МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 519.21

А.М. Горцев, Л.А. Нежельская

О СВЯЗИ МС-ПОТОКОВ И МАР-ПОТОКОВ СОБЫТИЙ

Показывается, что синхронный МС-поток событий является частным случаем МАР-потока событий первого порядка. Вводится понятие МАР-потока событий второго порядка. Показывается, что асинхронный МС-поток событий и полусинхронный МС-поток событий являются частными случаями МАР-потока событий второго порядка.

Ключевые слова: *МС-поток событий*, *асинхронный*, *полусинхронный*, *синхронный потоки событий*, *МАР-поток событий первого* (*второго*) *порядка.*

Математические модели теории массового обслуживания широко применяются при описании реальных физических, технических и других процессов и систем. В связи с бурным развитием компьютерной техники и информационных технологий появилась еще одна важная сфера приложений теории массового обслуживания – проектирование и создание информационно-вычислительных сетей, компьютерных, спутниковых сетей связи, телекоммуникационных сетей и т.п. Усложнение структуры информационно-телекоммуникационных систем, интеграция различных систем связи, разнообразие программного и аппаратного обеспечения, протоколов передачи данных привели в конце 80-х – начале 90-х годов прошлого века к созданию цифровых сетей интегрального обслуживания (Integrated Services Digital Networks – ISDN). Данные сети характеризуются тем, что по единым аппаратным средствам совместно передаются самые разнообразные виды информации – большие массивы данных, речь и видео в цифровой форме, факсимиле и т.д. При этом теория построения математических моделей функционирования информационно-телекоммуникационных систем, существовавшая до середины 80-х годов прошлого века, во многом становится непригодной для анализа информационных процессов, протекающих в ISDN. В связи с этим в это же время была предпринята успешная попытка создания адекватных математических моделей информационных потоков в телекоммуникационных системах, так называемых дважды стохастических потоков событий.

На практике параметры, определяющие входящий поток событий, известны либо частично, либо вообще неизвестны, либо (что ещё больше ухудшает ситуацию) они изменяются со временем, при этом изменения часто носят случайный характер, последнее и приводит к рассмотрению дважды стохастических потоков событий. По-видимому, одной из первых работ в этом направлении явилась статья [1], в которой дважды стохастический поток определяется как поток, интенсивность которого есть случайный процесс. Дважды стохастические потоки событий можно разделить на два класса: к первому классу относятся потоки, интенсивность которых есть непрерывный случайный процесс; ко второму классу относятся потоки, интенсивность которых есть кусочно-постоянный случайный процесс с конечным числом состояний. Подчеркнем, что потоки второго класса впервые введены в рассмотрение практически одновременно в 1979 г. в статьях [2–4]. В [2, 3] введённые потоки названы MC (Markov chain)-потоками; в [4] – MVP (Markov versatile processes)-потоками. Отметим, что MC-потоки событий наиболее характерны для реальных телекоммуникационных сетей. В свою очередь, в зависимости от того, каким образом происходит переход из состояния в состояние, MC-потоки можно разделить на три типа:

1) синхронные потоки событий – потоки с интенсивностью, для которой переход из состояния в состояние происходит в случайные моменты времени, являющиеся моментами наступления событий [5, 6];

2) асинхронные потоки событий – потоки с интенсивностью, для которой переход из состояния в состояние происходит в случайные моменты времени и не зависит от моментов наступления событий [7, 8];

3) полусинхронные потоки событий – потоки, у которых для одного множества состояний справедливо определение первого типа, а для остальных состояний справедливо определение второго типа [9].

Здесь указаны ссылки, в которых авторы впервые рассматривали MC-потоки событий в соответствии с приведенной классификацией. Наиболее обширная литература по рассматриваемым типам MC-потоков событий приведена в [10–12].

Режимы функционирования системы массового обслуживания непосредственно зависят от параметров MC-потока и состояний, в которых находится поток. Если система обслуживания функционирует в условиях полной (все параметры потока априорно неизвестны) либо частичной (часть параметров потока априорно неизвестна) неопределенности, то возникает задача оценки параметров потока по наблюдениям за потоком (по наблюдениям за моментами наступления событий) [6, 13, 14]. Что касается состояний MC-потока событий, то даже тогда, когда поток функционирует в условиях отсутствия априорной неопределенности (параметры потока полностью известны), сказать о том, в каком состоянии находится поток в тот или иной момент времени без наблюдений за потоком, возможно только на основании априорных данных. В этом случае возникает задача оценки состояний потока событий (задача фильтрации интенсивности MC-потока) по наблюдениям за моментами наступления событий [5, 7–12, 15, 16].

