

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 519.63: 519.652

К.Е. Афанасьев, Е.А. Вершинин, С.Н. Трофимов

АНАЛИЗ ПОМЕХ ОТРАЖЕНИЯ В НЕОДНОРОДНЫХ МНОГОПРОВОДНЫХ ЛИНИЯХ ПЕРЕДАЧИ СИГНАЛОВ

В настоящей работе рассматривается анализ помех отражения в неоднородных многопроводных линиях передачи во временной области. Анализ проводится с помощью TVD-схемы метода Годунова. Проведено сравнение результатов численного моделирования с результатами других авторов и экспериментом. Результаты численного моделирования представлены в виде графиков для напряжений в сигнальной и пассивной линиях.

Ключевые слова: линия передачи, метод Годунова, TVD-схема.

Задача распространения сигнала вдоль несогласованных линий передач играет центральную роль в современных технологиях обработки и передачи сигналов. Скоростные аналоговые и цифровые цепи любого уровня интеграции предлагают широкий выбор примеров простых и многопроводных, однородных и неоднородных линий связи, присоединенных к устройствам с различными входными характеристиками. Понижение времени установления уровня амплитуды сигнала подчеркивает важность эффектов распространения и искажения сигналов вследствие воздействия паразитных эффектов, таких как отражение от несогласованностей, перекрестные наводки и скин-эффект, которые являются наиболее значимыми в большинстве приложений.

Одной из важных задач является анализ временного отклика в несогласованных линиях передачи, искажение сигнала в которых может привести к некорректному поведению радиоэлектронного оборудования. Теоретическим основам и вычислительным моделям посвящено большое количество публикаций, среди них можно выделить работы как зарубежных авторов (A.R. Djordjevic [1], M.S. Nakhla [2] и др.), а также отечественных (Л.Н. Кечиев [3], Н.Д. Малютин [4], Т.Р. Газизов [5] и др.).

Значительный интерес представляет анализ временного отклика в неоднородных линиях передачи, погонные параметры которых изменяются вдоль линии. Коэффициенты распространения, волновое сопротивление и фазовая скорость таких линий в общем случае являются функциями координат, а отраженные волны возникают не только на концах линий, но и во всех ее сегментах. Замещение неоднородной линии передач каскадным соединением однородных линий с различными, но постоянными в пределах каждого сегмента волновыми сопротивлениями для дальнейшего численного анализа представлено в работах зарубежных авторов (например, C.-W. Hsue [6]).

В настоящей работе проводится анализ временного отклика в многосегментной линии передачи с помощью TVD-схем метода Годунова.

1. Постановка задачи

В общем случае N -проводная линия передачи сигналов описывается обобщенными телеграфными уравнениями. Система из $2N$ уравнений имеет следующий вид [7]:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial x} U(x, t) &= R \cdot I(x, t) + L \cdot \frac{\partial}{\partial t} I(x, t), \\ -\frac{\partial}{\partial x} I(x, t) &= U \cdot G(x, t) + C \cdot \frac{\partial}{\partial t} U(x, t), \end{aligned} \quad (1)$$

где R, L, C, G – матрицы собственных и взаимных параметров проводников.

В любой момент времени напряжение и ток в линии можно рассматривать как сумму напряжений и токов только двух волн – падающей ($U_{\text{пад}}$), перемещающейся от источника энергии к приемнику, и отраженной, перемещающейся от приемника к источнику ($U_{\text{отр}}$). Суммарное напряжение (ток) в линии представляет собой сумму всех падающих и отраженных волн. Волна, дошедшая до конца линии, отражается с определенным коэффициентом отражения, зависящим от волнового сопротивления линии и оконечной нагрузки [7].

Граничные условия системы (1) имеют вид

$$\begin{aligned} U_i|_{x=0} &= E_i \cdot \frac{Z_i}{R_{g_i} + Z_i} + K_i \cdot U_i^-, \quad K_i = \frac{R_{g_i} - Z_i}{R_{g_i} + Z_i}, \\ U_i|_{x=l} &= Q_i \cdot U_i^+, \quad Q_i = \frac{R_{n_i} - Z_i}{R_{n_i} + Z_i}, \end{aligned}$$

где U_i – напряжение в i -м проводнике, K_i – коэффициент отражения обратной волны от источника энергии в i -м проводнике, E_i – напряжение на источнике энергии, R_{g_i} – сопротивление источника энергии, Q_i – коэффициент отражения прямой волны от оконечной нагрузки в i -м проводнике, R_{n_i} – сопротивление оконечной нагрузки, Z_i – волновое сопротивление i -го проводника, $i = \overline{1, N}$.

