

УДК 536.46:536

В.А. Перминов

## ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ВОЗНИКНОВЕНИИ ВЕРХОВОГО ЛЕСНОГО ПОЖАРА В ТРЕХМЕРНОЙ ПОСТАНОВКЕ<sup>1</sup>

Приведена постановка и методика численного решения задачи о зажигании полога леса от очага низового лесного пожара в трехмерной случае. Система дифференциальных уравнений в частных производных с соответствующими начальными и граничными условиями редуцирована к дискретной форме с помощью метода контрольного объема. Сеточные уравнения, возникающие в процессе дискретизации, решаются с помощью численного метода. Получены распределения векторных полей скорости, поверхностей равных температур, а также концентраций газообразных продуктов пиролиза и кислорода и объемных долей фаз в окрестности очага зажигания.

**Ключевые слова:** *дискретный аналог, контрольный объем, лесной пожар.*

В связи с тем, что экспериментальные методы изучения лесных пожаров являются дорогостоящими и не позволяют проводить полное физическое моделирование данного явления, представляют интерес теоретические методы исследования. Так, метод математического моделирования позволяет адекватно описывать состояние лесного биогеоценоза и приземного слоя атмосферы при лесных пожарах [1, 2]. С точки зрения механики сплошной среды лес представляет собой некоторый слой многокомпонентной многофазной реакционноспособной сплошной массы, обладающей неоднородными свойствами в вертикальном и горизонтальном направлениях [1]. В рамках физико-математической модели учитываются законы сохранения массы, импульса, энергии, а также физико-химические процессы при пожарах в лесу. Тепло из фронта пожара в негоревшую зону передается конвекцией, турбулентной теплопроводностью и излучением. Следует отметить, что прямое решение задач по полной модели невозможно. Однако с помощью упрощений, обусловленных свойствами конкретной задачи, удалось получить математические модели, которые позволяют получить решение. Впервые такой подход осуществлен в работах А.М.Гришина и соавторов [1]. Обзор отечественной и зарубежной литературы показал, что в настоящее время по подобным тематикам интенсивно проводятся исследования в США (US Department of Agriculture в рамках федеральной программы по лесным пожарам и Environmental Protection Agency (EPA) по проблемам чистоты воздушной среды), Великобритании и Франции [3 – 7].

### 1. Физическая и математическая постановка задачи

Как правило, возгорание в лесах происходит в нижнем ярусе леса в напочвенном покрове (опавшая хвоя, мхи, лишайники, отмершая трава и т.д.), а затем огнем охватывается полог леса, то есть образование верхового лесного пожара происходит в результате перехода низового лесного пожара в верховой [8]. Предполагается, что: 1) течение носит развитый турбулентный характер и молекулярным

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 07-01-96047).

переносом пренебрегаем по сравнению с турбулентным; 2) плотность газовой фазы не зависит от давления из-за малости скорости течения по сравнению со скоростью звука; 3) среда находится в локально-термодинамическом равновесии; 4) известна скорость ветра над напочвенным покровом в невозмущенных условиях; 5) газодисперсная смесь бинарна и состоит из частиц конденсированной фазы, а также газовой фазы – компонентов кислорода, газообразных горючих и инертных компонентов. Здесь очаг низового пожара имеет конечные размеры и над пологом леса задана скорость ветра.

Пусть начало системы координат  $x_1, x_2, x_3 = 0$  расположено в центре источника возникновения горения, в очаге низового лесного пожара. Ось  $0x_3$  направлена вверх, а оси  $0x_1$  и  $0x_2$  – параллельно поверхности земли (ось  $x_1$  совпадает с направлением ветра) (рис. 1).