Одними из первых работ по оценке состояний MC-потоков событий, по-видимому, являются [7, 8, 17], в которых рассматриваются асинхронные MC-потоки с двумя и произвольным числом состояний, по оценке параметров – работа [18]. Практически все задачи, связанные с оценкой состояний и параметров MC-потоков событий, докладывались на Белорусских школах-семинарах начиная с 1985 г.

Предыдущее изложение связано с MC-потоками событий, которые, как уже указывалось, введены в рассмотрение в [2, 3]. Параллельно, начиная с момента выхода статьи [4] велась интенсивная работа по созданию математических моделей так называемых BMAP (Batch Markovian Arrival Process)-потоков. Центральной работой в этом направлении явилась статья [19]. В монографии [20] сконцентрированы исследования белорусских авторов по системам массового обслуживания с BMAP-потоками.

В настоящей статье делается попытка установления связи MC-потоков (синхронных, асинхронных и полусинхронных) с MAP-потоками событий, являющихся частным случаем BMAP-потоков.

1. Связь синхронного МС-потока событий с MAP-потоком первого порядка

Число состояний МС-потока и MAP-потока событий в дальнейшем изложении берется равным двум. В соответствии с [20] определение MAP-потока событий выглядит следующим образом. Имеется поток событий с интенсивностью, представляющей собой кусочно-постоянный случайный процесс $\lambda(t)$ с двумя состояниями $\lambda(t)=\lambda_1$ либо $\lambda(t)=\lambda_2$ ($\lambda_1>\lambda_2$). Процесс $\lambda(t)$ принципиально не наблюдаем. Время пребывания процесса $\lambda(t)$ в i-ом состоянии есть случайная величина с экспоненциальной функцией распределения $F_i(t)=1-e^{-\lambda_i t}$, $i=1,2$. В момент окончания i-го состояния процесса $\lambda(t)$ возможны следующие ситуации, каждая из которых происходит мгновенно: 1) процесс $\lambda(t)$ переходит из i-го состояния в i-е, и наступает событие потока в i-м состоянии; совместная вероятность этой ситуации – $P(\lambda_i\to\lambda_i, 1)=P_1(\lambda_i\mid\lambda_i)$, i=1,2; 2) процесс $\lambda(t)$ переходит из i-го состояния в j-е, и наступает событие потока; совместная вероятность этой ситуации – $P(\lambda_i\to\lambda_j, 1)=$ $=P_1(\lambda_j\mid\lambda_i)$ (i, j=1, 2; $i\neq j$); 3)процесс $\lambda(t)$ переходит из i-го состояния в j-е и событие потока не наступает; совместная вероятность этой ситуации – $P(\lambda_i\to\lambda_j, 0)=$ $=P_0(\lambda_j\mid\lambda_i)$ (i, j=1, 2; $i\neq j$). При этом $P_1(\lambda_i\mid\lambda_i)+P_1(\lambda_j\mid\lambda_i)+P_0(\lambda_j\mid\lambda_i)=1$; i, j=1, 2; $i\neq j$. Матрица инфинитезимальных коэффициентов имеет блочный вид:

$$D=\left\|\begin{matrix}-\lambda_1 & \lambda_1P_0(\lambda_2\mid\lambda_1)\\ \lambda_2P_0(\lambda_1\mid\lambda_2) & -\lambda_2\end{matrix}\left|\begin{matrix}\lambda_1P_1(\lambda_1\mid\lambda_1) & \lambda_1P_1(\lambda_2\mid\lambda_1)\\ \lambda_2P_1(\lambda_1\mid\lambda_2) & \lambda_2P_1(\lambda_2\mid\lambda_2)\end{matrix}\right.\right\|=\|D_0\mid D_1\|, \qquad (1)$$

матрица D_0 описывает ситуацию, когда на полуинтервале $[t, t+\Delta t)$, где Δt – достаточно малая величина, событие потока отсутствует; матрица D_1– когда на полуинтервале $[t, t+\Delta t)$ наступило событие потока.

Сделаем важное замечание. В приведенном определении MAP-потока в явном виде не оговаривается, в каком состоянии процесса $\lambda(t)$ наступает событие потока при переходе процесса $\lambda(t)$ из первого (второго) состояния во второе (в первое), так как $P_1(\lambda_j\mid\lambda_i)$ (i, j=1, 2; $i\neq j$) – совместная вероятность перехода процесса $\lambda(t)$ из состояния i в состояние j и наступления события потока при этом переходе. Другими словами, не оговаривается, что первично: наступление события потока или переход процесса из состояния i в состояние j.

