

УДК 523.62-726, 523.62-337, 531.19

Н.Р. Минькова

## ДВУХЧАСТИЧНАЯ КИНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СОЛНЕЧНОГО ВЕТРА В ПРИБЛИЖЕНИИ ВМОРОЖЕННОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

В статье рассматривается кинетическая модель потока солнечной плазмы, основанная на уравнении для двухчастичной функции распределения электронов и протонов по скоростям, уравнениях Максвелла и допущениях о в замороженном магнитном поле паркеровского типа. Полученные зависимости для скорости, плотности и потока частиц плазмы согласуются с данными наблюдений солнечного ветра. Приведены пределы применимости данной модели, вытекающие из анализа уравнения дрейфа частиц в межпланетном магнитном поле.

Современные кинетические модели солнечного ветра основываются на уравнениях для одно- и двухчастичных функций распределения электронов и протонов плазмы по скоростям и формулируются в приближении стационарного потока полностью ионизованной квазинейтральной плазмы (например, [1, 2]). При этом замкнутые кинетические модели течения солнечной плазмы строятся на основе уравнений Власова, позволяющих найти как функции распределения электронов и ионов по скоростям, так и векторы напряженности электрического и магнитного полей. Решение и анализ задачи о распространении солнечного ветра в такой самосогласованной постановке затруднены, вследствие чего вводятся упрощающие предположения относительно магнитного поля. В одних случаях его влиянием пренебрегается [1, 2], а в других – магнитное поле определяется на основе ряда допущений [3 – 5], сформулированных Паркером [6]. Первый из этих двух подходов позволяет вычислить параметры потока плазмы однозначно – на основе функции распределения частиц по скоростям (как статистические моменты). Во втором случае постановка задачи получается переопределенной, так что скорость потока плазмы может быть найдена как путем вычисления первого статистического момента, что является общепринятым (например, [3, 4]), так и на основе уравнений Максвелла в рамках принятых допущений о поле скоростей и магнитном поле [5, 7]. Последний из названных подходов представлен в настоящей работе в применении к двухчастичной кинетической модели солнечного ветра.

Рассмотрим солнечный ветер в приближении стационарного осесимметричного бесстолкновительного потока квазинейтральной плазмы, состоящей из электронов и протонов. Плазма испускается Солнцем, вращающимся с постоянной угловой скоростью  $\Omega$ , и распространяется в гравитационном, магнитном полях и в электрическом поле поляризации плазмы. Тогда **уравнение для двухчастичной функции распределения электронов и протонов по скоростям**  $f(r, u_e, u_p)$  запишется в сферической системе координат, связанной с вращающимся Солнцем, в следующем виде:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{u}_e \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{u}_p \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}_e} \frac{\mathbf{F}_e}{m_e} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}_p} \frac{\mathbf{F}_p}{m_p} = 0, \quad (1)$$

где  $\mathbf{F}_e = -m_e \nabla \phi - e\mathbf{E} - (e/c) \mathbf{u}_e \times \mathbf{B} + \Delta \mathbf{F}_e$ ,  $\mathbf{F}_p = -m_p \nabla \phi + e\mathbf{E} + (e/c) \mathbf{u}_p \times \mathbf{B} + \Delta \mathbf{F}_p$

обозначают силы, действующие соответственно на протон и электрон в гравитационном поле с потенциалом  $\phi(r)$ , в поляризованном и магнитном полях с осредненными векторами напряженности  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$  (предполагается, что плазма распространяется в вакууме, вследствие чего векторы магнитной напряженности и магнитной индукции принимаются равными  $\mathbf{H} = \mathbf{B}$ ). Фиктивные (дополнительные) силы  $\Delta \mathbf{F}$  имеют следующие компоненты во вращающейся сферической системе координат  $r, \theta, \phi$  ( $j = e, p$ ):

$$\Delta F_{jr} = \frac{u_{j\theta}^2 + u_{j\phi}^2}{r} + 2u_{j\phi}\Omega \sin \theta + r\Omega^2 \sin^2 \theta; \quad (2)$$

$$\Delta F_{j\theta} = -\frac{u_{jr}u_{j\theta}}{r} + \frac{u_{j\phi}^2}{r} \operatorname{ctg} \theta + 2u_{j\phi}\Omega \cos \theta + r\Omega^2 \sin \theta \cos \theta; \quad (3)$$

$$\Delta F_{j\phi} = -\frac{u_{jr}u_{j\phi}}{r} - \frac{u_{j\theta}u_{j\phi}}{r} \operatorname{ctg} \theta - 2u_{jr}\Omega \sin \theta - 2u_{j\theta}\Omega \cos \theta. \quad (4)$$