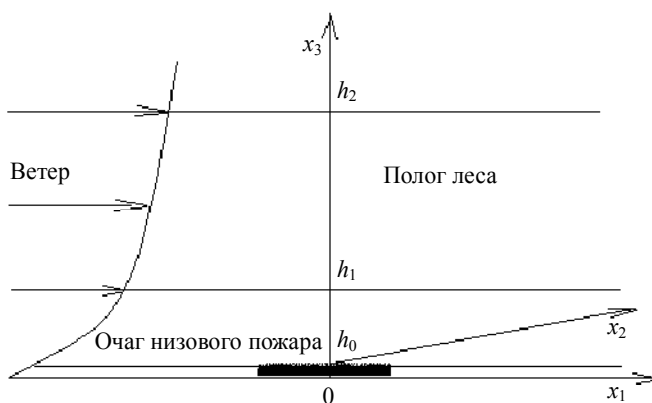


Рис. 1

Сформулированная выше задача сводится к решению следующей системы уравнений:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_j) = \dot{m}, \quad j = 1, 2, 3, \quad i = 1, 2, 3; \quad (1)$$

$$\rho \frac{dv_i}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{v'_i v'_j}) - \rho s c_d v_i |\vec{v}| - \rho g_i - \dot{m} v_i; \quad (2)$$

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho c_p \overline{v'_j T'}) + q_3 R_3 - \alpha_v (T - T_s) + k_g (c U_R - 4 \chi \sigma T^4); \quad (3)$$

$$\rho \frac{dc_\alpha}{dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{v'_j c'_\alpha}) + R_{5\alpha} - \dot{m} c_\alpha, \quad \alpha = 1, 5; \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{c}{3k} \frac{\partial U_R}{\partial x_j} \right) - k c U_R + 4 k_s \sigma T_s^4 + 4 k_g \sigma T^4 = 0, \quad k = k_g + k_s; \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^4 \rho_i c_{pi} \Phi_i \frac{\partial T_s}{\partial t} = q_3 R_3 - q_2 R_2 + k_s (c U_R - 4 \sigma T_s^4) + \alpha_v (T - T_s); \quad (6)$$

$$\rho_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = -R_1, \rho_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} = -R_2, \rho_3 \frac{\partial \varphi_3}{\partial t} = \alpha_C R_1 - \frac{M_C}{M_1} R_3, \rho_4 \frac{\partial \varphi_4}{\partial t} = 0; \quad (7)$$

$$\sum_{\alpha=1}^5 c_{\alpha} = 1, \quad p_e = pRT \sum_{\alpha=1}^5 \frac{c_{\alpha}}{M_{\alpha}}, \quad \vec{v} = (v_1, v_2, v_3), \quad \vec{g} = (0, 0, g),$$

$$\dot{m} = (1 - \alpha_C) R_1 + R_2 + \frac{M_C}{M_1} R_3 + R_{54} + R_{55},$$

$$R_{51} = -R_3 - \frac{M_1}{2M_2} R_5, \quad R_{52} = v_g (1 - \alpha_C) R_1 - R_5, \quad R_{53} = 0,$$

$$R_{54} = \alpha_4 R_1, \quad R_{55} = \frac{\alpha_5 v_3}{v_3 + v_{3*}} R_3.$$

Для определения скоростей реакций пиролиза, испарения влаги, горения кокса, и летучих продуктов пиролиза используются формулы

$$R_1 = k_1 \rho_1 \varphi_1 \exp\left(-\frac{E_1}{RT_s}\right), \quad R_2 = k_2 \rho_2 \varphi_2 T_s^{-0.5} \exp\left(-\frac{E_2}{RT_s}\right),$$

$$R_3 = k_3 \rho_3 s_{\sigma} c_1 \exp\left(-\frac{E_3}{RT_s}\right), \quad R_5 = k_5 M_2 \left(\frac{c_1 M}{M_1}\right)^{0.25} \frac{c_2 M}{M_2} T^{-2.25} \exp\left(-\frac{E_5}{RT}\right),$$