2. Метод С.К. Годунова

Поскольку переходные процессы в проводных структурах описываются системой гиперболических уравнений, то для анализа временного отклика в несогласованной линии может быть использован метод Годунова [8]. В основе метода лежит идея использования точных решений уравнений с кусочно-постоянными начальными данными для построения разностной схемы [8]. Для многопроводной линии без потерь ($R = 0, G = 0$) систему (1) можно записать в виде

$$A \frac{\partial}{\partial t} U + B \frac{\partial}{\partial x} U = 0, \quad (2)$$

где A и B – матрицы соответствующих коэффициентов при напряжениях и токах, U – вектор-столбец напряжений и токов.

Например, для двухпроводной линии без потерь матрицы A и B будут иметь следующий вид:

$$A = \begin{pmatrix} C_{11} - C_{21} & 0 & C_{21} & 0 \\ 0 & L_{11} & 0 & L_{21} \\ C_{12} & 0 & C_{22} & 0 \\ 0 & L_{12} & 0 & L_{22} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Система (2) при этом может быть переписана в виде

$$\Lambda^T A \Lambda \frac{\partial}{\partial t} U + \Lambda^T B \Lambda \frac{\partial}{\partial x} U = 0,$$

где Λ^T – транспонированная матрица Λ [8]. Поскольку A и B – симметрические матрицы, причем матрица A – положительно определенная, то систему (2) можно привести к каноническому виду с диагональной матрицей M :

$$\frac{\partial}{\partial t} V + M \frac{\partial}{\partial x} V = 0, \quad (3)$$

где вектор-функция $V = \Lambda^{-1} U$. Данная система распадается на m независимых уравнений для отдельных компонент $v^{(m)}$:

$$\frac{\partial v^{(m)}}{\partial t} + \mu_m \frac{\partial v^{(m)}}{\partial x} = 0.$$

Компоненты $v^{(m)}$ носят название римановых инвариантов и сохраняют постоянные значения вдоль характеристик $dx/dt = \mu_m$.

Схема, предложенная в работе [8], имеет первый порядок точности по времени и по пространству.

3. Total Variation Diminishing (TVD-схема)

Согласно современным представлениям, влияние численной диффузии на получаемое решение должно быть сведено к минимуму. При построении численных методов типа Годунова повышенного порядка точности по пространству применяются кусочно-линейные или кусочно-полиномиальные распределения функций внутри дискретной ячейки с определенными ограничениями на величины коэффициентов соответствующих полиномов. Одна из сложностей задачи построения кусочно-линейных распределений сеточных функций связана с неоднозначностью выбора величин наклонов для этих распределений.

Для повышения порядка аппроксимации решения и уменьшения нефизичных осцилляций в данной работе применяется TVD-схема метода Годунова.

Значения величин на границах вычислительных ячеек определяются с помощью реконструкции по усредненным значениям в их центрах. Для этого задается процедура реконструкции:

$$u(x) = u_m + \alpha_m x, \quad x \in \left[-\frac{1}{2} \Delta x, \frac{1}{2} \Delta x \right].$$

Задачей наклонов α_m является ограничение роста осцилляций там, где это угрожает устойчивости схемы. TVD-схемы вместо условия сохранения монотонно-

сти уменьшают или сохраняют полную вариацию функции. Такое условие невозрастания вариации численного решения, или TVD принцип, является более слабым, чем требование монотонности схемы.

Полная вариация (Total Variation – TV) для дискретной функции u_m^k имеет вид

$$TV[u] = TV_0^k = \sum_{m=1}^M |u_{m+1}^k - u_m^k| = \sum_{m=1}^M |\Delta_m^k|, \quad \Delta_m^k = u_{m+1}^k - u_m^k.$$

Численная схема является TVD-схемой, если она удовлетворяет свойству

$$TV_0^{k+1} \leq TV_0^k.$$

Это означает, что сумма пространственных вариаций, в среднем, не должна увеличиваться, т.е. численные осцилляции не могут расти.