Здесь  $m_e, \mathbf{u}_e, m_p, \mathbf{u}_p$  – массы и скорости электронов и протонов соответственно;  $\pm e$  – заряды протона и электрона. Индексы  $e, p$  относятся к электронам и протонам соответственно.

Предполагается, что солнечный ветер истекает со сферической поверхности радиуса  $r_0$ , расположенной в нижних слоях короны Солнца ( $r_0 \sim R_s, R_s$  – радиус Солнца), где плазму можно рассматривать как равновесную:

$$f_0 = f(\mathbf{r}_0, \mathbf{u}_e, \mathbf{u}_p) = N_0^2 \left( \sqrt{m_e m_p} / 2\pi k_B T_0 \right)^3 \exp \left( - (m_e u_e^2 + m_p u_p^2) / 2k_B T_0 \right). \quad (5)$$

Здесь  $N_0, T_0$  – числовая плотность температура плазмы при  $r = r_0$ . При этом предполагается, что испускаемые электроны и протоны имеют одинаковые температуры ( $T_{e0} = T_{p0} = T_0$ ). Принятое допущение о квазинейтральности плазмы означает, что числовые плотности электронов и протонов при  $r = r_0$  также одинаковы ( $N_{e0} = N_{p0} = 0,5 N_0$ ).

**Решение** уравнения (1) – (4) методом характеристик позволяет найти двухчастичную функцию распределения как произвольную функцию шести первых интегралов:

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{u}_e, \mathbf{u}_p) = f(E_e, M_e, \mu_e, E_p, M_p, \mu_p), \quad (6)$$

выражающих соответственно законы сохранения энергии  $E$ , момента количества движения  $M$  (при осевой симметрии потока) и магнитного момента  $\mu$  (первый адиабатический инвариант) вдоль траекторий электронов и протонов:

$$E_j \equiv m_j u_j^2 / 2 + m_j \phi - q_j \psi - m_j r^2 \sin^2 \theta \cdot \Omega^2 / 2 = \text{const}; \quad (7)$$

$$M_j \equiv r \sin \theta (u_{j\phi} + r \sin \theta \cdot \Omega + q_j / cm_j A_\phi) = \text{const}; \quad (8)$$

$$\mu_j = (cm_j / q_j) (v_j^2 / B) \cong \text{const}, \quad (9)$$

где  $u_j$  – модуль вектора скорости частицы  $j$ -го сорта;  $\psi$  – потенциал электрического поля ( $\mathbf{E} = \nabla \psi$ ),  $A$  – векторный потенциал магнитного поля ( $\mathbf{B} = \text{rot } A$ ),  $A_\phi$  – его азимутальная компонента;  $v_j$  – линейная скорость ларморовского вращения частицы  $j$ -го сорта. Как известно, первый адиабатический потенциал (9) выводится в

предположении, что магнитное поле слабо меняется вдоль траектории частицы за период ее ларморовского вращения.

Из граничных условий (5) определяется вид функции (6):

$$f = N_0^2 \left( \sqrt{m_e m_p} / 2\pi k_B T_0 \right)^3 \exp \left( - \left( m_e u_e^2 / 2 + m_p u_p^2 / 2 + (\Pi - \Pi_0) \right) / k_B T_0 \right), \quad (10)$$