где  $R_{5\alpha}$  – массовые скорости пиролиза лесных горючих материалов, испарения влаги, горения конденсированных и летучих продуктов пиролиза, образования сажи и пепла и образования  $\alpha$ -компонентов газодисперсной фазы;  $t_0$  – время зажигания;  $c_{pi}$ ,  $\rho_i$ ,  $\varphi_i$  – удельные теплоемкости, истинные плотности и объемные доли  $i$ -й фазы (1 – сухое органическое вещество, 2 – вода в жидко-капельном состоянии, 3 – конденсированные продукты пиролиза, 4 – минеральная часть, 5 – газовая фаза);  $T$ ,  $T_s$  – температура газовой и конденсированной фаз;  $c_{\alpha}$  – массовые концентрации ( $\alpha = 1$  – кислород, 2 – горючие продукты пиролиза, 3 – инертные компоненты воздуха, 4 – сажа, 5 – пепел);  $p$  – давление;  $U_R$  – плотность энергии излучения;  $\sigma$  – постоянная Стефана – Больцмана;  $k$  – коэффициент ослабления излучения;  $k_g$ ,  $k_s$  – коэффициенты поглощения для газодисперсной и конденсированной фаз;  $\alpha_V$  – коэффициент обмена фаз;  $q_i$ ,  $E_i$ ,  $k_i$  – тепловые эффекты, энергии активации и предэкспоненты реакций пиролиза, испарения, горения кокса и летучих продуктов пиролиза;  $s$  – удельная поверхность элемента лесных горючих материалов;  $M_{\alpha}$ ,  $M_C$ ,  $M$  – молекулярные веса индивидуальных компонентов газовой фазы, углерода и воздушной смеси;  $s_d$  – удельная поверхность фитомассы и эмпирический коэффициент сопротивления полого леса;  $c$  – скорость света;  $v_i$  – проекции скорости на оси  $x_i$ ;  $\alpha_C$ ,  $v$  – коксовое число и массовая доля горючих газов в массе летучих продуктов пиролиза;  $m$  – массовая скорость образования газодисперсной фазы;  $v_{3*}$  – характерная скорость вдува из очага лесного пожара;  $\alpha_4$ ,  $\alpha_6$  – эмпирические константы;  $g$  – ускорение свободного падения. Индексы «0» и «e» относятся к значениям функций в очаге горения и на большом расстоянии от зоны пожара соответственно. Верхний индекс «'» относится к пульсационной составляющей данной величины.

Термодинамические, теплофизические и структурные характеристики соответствующих лесным горючим материалам соснового леса и приведены в [2, 9]. Турбу-

лентные потоки тепла массы и количества движения записываются через градиенты среднего течения. Коэффициент межфазного (газ и конденсированная фаза) теплообмена определяется  $\alpha_V = \alpha S - \gamma C_P \dot{m}$ ,  $S = 4\phi_S / d_S$  [5]. Здесь  $\alpha = Nu\lambda/d_S$  – коэффициент теплообмена для элемента ЛГМ (например, хвоинки),  $Nu$  – число Нуссельта для цилиндра,  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности для хвоинки;  $\gamma$  – параметр, характеризующий отношение между молекулярной массой окружающих и вдуваемых газов. Таким образом, совокупность уравнений (1) – (7) с соответствующими начальными и граничными условиями, являются балансовыми соотношениями массы, энергии и количества движения, представляющие собой постановку задачи, решение которой позволяет определить характеристики сложного взаимосвязанного процесса возникновения лесного пожара. Начальные и граничные условия будут иметь следующий вид

$$t = 0: v_1 = 0, v_2 = 0, v_3 = 0, T = T_e, T_S = T_e, c_\alpha = c_{\alpha e}, \phi_i = \phi_{ie}; \quad (8)$$

$$x_1 = -x_{1e}: v_1 = V_e, v_2 = 0, \frac{\partial v_3}{\partial x_1} = 0, T = T_e, c_\alpha = c_{\alpha e}, -\frac{c}{3k} \frac{\partial U_R}{\partial x_1} + c U_R / 2 = 0; \quad (9)$$

$$x_1 = x_{1e}: \frac{\partial v_1}{\partial x_1} = 0, \frac{\partial v_2}{\partial x_1} = 0, \frac{\partial v_3}{\partial x_1} = 0, \frac{\partial c_\alpha}{\partial x_1} = 0, \frac{\partial T}{\partial x_1} = 0, \frac{c}{3k} \frac{\partial U_R}{\partial x_1} + \frac{c}{2} U_R = 0; \quad (10)$$