В связи со сделанным замечанием, во-первых, отметим, что в реальных потоках событий, моделями которых являются MAP-потоки, событие потока (в момент окончания того или иного состояния процесса $\lambda(t)$) наступает с полной определенностью в первом либо во втором состояниях процесса $\lambda(t)$, т.е. установлена причинно-следственная связь: первично наступление события потока, вторичен переход процесса $\lambda(t)$ из состояния в состояние либо наоборот. Во-вторых, в задачах расчета характеристик потока, например среднего числа событий, наступивших в единицу времени в том или ином состоянии процесса $\lambda(t)$, в задачах оценки параметров MAP-потока событий данное обстоятельство необходимо учитывать, иначе расчеты во многих случаях будут некорректными.

Вследствие этого можно выделить четыре вида MAP-потоков событий, которые в дальнейшем будем называть MAP-потоками событий первого порядка и обозначать MAP-1-потоки:

1) MAP-поток, в котором в момент окончания того или иного состояния процесса $\lambda(t)$ первично наступление события (Event) как в первом, так и во втором состояниях, вторичен переход из состояния в состояние (обозначение: MAP-1E);

2) MAP-поток, в котором в момент окончания того или иного состояния первичен переход (Tranzition) из состояния в состояние, вторично наступление события (обозначение: MAP-1T);

3) MAP-поток, в котором в момент окончания первого состояния процесса $\lambda(t)$ первично наступление события, вторичен переход из первого состояния во второе; в момент окончания второго состояния процесса $\lambda(t)$ первичен переход из второго состояния в первое, вторично наступление события (обозначение: MAP-1ET);

4) MAP-поток, в котором в момент окончания первого состояния процесса $\lambda(t)$ первичен переход из первого состояния во второе, вторично наступление события; в момент окончания второго состояния процесса $\lambda(t)$ первично наступление события, вторичен переход из второго состояния в первое (обозначение: MAP-1TE).

Таким образом, для MAP-потока первого порядка имеем следующую таблицу классификации:

MAP-1 (MAP-поток событий первого порядка)			
MAP-1E	MAP-1T	MAP-1ET	MAP-1TE

Подчеркнем, что все четыре вида MAP-потока первого порядка на полуинтервале $[\, t, t+\Delta t\,)$ описываются матрицей инфинитезимальных коэффициентов (1).

Сделаем еще одно змечание. Можно представить более общую модель MAP-потока событий первого порядка. Пусть в момент окончания первого состояния процесса $\lambda(t)$ наступление события потока в первом состоянии с последующим переходом процесса $\lambda(t)$ из первого состояния во второе реализуется с вероятностью $p_1^{(1)}$; наоборот, переход процесса $\lambda(t)$ из первого состояния во второе с последующим наступлением события потока во втором состоянии реализуется с вероятностью $p_2^{(1)}$ ($p_1^{(1)} + p_2^{(1)} = 1$). В момент окончания второго состояния процесса $\lambda(t)$ наступление события потока во втором состоянии с последующим переходом процесса $\lambda(t)$ из второго состояния в первое реализуется с вероятностью $p_1^{(2)}$; наоборот, переход процесса $\lambda(t)$ из второго состояния в первое с последующим наступлением события потока в первом состоянии реализуется с вероятностью $p_2^{(2)}$ ($p_1^{(2)} + p_2^{(2)} = 1$). Другими словами, в момент окончания того или иного состояния процесса $\lambda(t)$ случайным (random) образом разыгрывается последовательность действий: «наступление события – переход» либо «переход – наступление события». Обозначение рандомизированной модели: MAP-1R.

Если положить в модели MAP-1R-потока $p_1^{(1)} = 1$, $p_1^{(2)} = 1$, то имеет место поток MAP-1E; если положить $p_1^{(1)} = 0$, $p_1^{(2)} = 0$, то – поток MAP-1T; если положить $p_1^{(1)} = 1$, $p_1^{(2)} = 0$, то – поток MAP-1ET; если положить $p_1^{(1)} = 0$, $p_1^{(2)} = 1$, то – поток MAP-1TE. Наконец, подчеркнем, что все виды MAP-потоков первого порядка, в том числе и MAP-1R, определяются матрицей инфинитезимальных коэффициентов (1).