где  $\Pi = \Pi(r) = m\phi(r) - m(r \sin \theta \cdot \Omega)^2 / 2$  обозначает суммарный потенциал электрона и протона,  $\Pi_0 = \Pi(r_0)$ ,  $m = m_e + m_p$ . Границы области определения двухчастичной функции распределения (10) в фазовом пространстве скоростей электронов и протонов зависят от поляризационного потенциала  $\psi$  и азимутальной компоненты векторного потенциала магнитного поля  $A_\phi$ . Следовательно, статистические моменты (средние параметры потока – плотность, скорость и др.), вычисляемые путем интегрирования функции распределения по ее области определения, также зависят от  $\psi$  и  $A_\phi$ . Однако поляризационный потенциал  $\psi$  можно полностью исключить из решения задачи, если рассмотреть модель, описывающую статистику нейтральных динамических пар электрон – протон [2]. В этом случае как двухчастичная функция распределения  $f$ , так и область ее определения зависят только от суммы первых интегралов (7):

$$f = f(E_e + E_p, M_e, \mu_e, M_p, \mu_p). \quad (11)$$

Этот подход используется ниже для получения верхней оценки стационарного потока частиц плазмы  $Nu(r)$  (17).

**Магнитное поле** задается на основе ключевых предположений Паркера о межпланетном магнитном поле, как замороженном в стационарный осесимметричный поток плазмы, истекающий с нулевой начальной скоростью с поверхности вращающегося Солнца и имеющий нулевую меридиональную компоненту скорости. Отметим, что в отличие от Паркера угол истечения плазмы не фиксируется и скорость потока не считается постоянной. Указанные допущения позволяют вывести из уравнений Максвелла ( $\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$  и  $\operatorname{rot} \mathbf{B} = (4\pi/c)\mathbf{J}$ ) не только зависимости для компонент вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  [6]:

$$B_r = B_{r0}(\theta)(r_0/r)^2, \quad B_\theta = 0, \quad B_\phi = B_r(r - r_0)\Omega \sin \theta / U_r, \quad (12)$$

но и следующие выражения для компонент **скорости солнечного ветра**  $U$ :

$$U_r(r, \theta) = |B_{r0}(\theta)| \cdot \sin^2 \theta \cdot g_1(r), \quad U_\theta = 0, \quad U_\phi = (r - r_0)\Omega \sin \theta. \quad (13)$$

При выводе зависимости  $U_r(r, \theta)$  (13) учитывалось, что при стационарном радиальном расширении квазинейтральной плазмы радиальный ток отсутствует ( $J_r = 0$ ). Если меридиональный ток также равен нулю ( $J_r = 0, J_\theta = 0$ ), что соответствует гипотезе о замороженном магнитном поле, когда поперечным дрейфом заряженных частиц можно пренебречь, то из уравнений Максвелла находится зависимость радиальной скорости от гелиоцентрического расстояния:

$$U_r(r, \theta) = \alpha |B_{r0}(\theta)| \cdot \sin^2 \theta (1 - r_0/r). \quad (14)$$

Здесь  $\mathbf{J}$  – вектор тока,  $g_1(r)$ ,  $\alpha$  – соответственно произвольные функция и константа интегрирования уравнений Максвелла.

Заметим, что если рассмотреть полностью бестоковое приближение ( $J_r = 0, J_\theta = 0, J_\phi = 0$ , т.е. азимутальный ток также принять равным нулю), то в выражении для радиальной скорости солнечного ветра (14) коэффициент  $B_{r0}(\theta) = B_{r0} = \text{const}$  и радиальная компонента магнитной индукции (12) остается

функцией только гелиоцентрического расстояния  $r$ . Согласно данным измерений миссии Ulysses (сплошная линия на рис. 1 [5]), профиль скорости солнечного ветра  $U(\infty, \theta)$  имеет форму бабочки («butterfly» diagram) – уменьшение скорости потока солнечной плазмы наблюдается вблизи экваториальной плоскости Солнца ( $\theta \sim \pi/2$ ) и при приближении к его полюсам ( $\theta \sim 0, \theta \sim \pi$ ). Множитель  $\sin^2\theta$  обеспечивает качественное согласование зависимости (14) с указанными наблюдениями для всех гелиоширот, кроме приэкваториальной области. Наблюдаемое уменьшение скорости  $U$  в этой зоне может быть достигнуто, если радиальная компонента магнитной индукции на сфере истечения плазмы  $r = r_0$   $B_{r0} = B_{r0}(\theta)$  имеет минимум вблизи экватора. Такой характер указанной зависимости подтверждается данными наблюдений для магнитного поля фотосферы в период активного Солнца [8], которые могут быть аппроксимированы следующей формулой [5]:

$$\alpha |B_{r0}(\theta)| = \alpha_0(1 + 16|\sin^7\theta|). \quad (15)$$

Если предположить, что зависимость (15) можно спроецировать (экстраполировать) в нижние слои солнечной короны, где задаются граничные условия для истекающей плазмы ( $r = r_0$ ), то полученный профиль предельной скорости солнечного ветра (14) с учетом (15)

$$U_r(\infty, \theta) = \alpha_0(1 + 16|\sin^7\theta|) \sin^2\theta \quad (16)$$

качественно согласуется с данными наблюдений миссии Ulysses (рис. 1) [5]. На рис. 1 теоретическая зависимость (16) и данные Ulysses представлены соответственно пунктирной и сплошной линиями. Константа  $\alpha_0 \cong 26,5$  рассчитана на основе эмпирического значения предельной скорости солнечного ветра (450 км/с) в плоскости эклиптики [9]. Теоретические результаты (16) не рассматриваются вблизи экваториальной плоскости ( $\theta \approx \pi/2$ ) и полюсов Солнца ( $\theta \approx 0, \theta \approx \pi$ ), поскольку приближение в замороженного магнитного поля в этих областях неприменимо. **Анализ уравнения для поперечного дрейфа частиц плазмы** в заданном магнитном поле (12) показывает, что в указанных областях скорости движения быстрых частиц поперек силовых магнитных линий превышают скорости их продольного движения. Дрейф частиц также значителен при  $r \sim r_0$ , что приводит к рассогласованию теоретических результатов с данными наблюдений у поверхности истечения плазмы.

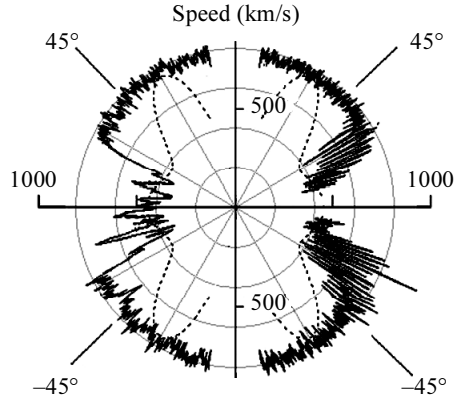


Рис. 1. Скорость солнечного ветра как функция меридионального угла по данным наблюдения миссии Ulysses (сплошная линия) и теоретической зависимости  $U_r(\infty, \theta)$  (16) (пунктирная линия)

Уравнение для дрейфа частиц приводит также к соотношению, связывающему поперечные температуры испускаемых электронов  $T_{e\perp 0}$  и протонов  $T_{p\perp 0}$  с гравитационным потенциалом  $\phi_0$ , линейной скоростью вращения Солнца  $u_{\Omega 0} = r_0\Omega$  и углом выхода магнитных силовых линий  $B_{\phi 0}/B_0$  при  $r = r_0$ :

$$T_{e\perp 0} + T_{p\perp 0} = (m|\phi_0|/6k_B)(1 - u_{\Omega 0}^2/|\phi_0|)/(1 - 0,5 B_{\phi 0}^2/B_0^2). \quad (17)$$

Для Солнца  $u_{\Omega 0}^2/|\varphi_0| \ll 1$  и  $B_{\phi 0}/B_0 \ll 1$ . В однотемпературном приближении ( $T_{e\perp 0} = T_{p\perp 0} = T_{\perp 0}$ ) и в предположении изотропности температуры частиц ( $T_{\perp 0} = 2T_0/3$ ) выражение (17) сводится к следующей зависимости:

$$T_0 \approx m |\varphi_0| / 8k_B. \quad (18)$$

Полученная зависимость количественно согласуется с данными наблюдений короны Солнца как в плоскости эклиптики [9] (при варьировании  $r_0$  в пределах от  $1,3R_s$  до  $5R_s$  отклонение теоретических результатов от данных наблюдений не превышает 35%), так и на высоких гелиоширотах [10].