Построение схемы высокого порядка точности осуществляется путем сочетания использования кусочно-линейной аппроксимации величин внутри ячеек с различными алгоритмами пересчета по времени. Используется двухшаговый пересчет предиктор – корректор [9].

Предиктор: первый шаг. Предполагается, что внутри дискретных ячеек для всех значений сеточных функций заданы кусочно-линейные распределения вида

$$v(t^k, x) = v_j^k + \alpha_j^k (x - x_j), \quad x \in \left[x_j - \frac{1}{2} \Delta x, x_j + \frac{1}{2} \Delta x \right],$$

где x_j – пространственная координата центра ячейки с номером j , а α_j^k – вектор наклонов распределения функции U внутри ячейки.

Уравнение для учета изменения U по времени в центре ячейки имеет вид

$$\frac{\hat{v}_j^{k+1} - v_j^k}{\Delta t} + \frac{F(V_j^k + \frac{1}{2} \Delta x \cdot \alpha_j^k) - F(V_j^k - \frac{1}{2} \Delta x \cdot \alpha_j^k)}{\Delta x} = 0.$$

Предиктор: второй шаг. Значение функции v на промежуточном слое по времени $t + \frac{1}{2} \Delta t$ вычисляется по формуле

$$v_j^{k+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (\hat{v}_j^{k+1} + v_j^k).$$

Корректор: на данном шаге применяется схема (3) :

$$\frac{v_j^{k+1} - v_j^k}{\tau} + \mu \frac{V_{j+\frac{1}{2}} - V_{j-\frac{1}{2}}}{h} = 0,$$

где все значения $V_{j+\frac{1}{2}}$ определяются решением задачи Римана с кусочно-постоянными начальными данными:

$$\begin{cases} V_j^{k+\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \Delta x \alpha_j^k, & \text{при } \mu < 0, \\ V_{j+1}^{k+\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \Delta x \alpha_{j+1}^k, & \text{при } \mu > 0. \end{cases}$$

Существует несколько способов вычисления наклонов α_m в дискретной ячейке с номером m для сеточной функции V . Величины наклонов α_m модифициру-

ются ограничителями ψ_m , которые являются некоторыми функциями, задающими и одновременно ограничивающими наклоны α_m на основе анализа значений u_m или конечных разностей $u_{m+1} - u_m$. В данной работе применяется ограничитель superbee [9].

4. Неоднородные линии передачи

Неоднородной линией передачи (НЛП) называют систему, у которой вдоль некоторой выбранной пространственной координаты x изменяются характерные размеры области поперечного (по отношению к оси Ox сечения или (и) диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, заполняющей линию. Коэффициенты распространения, волновое сопротивление и фазовая скорость таких линий в общем случае являются функциями координат, а отраженные волны возникают не только на концах линий, но и во всех ее сегментах.

Общим подходом для численного анализа является замещение НЛП каскадным соединением однородных линий передачи с различными, но постоянными в пределах каждого сегмента волновыми сопротивлениями. В результате получаем многосегментную линию передачи, с собственными характеристиками каждого однородного сегмента (например, в работе С.-W. Hsue [6] AR-процессор замещается 8-секционной эквивалентной линией передачи).

5. Многосегментность

Многосегментная линия передачи рассматривается как набор однородных сегментов с какими-либо нагружающими элементами в узлах. При анализе многосегментной линии подразделение волн на прямые и обратные оказывается недостаточным. Волна, падающая на узел соединения двух линий, имеющих разные параметры, распадается на две, одна из которых переходит из первой линии во вторую, а другая отражается от места соединения двух линий. При отражении волны от конца линии преломленной волны нет.

Граничные условия и коэффициенты отражения и преломления определяются для каждого сегмента исходя из характеристик элементов в узлах и значений амплитуд волн, приходящих из соседних сегментов:

$$\begin{aligned} U^i \Big|_{x=x_0} &= K_{\text{пр}_r}^i \cdot U_{\text{пад}}^{i-1} + K_{\text{отр}_s}^i \cdot U_{\text{отр}}^i, \\ U^i \Big|_{x=x_l} &= K_{\text{отр}_r}^i \cdot U_{\text{пад}}^i + K_{\text{пр}_s}^i \cdot U_{\text{отр}}^{i+1}, \end{aligned}$$

где U^i – напряжение в i -м сегменте, $U_{\text{пад}}^i$ – падающая волна в i -м сегменте, $U_{\text{отр}}^i$ – отраженная волна в i -м сегменте, $K_{\text{пр}_r}^i$ – коэффициент преломления для приходящей из $(i-1)$ -го сегмента волны, $K_{\text{отр}_s}^i$ – коэффициент отражения падающей волны от конца i -го сегмента, $K_{\text{отр}_r}^i$ – коэффициент отражения отраженной волны от начала i -го сегмента, $K_{\text{пр}_s}^i$ – коэффициент преломления для приходящей из $(i+1)$ -го сегмента волны.

