

УДК 536.25

**О.Г. Шилова, А.М. Бубенчиков, В.С. Попонин****ГИДРОДИНАМИКА И НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ  
СОСУДОВ МИКРОЦИРКУЛЯТОРНОГО РУСЛА  
СЕТЧАТОЙ ОБОЛОЧКИ ГЛАЗА<sup>1</sup>**

Выполнены расчеты течения плазмы крови и напряженного состояния оболочки в микрососуде, содержащем аневризму, а также реализована попытка осмыслить роль гидродинамики в развитии характерной для сахарного диабета патологии микроциркуляторного русла сетчатой оболочки глаза.

**Ключевые слова:** гидродинамика, плазма крови, капилляр, микроаневризма, удельная силовая нагрузка, прогрессирующий рост вздутия.

Термин микроциркуляция, появившийся в научной литературе в 1954 г., в буквальном смысле означает движение крови по капиллярам и другим микрососудам, составляющим микроциркуляторное русло. Считают, что состояние микроциркуляции является наиболее наглядным показателем для оценки существующих изменений сосудистого русла при сахарном диабете [1]. Одним из самых тяжелых офтальмологических проявлений сахарного диабета является поражение сетчатой оболочки глаза – диабетическая ретинопатия, первым и наиболее характерным патоморфологическим признаком которой являются мешотчатые образования – микроаневризмы. При длительном течении сахарного диабета их количество увеличивается, а величина колеблется от 20 до 200 мкм [2].

Поскольку данные изменения сетчатки появляются через несколько лет после начала заболевания, то есть за весьма продолжительное время, целесообразно рассмотреть стационарное течение в сосуде с указанной патологией и оценить силовое воздействие потока на сосудистую стенку.

В стационарных условиях в гидроупругих системах устанавливается как локальное, так и интегральное силовое равновесие. Иными словами, в каждой точке межфазной границы локальные напряжения, определенные со стороны жидкости, будут равны соответствующим локальным напряжениям, найденным со стороны стенки. В той же степени это относится и ко всей конструкции, а именно: гидродинамическое воздействие со стороны потока полностью уравнивается силовой реакцией со стороны стенки. Следуя этому принципу, в дальнейшем лишь на основе решения гидродинамической задачи нам удалось провести рассуждения и сделать заключения о тех напряжениях, возникающих в стенке сосуда, которые являются причиной развития патологии.

**Техника проведения вычислений**

Представленные в настоящей работе расчеты были выполнены с использованием программного пакета «ANSYS» в той его части, которая связана с решением уравнений Навье – Стокса. Диаметр исследуемого сосуда имел размер порядка  $10^{-5}$  м. При этом диаметр наиболее крупного форменного элемента крови – эрит-

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант РФФИ № 08-01-00484-а).

роцита был соизмерим с указанным размером и составлял величину  $7 \cdot 10^{-6}$  м (7 мкм). Тем не менее, мы ограничились рассмотрением течения однофазной жидкости (плазмы крови – солевого раствора, с концентрацией солей в нем порядка 0,9 %). Область течения, ограниченная двумя плоскими сечениями, цилиндром и пересекающейся с ней сферой, являлась односвязным куском пространства и покрывалась тетраэдральной сеткой. Граница указанной области имела изломы во входном, выходном сечениях и на линии контакта сферы с цилиндром.

Граничные условия, которые требовал пакет, заключались в задании условий прилипания на боковой цилиндрической поверхности; либо нормального к поверхности вдува жидкости на сферической части боковой поверхности составного сосуда; условий постоянства вектора скорости во входном сечении и нулевого значения давления в выходном сечении.

Задаваясь вязкостью солевого раствора и уровнем скоростей порядка нескольких сантиметров в секунду, мы определили числа Рейнольдса, которые оказались незначительными:  $1 < Re < 10$ . В этом случае, в принципе, уравнения Навье – Стокса могут быть линеаризованы способом отбрасывания конвективных членов. Однако все представленные ниже расчеты получены по модели полных уравнений Навье – Стокса.