$$x_2 = x_{20}: \frac{\partial v_1}{\partial x_2} = 0, \frac{\partial v_2}{\partial x_2} = 0, \frac{\partial v_3}{\partial x_2} = 0, \frac{\partial c_\alpha}{\partial x_2} = 0, \frac{\partial T}{\partial x_2} = 0, -\frac{c}{3k} \frac{\partial U_R}{\partial x_2} + \frac{c}{2} U_R = 0; \quad (11)$$

$$x_2 = x_{2e}: \frac{\partial v_1}{\partial x_2} = 0, \frac{\partial v_2}{\partial x_2} = 0, \frac{\partial v_3}{\partial x_2} = 0, \frac{\partial c_\alpha}{\partial x_2} = 0, \frac{\partial T}{\partial x_2} = 0, \frac{c}{3k} \frac{\partial U_R}{\partial x_2} + \frac{c}{2} U_R = 0; \quad (12)$$

$$x_3 = 0: v_1 = 0, v_2 = 0, \frac{\partial c_\alpha}{\partial x_3} = 0, -\frac{c}{3k} \frac{\partial U_R}{\partial x_3} + \frac{c}{2} U_R = 0, \quad (13)$$

$$v_3 = v_{30}, T = T_g \text{ при } |x_1| \leq \Delta, |x_2| \leq \Delta \text{ и } v_3 = 0, T = T_e \text{ при } |x_1| > \Delta, |x_2| > \Delta;$$

$$x_3 = x_{3e}: \frac{\partial v_1}{\partial x_3} = 0, \frac{\partial v_2}{\partial x_3} = 0, \frac{\partial v_3}{\partial x_3} = 0, \frac{\partial c_\alpha}{\partial x_3} = 0, \frac{\partial T}{\partial x_3} = 0, \frac{c}{3k} \frac{\partial U_R}{\partial x_3} + \frac{c}{2} U_R = 0. \quad (14)$$

## 2. Методика решения

Дифференциальные уравнения, описывающие процессы тепло- и массообмена и гидродинамики подчиняются обобщенному закону сохранения. Если обозначить любую искомую функцию  $\Phi$ , то обобщенное дифференциальное уравнение принимает в тензорной форме вид

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i \Phi) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right) + S, \quad i=1,2,3. \quad (15)$$

где  $t$ ,  $x_i$  – временная и пространственные координаты,  $\rho$  – плотность,  $u_i$  – компоненты вектора скорости,  $\Gamma$  – коэффициент переноса (например,  $\Gamma$  – коэффициент диффузии),  $S$  – источниковый член. В частности в  $S$  может входить приток (сток) тепла за счет химических реакций в уравнении энергии или увеличение (уменьшение) концентраций компонент в результате химических реакций в уравнении диффузии. Конкретный вид  $\Gamma$  и  $S$  зависит от смысла переменной  $\Phi$  (в действи-

тельности следовало бы использовать обозначения  $\Gamma_\Phi$  и  $S_\Phi$ , но это привело бы к слишком большому количеству нижних индексов в дальнейших выкладках). В (15) также подразумевается суммирование по индексу  $i$ . Начальные и граничные условия для уравнения (15) в общем виде записываются следующим образом:

$$\Phi|_{t=0} = \Phi_e, \alpha_1 \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \Big|_{x_i=x_{ie}} + \alpha_2 \Phi|_{x_i=x_{ie}} = \alpha_3. \quad (16)$$

Здесь  $\alpha_i$  – функция аргументов  $t$  и  $x_i$ ,  $x_{ie}$  – значение аргумента  $x_i$  на соответствующей границе расчетной области. Если в рассматриваемой математической модели учитываются химические реакции, то обычно дополнительно используются обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка или, как говорят, уравнения химической кинетики, которые в общем виде можно записать следующим образом:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -K(t)\Phi + F(t), K(t) \geq 0, F(t) \geq 0, \Phi|_{t=0} = \Phi_e. \quad (17)$$