Отметим, что в отличие от модели Паркера силовые линии магнитного поля, полученного в рамках предлагаемой модели (12), (14), выходят с поверхности истечения плазмы под углом к нормали ( $\alpha \sim 0,2^\circ$ ). Это отклонение обеспечивает зависимость радиальной скорости солнечного ветра  $U_r$  от гелиоцентрического расстояния  $r$  (14), в то время как допущение Паркера ( $\alpha = 0$ ) обуславливает постоянство указанной скорости ( $U_r = \text{const}$ ).

Решение уравнений Максвелла при заданном магнитном поле (12) – (14) показывает, что наблюдаемая картина течения солнечного ветра качественно воспроизводится в рамках допущения об отсутствии радиального и меридионального токов и при учете ненулевого азимутального тока, уменьшающего скорость потока солнечной плазмы в приэкваториальной области. При этом радиальная зависимость скорости плазмы (14) возрастает с удалением от Солнца быстрее по сравнению с эмпирическими данными в плоскости эклиптики [9]. Отсюда можно заключить, что предположение  $J_\theta = 0$ , определяющее радиальную зависимость в выражении для скорости  $U_r$  (14) требует корректировки на малых гелиоцентрических расстояниях вблизи плоскости эклиптики. Этот вывод подтверждается также анализом уравнения для скорости дрейфа, из которого следует, что вблизи поверхности истечения плазмы ( $r \sim r_0$ ) возникает меридиональный ток. Учет этого дрейфа приведет к уменьшению радиальной скорости плазмы в этой области, что улучшит согласование теоретических результатов с данными измерений.

При заданном магнитном поле (12) двухчастичная кинетическая модель, описывающая статистику динамических электрон-протонных пар (11), позволяет получить верхнюю **оценку для удельного потока частиц плазмы**:

$$Nu(r, \theta) \approx 0,5N_0u_0 \exp(0,5\Delta\bar{\Pi}_{cr}(\theta)) \sqrt{((\Delta\bar{\Pi}_{cr}(\theta) + 3)^2 - 3)} r_0^2 / r^2. \quad (19)$$

Здесь  $u_0 = \sqrt{kT_0 / \pi \sqrt{m_e m_p}}$ ,  $\Delta\bar{\Pi} = (\Pi - \Pi_0) / kT_0$ ,  $\Delta\bar{\Pi}_{cr} = \Delta\bar{\Pi}(r_{cr})$ . Соотношение (19) выведено с учетом немонотонности потенциала электрон-протонной пары  $\Pi = m_f \varphi - m_r(r \sin \theta \cdot \Omega)^2 / 2$ , имеющего максимум на гелиоцентрическом расстоянии  $r_{cr} \approx 36,33r_0 / \sin^{2/3} \theta$ .

Из зависимостей (19) и (14) вытекает оценка для плотности солнечного ветра

$$N(r, \theta) = Nu(r, \theta) / U_r(r, \theta). \quad (20)$$

Полученные профили числовой плотности  $N(r, \theta)$  (20) и скорости солнечного ветра  $U_r(r, \theta)$  (14) согласуется с данными наблюдений [9] в плоскости эклиптики ( $\theta \approx 83^\circ$ ) при  $r \geq 1,5r_0$  в пределах 35%. Кроме того, радиальный профиль скорости  $U_r(r, \theta_1)$  лежит в пределах разброса данных измерений для высокоширотного солнечного ветра ( $\theta \approx 30^\circ$ ) [11].

Зависимость числовой плотности от меридионального угла (20) на уровне орбиты Земли ( $r = 1$  а.е.) качественно согласуется с данными наблюдений Ulysses, что иллюстрирует рис. 2, на котором теоретическая кривая и наблюдательные данные представлены пунктирной и сплошной линиями соответственно [5]. Сравнение проводилось при следующих значениях параметров:  $r_0 = 3R_s$ , температура  $T_0$  рассчитывалась по формуле (18), плотность  $N_0$  вычислялась из согласования теоретического (20) и наблюдательного значений плотности солнечного ветра на уровне орбиты Земли.