### Результаты расчетов

На рис. 1 – 3 показаны распределения относительного трансмурального давления, линий тока и векторов скоростей на прямолинейном отрезке сосуда со сферической аневризмой. Средняя скорость на входе в сосуд составляла  $v_{cp} = 0,03$  м/с, поперечный размер сосуда  $d = 2 \cdot 10^{-5}$  м, диаметр сферической аневризмы был  $D = 4 \cdot 10^{-5}$  м.

Число Рейнольдса в рассматриваемых примерах  $Re = (v_{cp} \cdot d) / \nu$ , определенное по кинематической вязкости плазмы крови  $\nu$  [3], было невелико и составляло величину порядка единицы, что отвечает случаю ламинарного и, более того, линейного ползущего течения. Как видно из рис. 2 и 3, область течения в этом случае не содержит зон циркуляции плазмы, а на участках постоянного сечения достаточно быстро устанавливается параболическое распределение скоростей (пуазейлевский профиль).

Существует аналог закона Бернулли [4] для потока вязкой жидкости, согласно которому вдоль вихревых линий сумма гидродинамического и гидростатического давлений в течениях, не являющихся гравитационными, оказывается постоянной величиной. При топологической схожести континуумов вихревых линий и линий тока мы можем ожидать некоторого повышения давления в области расширения потока. Однако из-за относительно низкого уровня скоростей величина этой добавки является малозначительной, как будет видно из дальнейшего. Более существенным фактором, повышающим давление и в системе в целом, и в зоне расширения потока, является проницаемость стенок сосуда. На рис. 1 и 4 приведены распределения относительного трансмурального давления по поверхности сосуда. Здесь

$$Pressure = P_{TM} - P_{TM}^{BbX},$$

$$P_{TM} = p^{(i)} - p^{(e)},$$

где  $p^{(i)}$ ,  $p^{(e)}$  – давления соответственно на внутренней и внешней поверхностях боковой стенки сосуда.