Построение дискретного аналога для уравнения вида (15) с соответствующими краевыми условиями типа (16) проведем на основе метода контрольного объема, подробное изложение которого дается в [10]. Основная идея метода поддается прямой физической интерпретации. Расчетная область разбивается на некоторое число непересекающихся контрольных объемов таким образом, что каждая узловая точка содержится в одном контрольном объеме. Дифференциальные уравнения интегрируются по каждому контрольному объему. Для вычисления интегралов используются кусочные профили, которые описывают изменение  $\Phi$  между узловыми точками. Полученный таким образом дискретный аналог выражает закон сохранения  $\Phi$  для конечного контрольного объема точно. Точно так же, как дифференциальное уравнение выражает закон сохранения для бесконечно малого контрольного объема. Важнейшее свойство метода контрольного объема состоит в том, что при его использовании точно выполняются интегральные законы сохранения таких величин, как масса, количество движения и энергия, в каждом контрольном объеме и для любой группы контрольных объемов и, следовательно, на всей расчетной области [10]. Таким образом, даже решение на грубой сетке удовлетворяет точным интегральным балансам во всей области, то есть дискретный аналог (разностная схема) Патанкара – Сполдинга является консервативным [10 – 12]. В результате дискретизации дифференциальной задачи получаем системы сеточных уравнений для каждого дифференциального уравнения. Причем матрица каждой из системы является семидиагональной. Для разрешения полученных систем алгебраических уравнений используем метод *SIP* [13].

При численном решении применялось расщепление по физическим процессам, то есть вначале рассчитывалась гидродинамическая картина, а затем решались уравнения химической кинетики и учитывались химические источники для скалярных функций ( $C_\alpha$ ,  $T$ ) [9]. При решении уравнений химической кинетики шаг по времени выбирался автоматически. Далее решалось уравнение переноса излучения. Полученные значения функций подставляются в качестве начального приближения, и процесс повторяется. Решение считалось найденным на новом временном слое, если достигалась заданная точность для искомого решения на двух последующих итерациях, которая составляла не более 1%. Кроме того, для оценки точности используемых дискретных аналогов и проверки правильности работы программы использовался метод априори задаваемых аналитических решений. В используемые уравнения подставлялись аналитические выражения искомых

функций, вычислялась невязка уравнений, которая затем трактовалась как фиктивный источник в каждом уравнении. Затем значения функций восстанавливались. Точность восстановления функций составляла не менее 0,5 %. Устойчивость и точность полученных решений проверялась также с помощью уменьшения шагов по времени и пространству. При расчетах использовался алгоритм автоматического выбора шага по времени. Согласование полей скорости и давления осуществлялось итерационным образом в рамках алгоритма SIMPLE [10].

### 3. Результаты расчетов

На основе представленной математической постановки (1) – (14) проводились численные расчеты по определению картины процесса возникновения верхового лесного пожара в результате зажигания полога леса от заданного очага горения. В результате численного интегрирования получены поля массовых концентраций компонент газовой фазы, температур, объемных долей компонентов твердой фазы в различные моменты времени. На основе полученных данных следует, что с течением времени возрастают температуры газовой и твердой фаз, происходит уменьшение массовой концентрации кислорода и изменение количества горючих продуктов пиролиза и объемных долей фаз на нижней границе полога леса вблизи очага горения. В результате воздействия очага повышенной температуры в его окрестности происходит прогрев полога леса, испарение влаги и разложение сухого ЛГМ. В результате этого в пологе леса выделяются летучие горючие продукты пиролиза. Во все время процесса температура газовой фазы выше температуры твердой фазы. Газообразные продукты пиролиза, выделившиеся в результате разложения ЛГМ, воспламеняются в пространстве между пологом леса и напочвенным покровом. При этом также происходит уменьшение концентрации кислорода. Начиная с момента зажигания, температуры газовой и конденсированной фаз становятся одинаковыми. То есть полученные результаты показывают, что процесс зажигания носит многостадийный характер. Таким образом, под воздействием очага повышенной температуры происходит воспламенение полога леса. В процессе прогрева под воздействием архимедовой силы и ветра происходит всплытие и перенос в горизонтальном направлении нагретых газов и продуктов пиролиза и горения из очага горения по направлению ветра. На рис. 2 представлены распределения поверхностей равной температуры (изоповерхностей) ( $1 - \bar{T} = 1,1$ ;  $2 - \bar{T} = 1,5$ ;  $3 - \bar{T} = 2$ ;  $4 - \bar{T} = 3$ .) газовой фазы в различные моменты времени:  $a - t = 3$  и  $b - t = 5$  с соответственно), а также векторные поля скорости в области воспламенения полога леса от очага горения.