6. Численные результаты

Пример 1. Вычислим временной отклик для схемы на рис. 1 из работы [1].

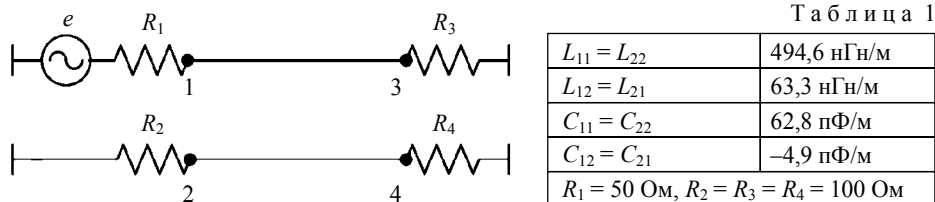


Рис. 1. Линия передачи с двумя сигнальными проводниками

На активный проводник подается трапециевидный импульс с параметрами: амплитуда $E_0 = 1 \text{ В}$, длительность вершины $t_d = 6 \text{ нс}$, время фронта и спада $t_r = t_f = 1,5 \text{ нс}$ (параметры линии представлены в табл. 1).

На рис. 2 представлены формы напряжений на выводах активной линии (рис. 2, а, в) и пассивной линии (рис. 2, б, г). Сплошная линия – напряжение в начале линии, штрихпунктирная – напряжение в конце линии. В пассивной линии (рис. 2, б, г) возникает наведенный сигнал, вызванный электромагнитными наводками от активной линии (сплошная линия – перекрестная помеха на ближнем конце, штрихпунктирная – перекрестная помеха на дальнем конце). Из рисунков видны хорошие совпадения форм сигнала и пиковых значений напряжения.

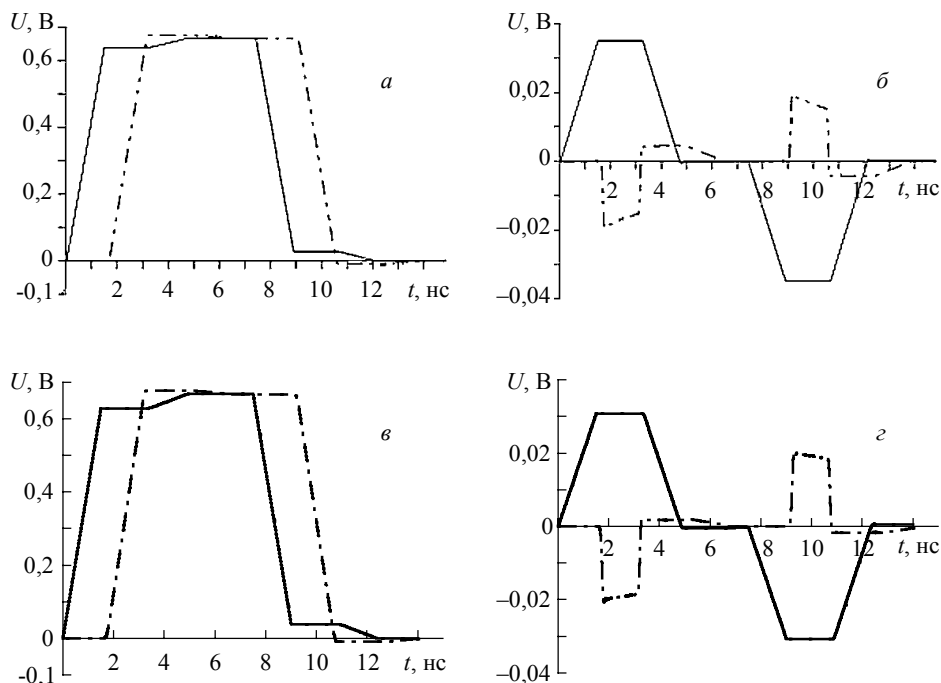


Рис. 2. Форма напряжений на выводах линии передачи без потерь:
а, б – результаты из работы [13]; в, г – результаты, полученные авторами статьи

Пример 2. Рассмотрим структуру, которая состоит из двух последовательно соединенных двухпроводных отрезков линий передачи (рис. 3) [1, 10].