Положим в матрице (1) $P_0(\lambda_2 \mid \lambda_1) = P_0(\lambda_1 \mid \lambda_2) = 0$, $P_1(\lambda_1 \mid \lambda_1) = 1 - p$, $P_1(\lambda_2 \mid \lambda_1) = p$; $P_1(\lambda_2 \mid \lambda_2) = 1 - q$, $P_1(\lambda_1 \mid \lambda_2) = q$, тогда имеем матрицу

$$D^{(s)}=\left\|\begin{matrix}-\lambda_1 & 0\\ 0 & -\lambda_2\end{matrix}\middle|\begin{matrix}(1-p)\lambda_1 & p\lambda_1\\ q\lambda_2 & (1-q)\lambda_2\end{matrix}\right\|=\left\|D_0^{(s)}\middle|D_1^{(s)}\right\|,$$

описывающую синхронный поток событий [5, 6, 14, 16]. Так как в синхронном потоке в момент окончания того или иного состояния процесса $\lambda(t)$ первично наступление события потока, а вторичен переход из состояния в состояние, то синхронный поток есть частный случай потока MAP-1E.

2. Связь асинхронного и полусинхронного потоков событий с MAP-потоком второго порядка

Введем в рассмотрение два MAP-потока первого порядка: $\mathrm{MAP}^{(1)}$-1, $\mathrm{MAP}^{(2)}$-1. Поток $\mathrm{MAP}^{(1)}$-1 описан в разделе 1 и для всех его видов, включая модель $\mathrm{MAP}^{(1)}$-1R, имеет место блочная матрица инфинитезимальных коэффициентов:

$$D^{(1)}=\left\|\begin{matrix}-\lambda_1 & \lambda_1 P_0^{(1)}(\lambda_2|\lambda_1)\\ \lambda_2 P_0^{(1)}(\lambda_1|\lambda_2) & -\lambda_2\end{matrix}\middle|\begin{matrix}\lambda_1 P_1^{(1)}(\lambda_1|\lambda_1) & \lambda_1 P_1^{(1)}(\lambda_2|\lambda_1)\\ \lambda_2 P_1^{(1)}(\lambda_1|\lambda_2) & \lambda_2 P_1^{(1)}(\lambda_2|\lambda_2)\end{matrix}\right\|=\left\|D_0^{(1)}\middle|D_1^{(1)}\right\|, \qquad (2)$$

где $P_1^{(1)}(\lambda_i\mid\lambda_i)+P_1^{(1)}(\lambda_j\mid\lambda_i)+P_0^{(1)}(\lambda_j\mid\lambda_i)=1;\ i,j=1,2;\ i\neq j.$

Поток $\mathrm{MAP}^{(2)}$-1 отличается от потока $\mathrm{MAP}^{(1)}$-1 только тем, что длительность пребывания процесса $\lambda(t)$ в i-м состоянии есть случайная величина с экспоненциальной функцией распределения $F_i^{(2)}(t)=1-e^{-\alpha_i t},\ i=1,2.$ Блочная матрица инфинитезимальных коэффициентов для всех вариантов потока $\mathrm{MAP}^{(2)}$-1, аналогичных вариантам потока $\mathrm{MAP}^{(1)}$-1, при этом имеет вид

$$D^{(2)}=\left\|\begin{matrix}-\alpha_1 & \alpha_1 P_0^{(2)}(\lambda_2|\lambda_1)\\ \alpha_2 P_0^{(2)}(\lambda_1|\lambda_2) & -\alpha_2\end{matrix}\middle|\begin{matrix}\alpha_1 P_1^{(2)}(\lambda_1|\lambda_1) & \alpha_1 P_1^{(2)}(\lambda_2|\lambda_1)\\ \alpha_2 P_1^{(2)}(\lambda_1|\lambda_2) & \alpha_2 P_1^{(2)}(\lambda_2|\lambda_2)\end{matrix}\right\|=\left\|D_0^{(2)}\middle|D_1^{(2)}\right\|, \qquad (3)$$

где $P_1^{(2)}(\lambda_i\mid\lambda_i)+P_1^{(2)}(\lambda_j\mid\lambda_i)+P_0^{(2)}(\lambda_j\mid\lambda_i)=1;\ i,j=1,2;\ i\neq j.$