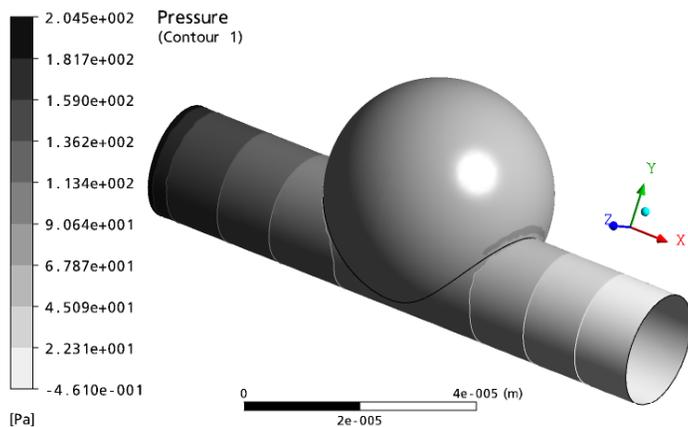


Рис. 1. Давление во фрагменте сосуда с непроницаемыми стенками

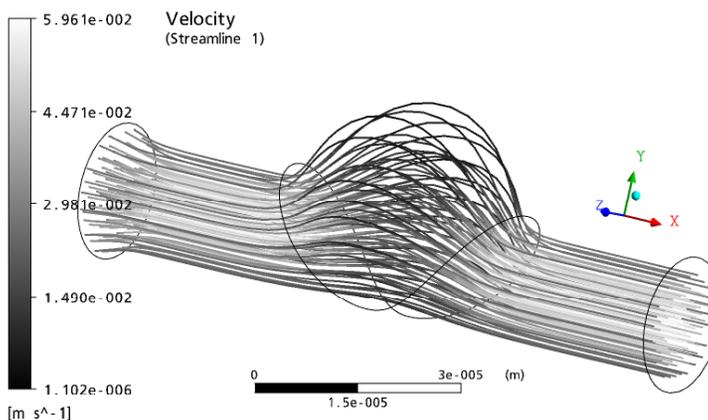


Рис. 2. Линии тока в сосуде с непроницаемыми стенками

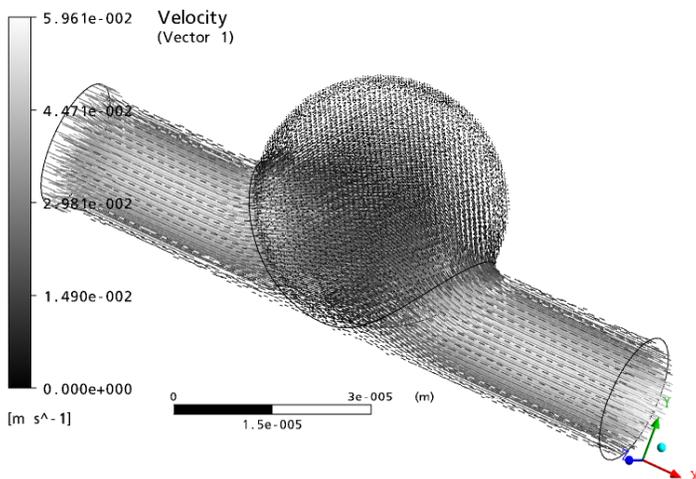


Рис. 3. Векторное поле скоростей в сосуде с непроницаемыми стенками

Настоящими расчетами реализуется попытка углубить наши представления в вопросе развития рассматриваемой патологии. Однако если принять, что патология уже существует, то стенки сосуда на участке его расширения будут безусловно более тонкими, а пористость в этой зоне будет выше. Последнее приведет к повышенному массообмену потока крови с тканевой жидкостью сетчатой оболочки глаза. Процесс поступления жидкости внутрь сосуда или обратно (выход плазмы в окружающую ткань) будет определяться локальным уровнем трансмурального давления и диффузионными механизмами, в частности осмотическими явлениями. Отвлекаясь от природы осмофизических процессов, мы рассмотрели конкретные случаи с поступлением тканевой жидкости из сетчатки внутрь сосуда, то есть выполнили расчеты течения плазмы с постоянной положительной интенсивностью вдува через поверхность аневризмы в сосуд.

Один из примеров такого течения в сосуде рассматриваемой выше геометрии показан на рис. 4 – 6. Здесь средняя скорость поступающей в сосуд плазмы по-прежнему была равна  $v_{cp} = 0,03$  м/с, а скорость вдува через поверхность аневризмы на порядок меньше и равна  $v_w = 0,003$  м/с. Расчеты обнаружили повышение градиентов и уровня давлений в системе в целом, и в сферической аневризме в частности, в сравнении со случаем непроницаемой стенки сосуда. По-видимому, в условиях жизнедеятельности организма наиболее стабильной является фаза работы сосуда с отсутствием просачивания через его стенку.

Однако понятно, что существуют еще две фазы, одна из которых характеризуется выходом плазмы в окружающую ткань, а другая – просачиванием тканевой жидкости внутрь сосуда. Как показали вычисления, последняя фаза характеризуется условиями, способствующими прогрессивному развитию патологии (росту аневризмы). Это определяется повышенным уровнем давлений в системе микроциркуляции сетчатки на всем протяжении этой фазы и, как следствие, значительным силовым воздействием потока на поверхность самой аневризмы. Иными словами, для того, чтобы обеспечить продвижение крови в условиях притока тканевой жидкости в сосуд с той же скоростью, как и в отсутствие дренажа сквозь стенку, необходимо ждать реакции организма, обеспечивающей более высокий уровень давления во всей системе кровоснабжения глаза. Поэтому естественно, что системы организма, контролирующие нормальные условия функционирования и питания органа зрения, активизируют нервную и гуморальную системы и обеспечивают вышеуказанные реакции.