Т а б л и ц а 2

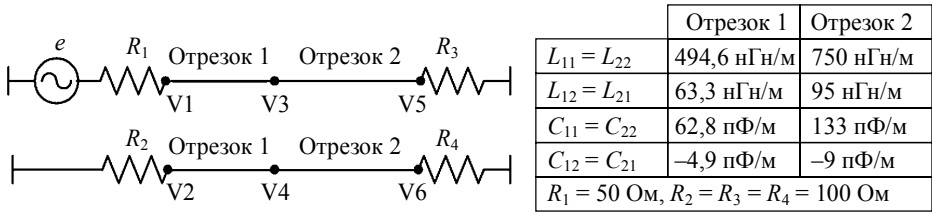


Рис. 3. Структура из двух последовательно соединенных отрезков

На один из проводников отрезка подается трапецевидный импульс с параметрами: амплитуда $E_0 = 2 \text{ В}$, длительность вершины $t_d = 6 \text{ нс}$, время фронта и спада $t_r = t_f = 1 \text{ нс}$ (параметры линии представлены в Таблице 2).

При условии линейности нагружающих цепей были получены следующие результаты (рис. 4).

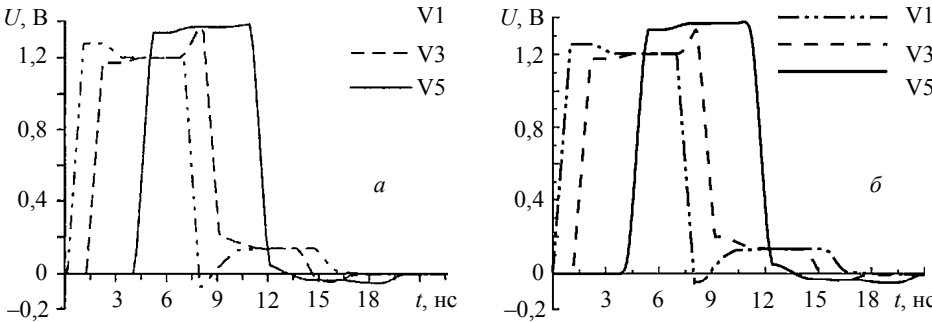


Рис. 4. Сравнение результатов для моделирования отклика без потерь:
а – результат из работ [13, 5]; б – результат, полученный авторами статьи

На рис. 4 представлены формы напряжений в начале (V1), между отрезками (V3) и в конце (V5) активной линии. Вследствие несогласованности нагрузок на концах и различных характеристик отрезков линии в ней возникают отраженные волны, поэтому формы сигнала в начале линии, в месте соединения отрезков и в конце линии различны. Значения напряжения, вычисленные по описанному в статье алгоритму, с графической точностью совпадают с опубликованными результатами других авторов [1, 10].

Пример 3. Рассмотрим неоднородную линию передачи (рис. 5) из работы [6].

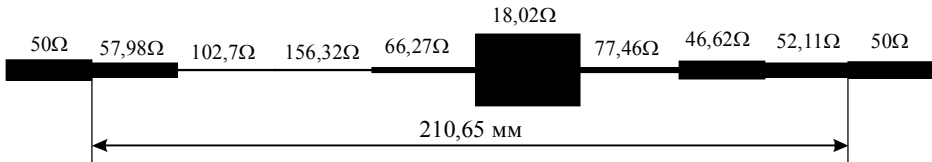


Рис. 5. 8-секционная эквивалентная AR-процессору линия передачи

В линию подается импульс (рис. 6, *a*). На рис. 6, *б* представлена форма сигнала на приемнике 8-ми секционной эквивалентной AR-процессору линии передачи, полученная с помощью измерений (Real) и численного моделирования (Ideal) [6].