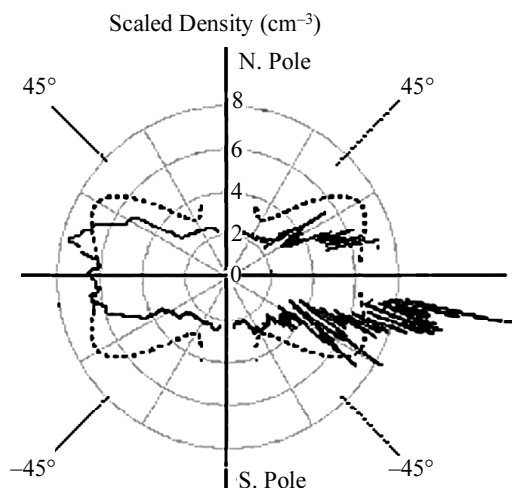


Рис. 2. Числовая плотность солнечного ветра как функция меридионального угла по данным наблюдения миссии Ulysses (сплошная линия) и теоретической зависимости  $N(r, \theta)$  (20) при  $r_1 = 1$  а.е.) (пунктирная линия)

Таким образом, представленная кинетическая модель стационарного осесимметричного солнечного ветра в заданном магнитном поле паркеровского типа позволяет получить с использованием уравнений Максвелла пространственную зависимость для скорости, потока частиц и числовой плотности плазмы, которые согласуются с данными наблюдений солнечного ветра как в плоскости эклиптики, так и на высоких гелиоширотах. Анализ расхождений теоретических результатов и наблюдательных данных с использованием уравнений Максвелла и уравнения дрейфа частиц в заданном магнитном поле позволяет выявить роль допущений об отсутствии токов в плазме и предложить соответствующую корректировку модели.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Lemaire J., Scherer M. Kinetic models of the solar wind // J. Geophys. Res. 1971. V. 76. P. 7479 – 7490.
2. Vasenin Y.M., Minkova N.R. Two-particle quasi-neutral kinetic model of collisionless solar wind // J. Phys. A: Math. and General. 2003. V. 36. P. 6215 – 6220.
3. Pierrard V., Issautier K., Meyer-Vernet N., Lemaire J. Collisionless model of the solar wind in a spiral magnetic field // Geophys. Res. Lett. 2001. V. 28. No. 2. P. 223 – 226.

4. *Vasenin Y.M., Shamin A.V., Minkova N.R.* Solar wind kinetic model depending on rotation and magnetic field of the Sun // 11th Int. Workshop on the Physics of Non-Ideal Plasmas, Valencia, Spain, 2003, Abstracts Book. 2003. P. 177.
5. *Minkova N.R.* The kinetic model of the solar wind influenced by the given magnetic field // Solar variability and its magnetic origin (IAUS 233) Proc. of the Int. Astronomical Union Symp. and Coll. Cambridge University Press, 2006. P. 311 – 312.
6. *Parker E.N.* Dynamics of the interplanetary gas and magnetic fields // *Astrophys. J.* 1958. V. 128. P. 664 – 676.
7. *Минькова Н.Р.* О задании вмороженного магнитного поля в кинетических моделях солнечного ветра // Моделирование неравновесных систем-2006: Материалы IX Всероссийского семинара. Красноярск, 2006. С. 121 – 122.
8. *Wang Y.-M., Sheeley N.R., Jr.* Solar implications of Ulysses interplanetary field measurements // *Astrophys. J. Lett.* 1995. V. 447. P. L143 – L146.
9. *Koehnlein W.* Radial dependence of solar wind parameters in the ecliptic (1.1R61 AU) // *Solar Physics.* 1996. V. 169. P. 209 – 213.
10. *Fisher R., Guhathakurta M.* Physical properties of the polar coronal rays and holes as observed with SPARTAN 201-01 coronagraph // *Astrophys. J.* 1995. V. 447. P. L139.
11. *Esser R., Habbal S., Coles W.A., Hollweg J.V.* Hot protons in the inner corona and their effect on the flow properties of the solar wind // *J. Geophys. Res* 1997. V. 102. P. 7063 – 7069.

Принята в печать 12.12.07.