Определим MAP-поток второго порядка как суперпозицию (простую сумму) двух MAP-потоков первого порядка: $\mathrm{MAP}^{(1)}$-1 и $\mathrm{MAP}^{(2)}$-1. Так как каждый из указанных MAP-потоков первого порядка имеет четыре вида, то MAP-поток второго порядка будет иметь 16 видов. Обозначим поток $\mathrm{MAP}^{(k)}$-1E через $\mathrm{MAP}_1{}^{(k)}$; поток $\mathrm{MAP}^{(k)}$-1T через $\mathrm{MAP}_2{}^{(k)}$; поток $\mathrm{MAP}^{(k)}$-1ET через $\mathrm{MAP}_3{}^{(k)}$; поток $\mathrm{MAP}^{(k)}$-1TE через $\mathrm{MAP}_4{}^{(k)}$; $k=1,2$. Каждый вид MAP-потока второго порядка обозначим парой MAP-потоков первого порядка: $\left(\mathrm{MAP}_i^{(1)},\mathrm{MAP}_j^{(2)}\right)$, $i,j=\overline{1,4}$. Тогда все виды MAP-потока второго порядка представимы в виде матрицы MAP-2=$\left\|\left(\mathrm{MAP}_i^{(1)},\mathrm{MAP}_j^{(2)}\right)\right\|_1^4$. Элемент матрицы MAP-2 соответствует MAP-потоку второго порядка $\mathrm{MAP}^{(i,j)}$-2=$\left(\mathrm{MAP}_i^{(1)},\mathrm{MAP}_j^{(2)}\right)$, $i,j=\overline{1,4}$. Обозначим через $\mathrm{MAP}^{(1)}$-1R рандомизированную модель потока $\mathrm{MAP}^{(1)}$-1, в которой рандомизированное правило выбора, описанное в разделе 1, определяется вероятностями $p_1^{(1)}$, $p_2^{(1)}$ и $p_1^{(2)}$, $p_2^{(2)}$; через $\mathrm{MAP}^{(2)}$-1R обозначим рандомизированную модель потока $\mathrm{MAP}^{(2)}$-1, в которой рандомизированное правило определяется аналогичными вероятностями $q_1^{(1)}, q_2^{(1)}$ ($q_1^{(1)}+q_2^{(1)}=1$); $q_1^{(2)}, q_2^{(2)}$ ($q_1^{(2)}+q_2^{(2)}=1$).

Тогда рандомизированная модель MAP-потока второго порядка есть суперпозиция рандомизированных моделей MAP-потоков первого порядка: MAP-2R=$\left(\text{MAP}^{(1)}-1\text{R},\text{MAP}^{(2)}-1R\right)$. Для всех видов MAP-потока второго порядка, включая модель MAP-2R, имеет место блочная матрица инфинитезимальных коэффициентов $D^{(1,2)}$, являющаяся суммой матриц инфинитезимальных коэффициентов (2) и (3):

$$D^{(1,2)}=\left\|\begin{matrix}-(\lambda_1+\alpha_1) & \lambda_1 P_0^{(1)}(\lambda_2\,|\,\lambda_1)+\alpha_1 P_0^{(2)}(\lambda_2\,|\,\lambda_1) \\ \lambda_2 P_0^{(1)}(\lambda_1\,|\,\lambda_2)+\alpha_2 P_0^{(2)}(\lambda_1\,|\,\lambda_2) & -(\lambda_2+\alpha_2)\end{matrix}\right|$$

$$\left.\begin{matrix}\lambda_1 P_1^{(1)}(\lambda_1|\lambda_1)+\alpha_1 P_1^{(2)}(\lambda_1|\lambda_1) & \lambda_1 P_1^{(1)}(\lambda_2|\lambda_1)+\alpha_1 P_1^{(2)}(\lambda_2|\lambda_1) \\ \lambda_2 P_1^{(1)}(\lambda_1|\lambda_2)+\alpha_2 P_1^{(2)}(\lambda_1|\lambda_2) & \lambda_2 P_1^{(1)}(\lambda_2|\lambda_2)+\alpha_2 P_1^{(2)}(\lambda_2|\lambda_2)\end{matrix}\right\|=\left\|D_0^{(1,2)}\,\middle|\,D_1^{(1,2)}\right\|. \quad (4)$$

Положим в матрице (4)

$$P_0^{(1)}(\lambda_2\,|\,\lambda_1)=P_0^{(1)}(\lambda_1\,|\,\lambda_2)=P_1^{(1)}(\lambda_2\,|\,\lambda_1)=P_1^{(1)}(\lambda_1\,|\,\lambda_2)=0;$$

$$P_1^{(1)}(\lambda_1\,|\,\lambda_1)=P_1^{(1)}(\lambda_2\,|\,\lambda_2)=1;$$

$$P_1^{(2)}(\lambda_1\,|\,\lambda_1)=P_1^{(2)}(\lambda_2\,|\,\lambda_1)=P_1^{(2)}(\lambda_1\,|\,\lambda_2)=P_1^{(2)}(\lambda_2\,|\,\lambda_2)=0;$$

$$P_0^{(2)}(\lambda_2\,|\,\lambda_1)=P_0^{(2)}(\lambda_1\,|\,\lambda_2)=1,$$

тогда имеем матрицу

$$D^{(as)}=\left\|\begin{matrix}-(\lambda_1+\alpha_1) & \alpha_1 \\ \alpha_2 & -(\lambda_2+\alpha_2)\end{matrix}\,\middle|\,\begin{matrix}\lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2\end{matrix}\right\|=\left\|D_0^{(as)}\,\middle|\,D_1^{(as)}\right\|,$$