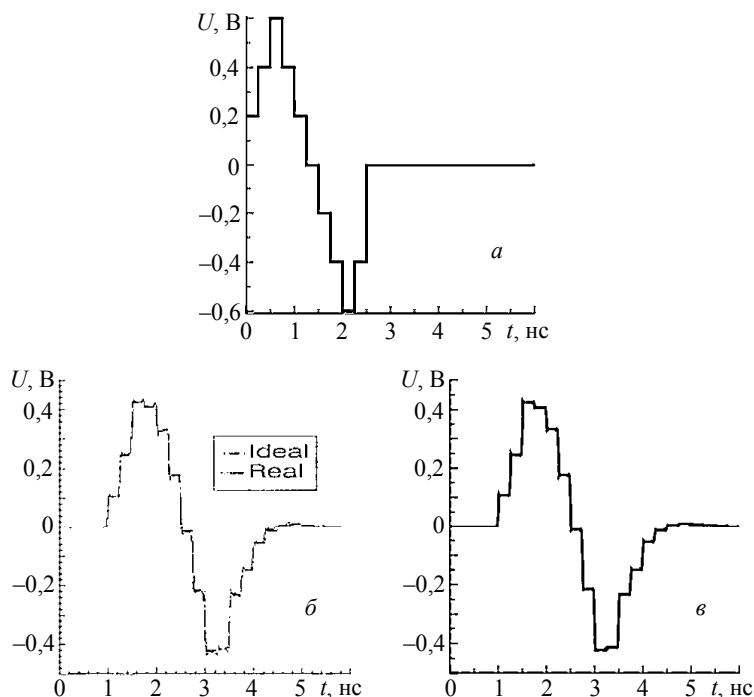


Рис. 6. Форма сигнала на входе эквивалентной AR-процессору линии передачи (*a*); значение напряжения на конце эквивалентной AR-процессору линии передачи [6] (*б*); результат, полученный авторами статьи (*в*)

Во время прохождения сигнала по линии, при переходе из одной секции в другую, он претерпевает изменения из-за несогласованности секций между собой (различные волновые сопротивления). Форма сигнала на приемнике (рис. 6, *в*), полученная в результате численного моделирования прохождения сигнала в 8-ми секционной линии передачи, практически неотличима от опубликованных результатов других авторов [6].

Пример 4. Сравнение с экспериментальными данными.

Проведем сравнение с результатами экспериментальных измерений тестовых структур. Экспериментальные данные получены в лаборатории ТУСУРа с помощью программного обеспечения «ИмпульсМ» для векторного измерителя характеристик цепей P4-И-01 [11]. На рис. 7 представлена исследуемая структура.

В линию подается тестовый сигнал «Видеоимпульс» (амплитуда – 1 В, длительность – 0,1 мкс) и «Хевисайда функция» (амплитуда – 1 В) [11]. Линия разомкнута на конце (параметры линии представлены в табл. 3).

На рис. 8 представлены результаты экспериментальных измерений напряжения в начале исследуемой структуры: рис. 8, *a* – на вход линии подается сигнал «Хевисайда функция», рис. 8, *б* – на вход линии подается сигнал «Видеоимпульс».

Т а б л и ц а 3

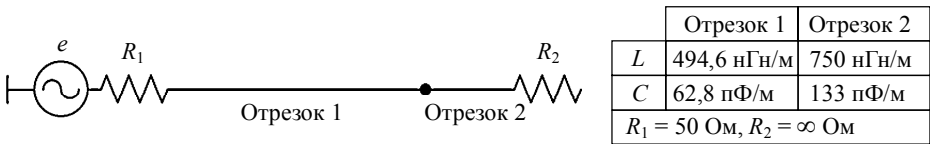


Рис. 7. Исследуемая структура из двух последовательно соединенных отрезков

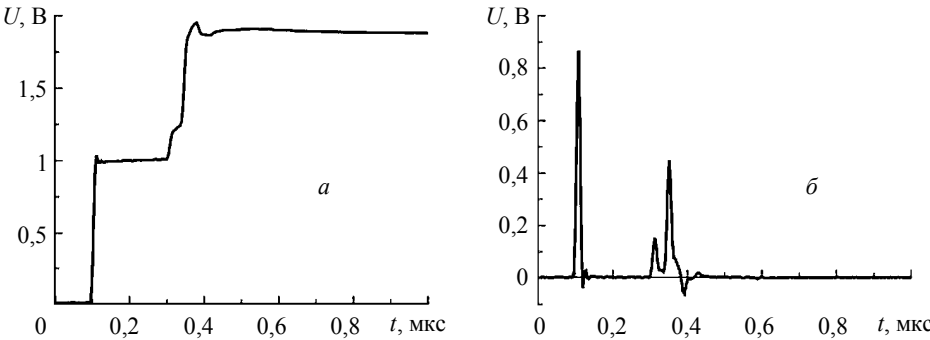


Рис. 8. Форма напряжения в начале линии (экспериментальные данные)