Из рисунков видно, что в результате воздействия очага низового лесного пожара произошло воспламенение полога леса и область горения продвигается в глубь. Кроме того, видно, что с течением времени за счет зоны горения происходит прогрев полога леса в вертикальном и в большей степени в горизонтальном направлении. В результате этого происходит сушка и начинается процесс пиролиза ЛГМ, тем самым будет обеспечиваться дальнейшее распространения лесного пожара по пологу леса.

На рис. 3 представлено распределение в области горения поверхностей равной концентрации кислорода в моменты времени  $t = 3$  и  $5$  с соответственно ( $1 - \bar{C}_1 = 0,9$ ;  $2 - 0,5$ ;  $3 - 0,2$ ). В результате возникновения горения происходит уменьшение массовой концентрации кислорода, который расходуется на окисление (горение) летучих горючих продуктов пиролиза.

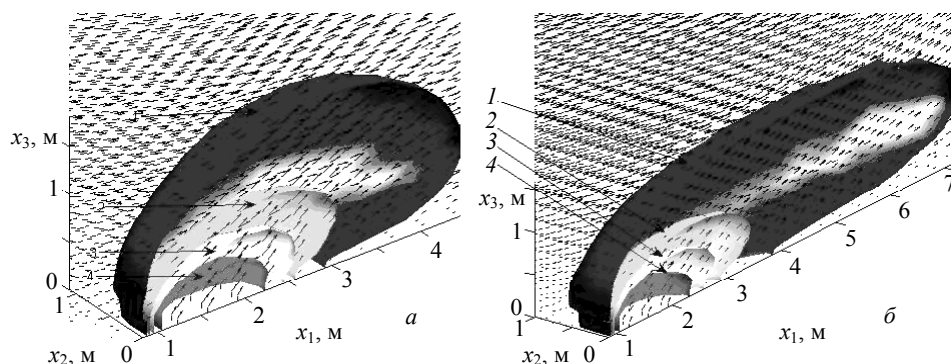


Рис. 2. Распределение поля скорости и поверхностей равной температуры

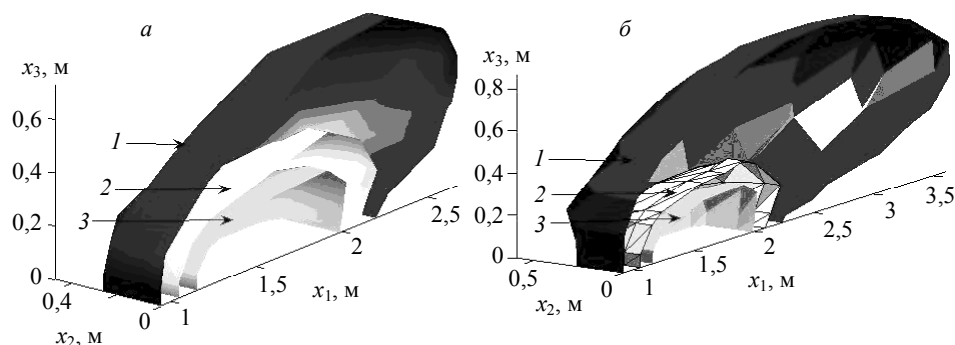


Рис. 3. Распределение поверхностей равной массовой концентрации кислорода

Распределение поверхностей равной массовой концентрации летучих продуктов пиролиза (в первую очередь это  $\text{CO}$ , которые распространяются по направлению ветра, представлено на рис. 4 ( $1 - \bar{C}_2 = 0,3$ ;  $2 - 0,5$ ;  $3 - 1$ ) в различные моменты времени:  $a - t = 3$  и  $б - t = 5$  с соответственно).