описывающую асинхронный (asynchronous) поток событий [7, 8, 11, 13, 17, 18], который также носит название MMP (Markov Modulated Poisson) – поток [21]. Для асинхронного потока в момент окончания первого (второго) состояния процесса $\lambda(t)$ возможны следующие варианты дальнейшего поведения процесса $\lambda(t)$: 1) наступает событие потока и процесс $\lambda(t)$ с вероятностью единица переходит в первое (второе) состояние; 2) событие потока не наступает и процесс $\lambda(t)$ с вероятностью единица переходит во второе (в первое) состояние. Вследствие этого асинхронный поток есть частный случай потока MAP$^{(1,1)}$-2 либо потока MAP$^{(1,2)}$-2.

Положим в матрице (4)

$$P_0^{(1)}(\lambda_2\,|\,\lambda_1)=P_0^{(1)}(\lambda_1\,|\,\lambda_2)=P_1^{(1)}(\lambda_2\,|\,\lambda_1)=P_1^{(1)}(\lambda_1\,|\,\lambda_2)=0;$$

$$P_1^{(1)}(\lambda_1\,|\,\lambda_1)=P_1^{(1)}(\lambda_2\,|\,\lambda_2)=1;\ P_1^{(2)}(\lambda_1\,|\,\lambda_1)=P_1^{(2)}(\lambda_2\,|\,\lambda_2)=0;$$

$$P_0^{(2)}(\lambda_2\,|\,\lambda_1)=1-p;\ P_0^{(2)}(\lambda_1\,|\,\lambda_2)=1-q;\ P_1^{(2)}(\lambda_2\,|\,\lambda_1)=p;\ P_1^{(2)}(\lambda_1\,|\,\lambda_2)=q,$$

тогда имеем матрицу

$$D^{(gas)}=\left\|\begin{matrix}-(\lambda_1+\alpha_1) & (1-p)\alpha_1 \\ (1-q)\alpha_2 & -(\lambda_2+\alpha_2)\end{matrix}\,\middle|\,\begin{matrix}\lambda_1 & p\alpha_1 \\ q\alpha_2 & \lambda_2\end{matrix}\right\|=\left\|D_0^{(gas)}\,\middle|\,D_1^{(gas)}\right\|,$$

описывающую обобщенный (generalized) асинхронный поток событий [10]. Для обобщенного асинхронного потока в момент окончания первого (второго) состояния процесса $\lambda(t)$ возможны следующие варианты дальнейшего поведения процесса $\lambda(t)$: 1) наступает событие потока и процесс $\lambda(t)$ с вероятностью единица переходит в первое (второе) состояние; 2) событие потока не наступает и процесс

$\lambda(t)$ с вероятностью единица переходит во второе (в первое) состояние и с вероятностью p во втором состоянии (с вероятностью q в первом состоянии) наступает событие потока; 3) событие потока не наступает и процесс $\lambda(t)$ с вероятностью единица переходит во второе (в первое) состояние и с вероятностью $1-p$ событие потока во втором состоянии (с вероятностью $1-q$ событие потока в первом состоянии) не наступает. Вследствие этого обобщенный асинхронный поток есть частный случай потока MAP$^{(1,2)}$-2.

Положим в матрице (4)

$$\alpha_1=0, \alpha_2=\alpha\,;\; P_0^{(1)}\,(\lambda_2\mid\lambda_1)\;=P_0^{(1)}\,(\lambda_1\mid\lambda_2)\;=P_1^{(1)}\,(\lambda_1\mid\lambda_2)\;=0\,;$$

$$P_1^{(1)}\,(\lambda_1\mid\lambda_1)\;=1-p\,,\; P_1^{(1)}\,(\lambda_2\mid\lambda_1)=p\,;\; P_1^{(1)}\,(\lambda_2\mid\lambda_2)\;=1\,;$$

$$P_0^{(2)}\,(\lambda_1\mid\lambda_2)\;=1\,,\; P_0^{(2)}\,(\lambda_2\mid\lambda_1)\;=0\,.$$

Все остальные вероятности $P_1^{(2)}\,(\bullet)\;=0$. Тогда имеем матрицу

$$D^{(ss)}=\left\|\begin{matrix}-\lambda_1 & 0\\ \alpha & -(\lambda_2+\alpha)\end{matrix}\right|\left.\begin{matrix}(1-p)\lambda_1 & p\lambda_1\\ 0 & \lambda_2\end{matrix}\right\|=\left\|D_0^{(ss)}\middle|D_1^{(ss)}\right\|,$$

