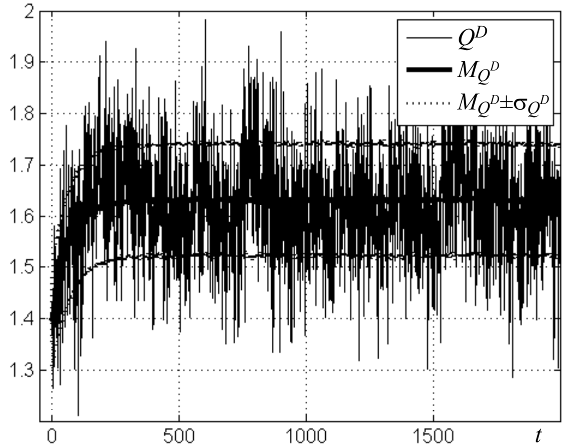

Рис. 4. Покупательский спрос

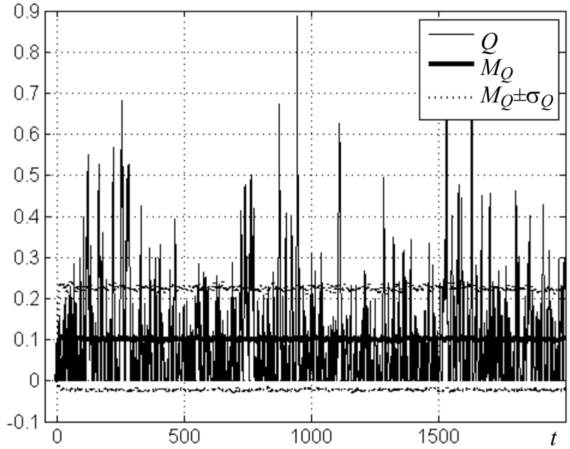

Рис. 5. Остаток непроданного товара

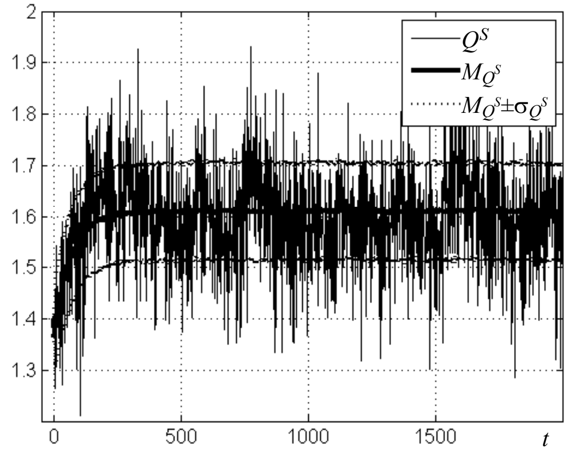

Рис. 6. Динамика продаж

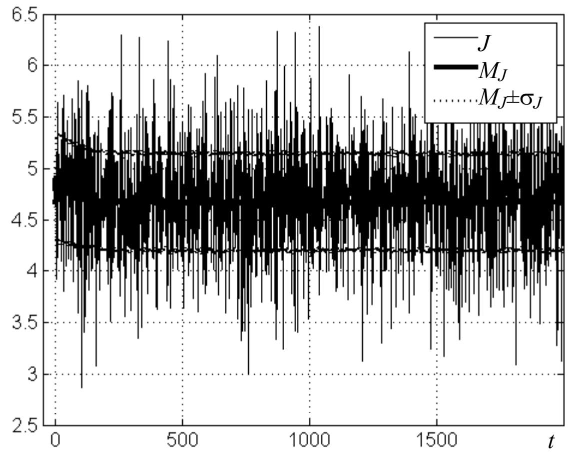

Рис. 7. Динамика прибыли

H_0: $r(t, t+\tau) = 0$ о некоррелированности флуктуаций. Они определяются t-критерием Стьюдента и равны $\pm 1\Big/\sqrt{1+(N-2)\big/t^2_{N-2,\,0{,}975}} = \pm\, 0{,}0438$, где $t_{N-2,\,0{,}975}$ – квантиль уровня 0,975 распределения Стьюдента с $N-2$ степенями свободы. Как видно на рис. 8, при критическом уровне значимости 5 %-й корреляции значений цены товара статистически значимо отличаются от нуля для всех значений параметра τ сдвига в интервале от $\tau = 1$ до $\tau = 200$, не менее. Аналогично ведёт себя и функция автокорреляции $r_Q{}^Z(t,t+\tau)$ предложения (заказа) товара. Все остальные переменные имеют слабо коррелированные во времени значения. Наименее автокоррелированы остатки Q^O непроданного товара, функция автокорреляции $r_Q{}^O(t,t+\tau)$ которых приведена на рис. 9. Поверхности функций автокорреляции объёма Q^S продаж, спроса Q^D и прибыли J имеют вид, промежуточный между поверхностями, изображёнными на рис. 8 и 9, но ближе к рис. 9. Почти всюду их автокорреляции практически статистически незначимы.