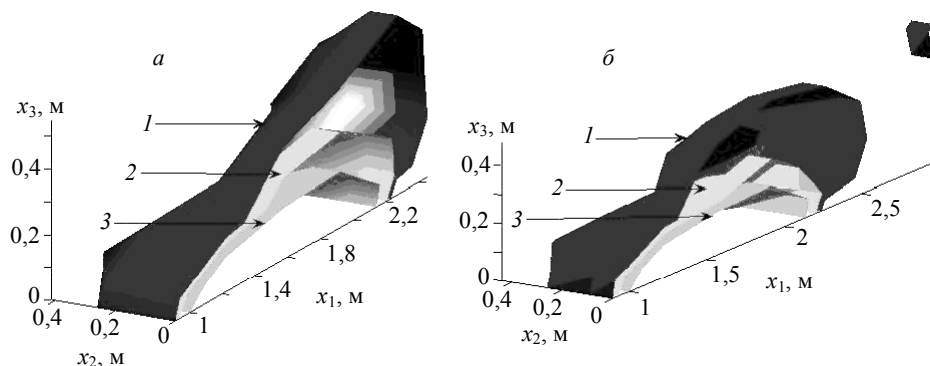


Рис. 4. Распределение поверхностей равной массовой концентрации

Из рисунков следует, что под воздействием очага низового лесного пожара формируется область горения, которая в дальнейшем может распространяться по лесному массиву.

### Заключение

Полученные численные характеристики процесса зажигания полога леса от очага низового лесного пожара согласуются с результатами экспериментальных исследований [1, 2, 14] и данными расчетов, представленных в [9].

Автор выражает благодарность профессору Томского госуниверситета д.ф.-м.н. А.М. Гришину за разработку общей математической модели лесных пожаров, на основе которой получена постановка задачи представленная в данной работе.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Конев Э.В. Физические основы горения растительных материалов. Новосибирск: Наука, 1977.
2. Гришин А.М. Математические модели лесных пожаров и новые способы борьбы с ними. Новосибирск: Наука, 1992.
3. Albin F. An overview of research on wildland fire // Proc. of the 5<sup>th</sup> Intern. Symp. on Fire Safety Science, Intern. Associat. for Fire Safety Science, Melbourne, Australia, 3 – 7 March, 1997. P. 59 – 74.
4. Adams J.S., Williams D.W., Tregellas-Williams J. Air velocity, temperature and radiant –heat measurements within and around a large free burning fire // 14th Intern. Symp. on Comb. Pittsburgh, 1972. P. 1045 – 1052.
5. Palmer T.Y. Convection columns above large experimental fires // Fire Technology. 1975. V. 11. No. 2. P. 11 – 118.
6. Stocks B.J., Alexander M.E., Lanoville R.A. The Intern. Crown Fire Modeling Experiment – an update // International Forest Fire News. 1999. V. 21. P. 89 – 90.
7. Alexander M.E., Stocks B.J., Wotton, B.M., et al. The international crown fire modeling experiment: an overview and progress report // Symp. on Fire and Forest Meteorology, Phoenix, AZ, 11–16 January 1998. American Meteorological Society, Boston, MA, 1998.
8. Гришин А.М., Зятин В.И., Перминов В.А. Экспериментальное исследование перехода низового лесного пожара в верховой. Томск: Томский госуниверситет / Деп. ВИНТИ № 982-91 от 06.03.91. 22 с.
9. Гришин А.М., Перминов В.А. Переход низового лесного пожара в верховой // Физика горения и взрыва. 1990. Т. 26. № 6. С. 27 – 35.
10. Патанкар С.В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.
11. Harlow F.N., Welch J.E. Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface // Phys. Fluids. 1965. V. 8. P. 2182.
12. Patankar S.V., Spalding D.B. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three dimensional parabolic flows // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1972. V. 15. P. 1787.
13. Stone H.L. Iterative solution of implicit approximations of multi-dimensional partial differential equations // SIAM J. Num. Anal. 1968. No. 5. P. 530 – 558.
14. Леонтьев А.К., Моршин В.Н. Метод расчета воспламенения тонкой растительной частицы в конвективном потоке газа // Интенсификация лесозаготовительных и лесохозяйственных производств. Л.: ЛТА, 1989. С. 59 – 67.

Статья представлена кафедрой прикладной математики факультета прикладной математики и кибернетики Томского государственного университета и оргкомитетом VII Всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Информационные технологии и математическое моделирование». Поступила в редакцию 21 ноября 2008 г.