описывающую полусинхронный (semi-synchronous) поток событий [9]. Для полусинхронного потока в момент окончания первого состояния процесса $\lambda(t)$ возможны следующие варианты дальнейшего поведения процесса $\lambda(t)$: 1) наступает событие потока и процесс $\lambda(t)$ с вероятностью $1-p$ переходит в первое состояние; 2) наступает событие потока и процесс $\lambda(t)$ с вероятностью p переходит во второе состояние; в момент окончания второго состояния: 1) наступает событие потока и процесс $\lambda(t)$ с вероятностью единица переходит во второе состояние; 2) событие потока не наступает и процесс $\lambda(t)$ с вероятностью единица переходит в первое состояние. Вследствие этого полусинхронный поток есть частный случай потока MAP$^{(1,1)}$-2 либо потока MAP$^{(1,2)}$-2.

Положим в матрице (4)

$$\alpha_1=0, \alpha_2=\alpha\,;\; P_0^{(1)}\,(\lambda_2\mid\lambda_1)\;=P_0^{(1)}\,(\lambda_1\mid\lambda_2)\;=P_1^{(1)}\,(\lambda_1\mid\lambda_2)\;=0\,;$$

$$P_1^{(1)}\,(\lambda_1\mid\lambda_1)\;=1-p\,;\; P_1^{(1)}\,(\lambda_2\mid\lambda_1)=p\,;\; P_1^{(1)}\,(\lambda_2\mid\lambda_2)\;=1\,;$$

$$P_0^{(2)}\,(\lambda_1\mid\lambda_2)\;=1-\delta\,;\; P_0^{(2)}\,(\lambda_2\mid\lambda_1)\;=0\,;\; P_1^{(2)}\,(\lambda_1\mid\lambda_2)\;=\delta\,.$$

Все остальные вероятности $P_1^{(2)}\,(\bullet)\;=0$. Тогда имеем матрицу

$$D^{(gss)}=\left\|\begin{matrix}-\lambda_1 & 0\\ (1-\delta)\alpha & -(\lambda_2+\alpha)\end{matrix}\right|\left.\begin{matrix}(1-p)\lambda_1 & p\lambda_1\\ \delta\alpha & \lambda_2\end{matrix}\right\|=\left\|D_0^{(gss)}\middle|D_1^{(gss)}\right\|,$$

описывающую обобщенный полусинхронный поток событий [12]. Для обобщенного полусинхронного потока в момент окончания первого состояния процесса $\lambda(t)$ дальнейшее поведение последнего аналогично поведению процесса $\lambda(t)$ для полусинхронного потока. В момент окончания второго состояния процесса $\lambda(t)$ возможны следующие варианты: 1) наступает событие потока и процесс $\lambda(t)$ с вероятностью единица переходит во второе состояние; 2) событие потока не наступает и процесс $\lambda(t)$ с вероятностью единица переходит в первое состояние, в котором с вероятностью δ наступает (с вероятностью $1-\delta$ не наступает) событие потока. Вследствие этого обобщенный полусинхронный поток есть частный случай потока MAP$^{(1,2)}$-2.

Заключение

Полученные результаты устанавливают связь асинхронного, полусинхронного и синхронного МС-потоков событий с МАР-потоками событий первого и второго порядков.

Задавая в блочной матрице (1) соответствующим образом вероятности $P_0(\bullet)$ и $P_1(\bullet)$, получаем блочную матрицу $D^{(s)}$, определяющую синхронный МС-поток событий, т.е. последний является частным случаем МАР-потока первого порядка.

Введение в рассмотрение МАР-потоков второго порядка позволяет простым образом связать асинхронный, обобщенный асинхронный, полусинхронный и обобщенный полусинхронный МС-потоки событий с МАР-потоками второго порядка. Задавая в блочной матрице (4) соответствующим образом вероятности $P_0^{(i)}(\bullet)$, $P_1^{(i)}(\bullet)$, $i=1,2$, получаем блочные матрицы $\mathrm{D}^{(as)}$, $\mathrm{D}^{(gas)}$, $\mathrm{D}^{(ss)}$ и $\mathrm{D}^{(gss)}$, определяющие отмеченные типы МС-потоков событий, которые вследствие этого являются частными случаями МАР-потоков событий второго порядка.