На рис. 9 представлена форма напряжения в начале линии при подаче в линию сигнала «Хевисайда функция» (рис. 9, *а*) и «Видеоимпульс» (рис. 9, *б*). Из рисунков видны хорошие совпадения форм сигнала и пиковых значений напряжений. Имеется хорошее качественное совпадение с экспериментальными данными, а небольшие отличия вызваны тем, что характеристики кабеля имеют допустимые отклонения (ГОСТ 11326.35-79, волновое сопротивление $50 \pm 4 \text{ Ом}$).

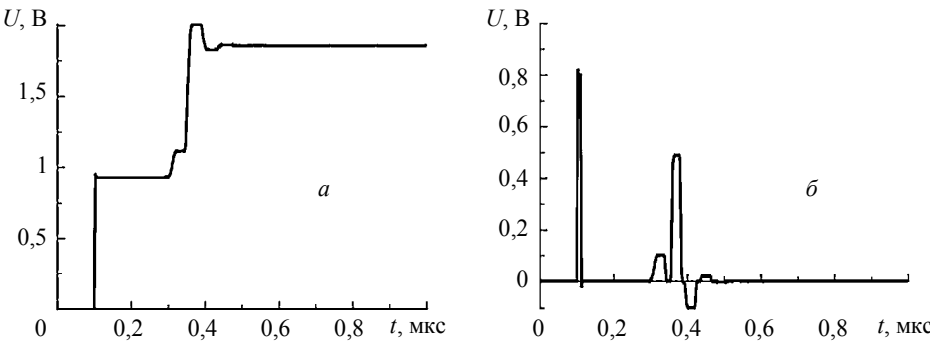


Рис. 9. Форма напряжения в начале линии (результат численного моделирования)

Пример 5. Непараллельные проводники.

Рассмотрим перекрестную помеху в неоднородной линии, составленной из двух проводников, расположенных не параллельно друг другу (рис. 10) [12].

В активный проводник подается треугольный импульс с параметрами: амплитуда $E_0 = 1 \text{ В}$, время фронта и спада $t_r = t_f = 20 \text{ нс}$ (параметры линии: $l = 1 \text{ м}$, радиус $r = 1 \text{ мм}$, высота над поверхностью $h = 3 \text{ см}$, расстояние между провод-

никами в начале $D_0 = 5$ мм, в конце $D_1 = 15$ мм, индуктивность и емкость изменяются по следующему закону:

$$L_{11} = L_{22} = \frac{\mu_0}{2\pi} \lg\left(\frac{2h}{r}\right), \quad L_{12}(x) = L_{21}(x) = \frac{\mu_0}{4\pi} \lg\left(1 + \frac{4h^2}{D^2(x)}\right),$$

$$C(x) = \varepsilon_0 \mu_0 L^{-1}(x), \quad D(x) = D_0 + x(D_1 - D_0).$$

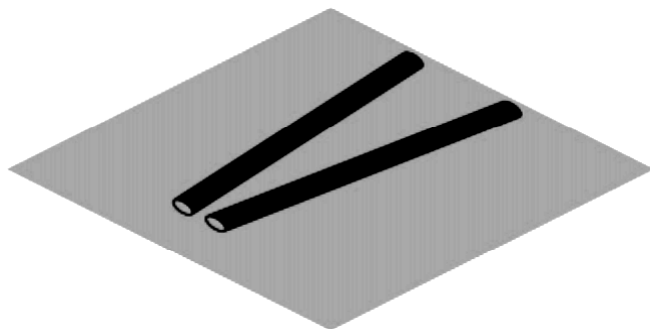


Рис 10. Два проводника, расположенных не параллельно друг другу

Из-за учета взаимовлияний в пассивном проводнике возникает наведенный сигнал. На рис. 11 приведена перекрестная помеха на ближнем конце: рис. 11, *а* – результат из работы [12], рис. 11, *б* – результат, полученный авторами статьи. Из рисунков видны хорошие совпадения форм сигнала и пиковых значений напряжения.