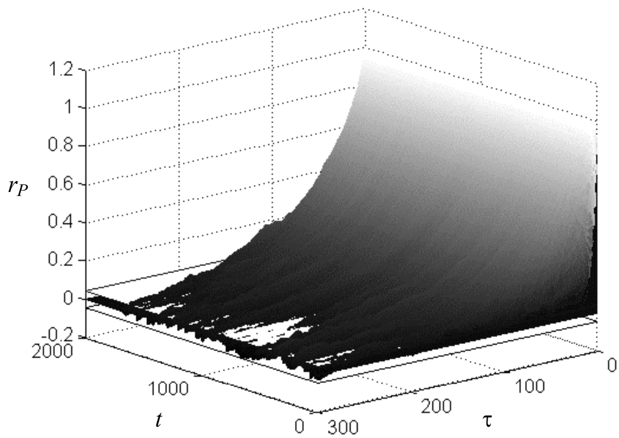

Рис. 8. Нормированная автокорреляционная функция цены и границы 95 %-го интервала её незначимости

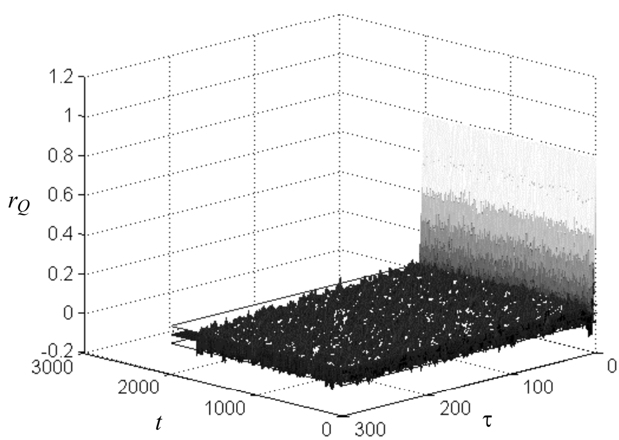

Рис. 9. Нормированная автокорреляционная функция остатков и границы 95 %-го интервала её незначимости

Заключение

Итак, в работе получены точные соотношения, определяющие имитационную математическую модель оптимального (по критерию максимума прибыли продавца) инерционного рынка одного товара в условиях запаздывания поставок товара на рынок и флуктуаций покупательского спроса. Построена оптимальная детерминированная стратегия поставки товара на рынок. Показано, что в силу нелинейности модели случайные колебания спроса отклоняют статистическое равновесие рынка от детерминированного равновесия.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Поддубный В.В.*, *Романович О.В.* Рестриктивная динамическая модель инерционного рынка одного товара с оптимальной поставкой товара на рынок в условиях запаздывания // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2011. 4(17). С. 16–24.
2. *Поддубный В.В.*, *Романович О.В.* Имитационная модель рынка одного товара с оптимальной детерминированной стратегией поставки товара в условиях стохастичности спроса // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2011): Материалы X Всероссийской научно-практической конференции с международным участием (25–26 ноября 2011 г.). Томск: Изд-во Том. ун-та, 2011. Ч. 2. – С. 47–53.

Поддубный Василий Васильевич
Романович Ольга Владимировна
Томский государственный университет
E-mail: vvpoddubny@gmail.com; njkm@ngs.ru

Поступила в редакцию 1 декабря 2011 г.

Poddubny Vasily V., *Romanovich Olga V.* (Tomsk State University). **Simulation statistical modeling of the market of one goods with the optimal deterministic strategy of the delivery of goods under condition of stochastic demand**.

Keywords: dynamic system, restrictions of an inequality type, time-lag control, optimization, market of one goods, casual fluctuations of demand, statistical simulation modeling.

The simulation model of the inertial market of one goods is considered under conditions of delivery time-lag and casual fluctuations of the purchase requirement under the optimal deterministic strategy of the supply of goods to the market. The mathematical description of the market is given by the restrictive (because of restrictions of inequalities type) dynamic model with the time-lag of control taking into account casual fluctuations of the purchase requirement. It was shown that the optimal (in the sense of the maximum profit of the seller) strategy of the goods delivery to the market is determining by the market conditions (commodity deficit, overstocking of the market, or the dynamic balance state of the market). The algorithm of the finding of optimum deterministic strategy of the delivery of goods to the market is constructed with using of the forecasting deterministic model of the market. The simulation modeling and statistical analysis of the market dynamics are organized with simultaneous use of the stochastic model and of the forecasting deterministic model. The statistical simulation of the model behavior is performed; average values, variances, and auto-correlation functions for all variables of the model are investigated. It is shown that in view of non-linearity of the model the casual fluctuations of demand shift the statistical equilibrium of the market from its deterministic equilibrium.