Наконец, отметим, что рандомизированные модели МАР-потоков первого и второго порядков охватывают все возможные виды этих потоков.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kingman J.F.C.* On doubly stochastic Poisson process // Proc. Cambridge Phylosoph. Soc. 1964. V. 60. No. 4. P. 923–930.
2. *Башарин Г.П.*, *Кокотушкин В.А.*, *Наумов В.А.* О методе эквивалентных замен расчета фрагментов сетей связи // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1979. № 6. С. 92–99.
3. *Башарин Г.П.*, *Кокотушкин В.А.*, *Наумов В.А.* О методе эквивалентных замен расчета фрагментов сетей связи // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1980. № 1. С. 55–61.
4. *Neuts M.F.* A versatile Markov point process // J. Appl. Probab. 1979. V. 16. P. 764–779.
5. *Нежельская Л.А.* Нелинейная оптимальная фильтрация дважды стохастического потока с инициативными событиями // Тез. докл. Всесоюзной науч.-технич. конф. «Микросистема-91», 8 – 12 октября 1991, Суздаль. М.: Всесоюзное общество информатики и вычислительной техники, 1991. С. 26–28.
6. *Горцев А.М.*, *Нежельская Л.А.* Оценка параметров синхронного МС-потока событий // Сети связи и сети ЭВМ (анализ и применение): тез. докл. Восьмой Белорусской зимней школы-семинара по теории массового обслуживания. Минск: Изд-во БГУ, 1992. С. 33.
7. *Горцев А.М.*, *Нежельская Л.А.* Оптимизация параметров адаптера при наблюдениях за МС-потоком // Стохастические и детерминированные модели сложных систем. Новосибирск: Изд-во ВЦ СО АН СССР, 1988. С. 20–32.
8. *Горцев А.М.*, *Нежельская Л.А.* Оптимальная нелинейная фильтрация марковского потока событий с переключениями // Техника средств связи. Сер.: Системы связи. 1989. Вып. 7. С. 46–54.
9. *Нежельская Л.А.* Алгоритм оценивания состояний полусинхронного потока событий с учетом мертвого времени // Массовое обслуживание: потоки, системы, сети: материалы Четырнадцатой Белорусской зимней школы-семинара по теории массового обслуживания. Минск: Изд-во БГУ, 1998. С. 18–21.
10. *Горцев А.М.*, *Леонова М.А.* Оптимальная оценка состояний обобщенного асинхронного дважды стохастического потока // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2010. № 1. С. 33–47.
11. *Горцев А.М.*, *Зуевич В.Л.* Оптимальная оценка состояний асинхронного дважды стохастического потока событий с произвольным числом состояний // Там же. 2010. № 2. С. 44–65.

12. *Горцев А.М.*, *Калягин А.А.*, *Нежельская Л.А.* Оптимальная оценка состояний обобщенного полусинхронного потока событий // Там же. 2010. № 2. С. 66–81.
13. *Васильева Л.А*, *Горцев А.М.* Оценивание длительности мертвого времени асинхронного дважды стохастического потока событий в условиях его неполной наблюдаемости // Автоматика и телемеханика. 2003. № 12. С. 69–79.
14. *Бушланов И.В.*, *Горцев А.М.*, *Нежельская Л.А.* // Оценка параметров синхронного дважды стохастического потока событий // Там же. 2008. № 9. С. 76–93.
15. *Горцев А.М.*, *Шмырин И.С.* Оптимальная оценка состояний дважды стохастического потока событий при наличии ошибок в измерениях моментов времени // Там же. 1999. № 1. С. 52–66.
16. *Бушланов И.В.*, *Горцев А.М.* Оптимальная оценка состояний синхронного дважды стохастического потока событий // Там же. 2004. № 9. С. 40–51.
17. *Горцев А.М.*, *Полетавкин Ю.М.* Оценка состояний дважды стохастического потока с произвольным числом состояний // Математические методы исследования сетей связи и сетей ЭВМ: тез. докл. Шестой Белорусской зимней школы-семинара по теории массового обслуживания. Минск: Изд-во БГУ, 1990. С. 36–37.
18. *Горцев А.М.*, *Коротаева Н.И.* Оценка параметров МС-потока событий методом моментов // Распределенные микропроцессорные управляющие системы и локальные вычислительные сети: материалы Всесоюзной науч.-технич. конф. Томск: Изд-во ТГУ, 1991. С. 69–72.
19. *Lucantoni D.M.* New results on the single server queue with a batch markovian arrival process // Communications in Statistics Stochastic Models. 1991. V. 7. P. 1–46.
20. *Дудин А.Н.*, *Клименок В.И.* Системы массового обслуживания с коррелированными потоками. Минск: Изд-во БГУ, 2000. 175 с.
21. *Наумов В.А.* Марковские модели потоков требований // Системы массового обслуживания и информатика. М.: Изд-во УДН, 1987, С. 67–72.

Горцев Александр Михайлович
Нежельская Людмила Алексеевна
Томский государственный университет
E-mail: gam@fpmk.tsu.ru; nla@fpmk.tsu.ru

Поступила в редакцию 28 октября 2010 г.