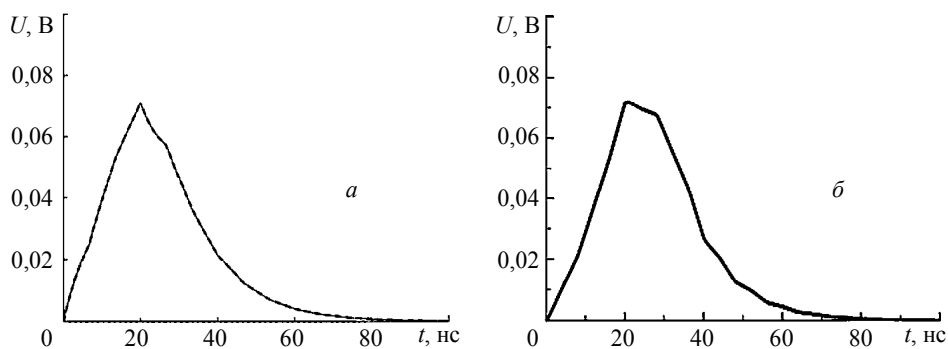


Рис. 11. Изменение напряжения в начале пассивной линии

Заключение

Разработаны алгоритмические модели для вычисления временного отклика и перекрестных помех в неоднородной многопроводной линии передачи. По итогам сравнительных экспериментов показано совпадение результатов численного моделирования с расчетами других авторов [1, 6, 10, 12] и экспериментальными данными. Погрешность моделирования относительно эксперимента находится в диапазоне (3 – 8) %. На основании полученных результатов можно сделать вывод

о работоспособности алгоритма и возможности его применения в задачах анализа помех отражения и перекрестных наводок в неоднородных многопроводных линиях передачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Djordjevic A.R., Sarkar T.K. Analysis of time response of lossy multiconductor transmission line networks // IEEE Trans. Microwave Theory Techniq. 1987. V. 35. No. 10. P. 898 – 908.
2. Achar R., Nakhla M.S. Simulation of high-speed interconnects // Proc. of the IEEE. 2001. V. 89. No. 5. P. 693 – 728.
3. Князев А.Д., Кечиев Л.Н., Петров Б.В. Конструирование радиоэлектронной и электронно-вычислительной аппаратуры с учетом электромагнитной совместимости. М.: Радио и связь, 1989. 224 с.
4. Малютин Н.Д. Многосвязные полосковые структуры и устройства на их основе. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1990. 164 с.
5. Газизов Т.Р. Уменьшение искажений электрических сигналов в межсоединениях / Под ред. Н.Д. Малютина. Томск: Изд-во НТЛ, 2003. 212 с.
6. Pan T.-W., Hsue C.-W. Modified transmission and reflection coefficients of nonuniform transmission lines and their applications // IEEE Trans. Microwave Theory Techniq. 1998. V. 46. No. 12. P. 2092 – 2097.
7. Демирчян К.С., Нейман Л. Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники: В 3 т. Учебник для вузов. Т. 2. 4-е изд. СПб.: Питер, 2006. 576 с.
8. Численное решение многомерных задач газовой динамики / Под ред. С.К. Годунова. М.: Наука, 1976. 374 с.
9. Карамышев В.Б. Монотонные схемы и их приложения в газовой динамике: Учебное пособие. Новосибирск, 1994. 100 с.
10. Заболоцкий А.М. Передача импульсных сигналов в многопроводных межсоединениях с неоднородным диэлектрическим заполнением: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Томск, 2007.
11. Лощилев А.Г., Семенов Э.В., Малютин Н.Д. Цифровой измерительный комплекс для измерения частотных и импульсных характеристик четырехполюсников // Изв. Томского политехнического университета. 2006. Т. 309. №. 8. С. 37 – 41.
12. Grivet-Talocia S., Canavero F. Weak solution of the nonuniform multiconductor transmission lines // Electromagnetic Compatibility. 1998. V. 2. P. 964 – 968.

Статья представлена кафедрой прикладной математики факультета прикладной математики и кибернетики Томского государственного университета и оргкомитетом VII Всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Информационные технологии и математическое моделирование». Поступила в редакцию 21 ноября 2008 г.