Для того чтобы оценить уровень и характер динамического воздействия потока на различных стадиях развития патологии, были рассчитаны варианты течения с различной степенью расширения сосуда. На рис. 7 представлены зависимости удельной силы от деформации, характеризующие интегральное воздействие потока на аневризму как в случае непроницаемых стенок (кривая 1), так и в случае вдува жидкости через пористую поверхность аневризмы (кривая 2). Здесь

$$Force = \int_{S_{ан}} p ds$$

есть интегральное силовое воздействие на поверхность аневризмы, выраженное в ньютонах,  $S_{ан}$  – поверхность сферической части аневризмы;

$$deff = \frac{S_{ан}}{S_{цил}} - 1.$$

Здесь  $deff$  – относительное увеличение поверхности,  $S_{цил}$  – величина поверхности на цилиндре, расположенной под аневризмой.

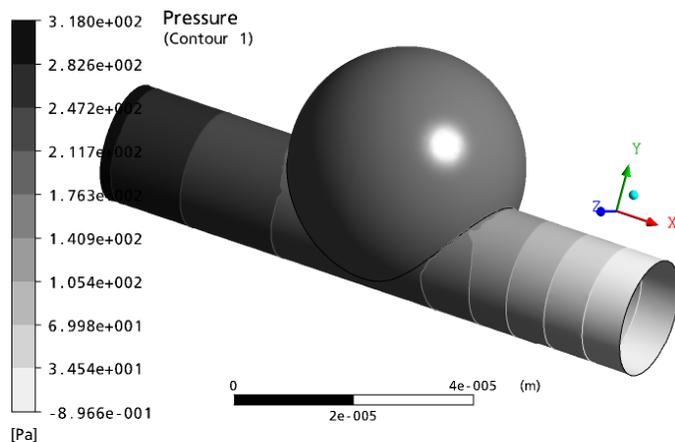


Рис. 4. Давление в сосуде с проницаемой истонченной стенкой аневризмы

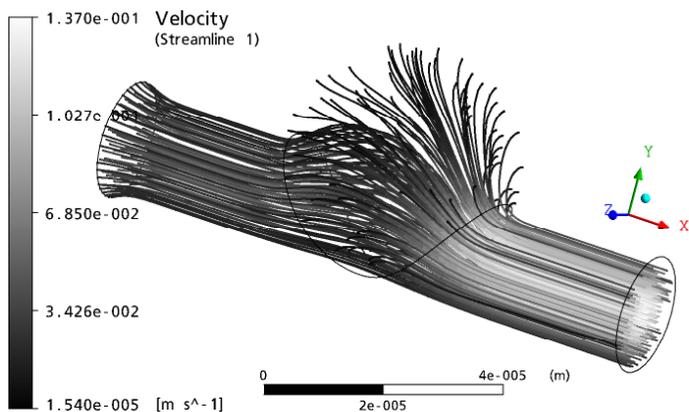


Рис. 5. Линии тока в сосуде с проницаемой стенкой аневризмы

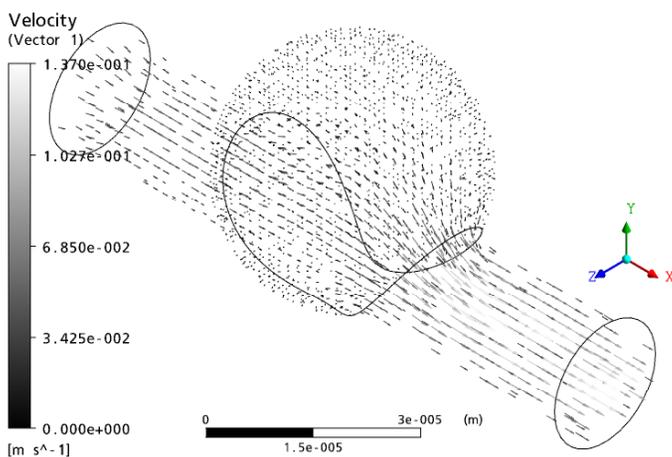


Рис. 6. Векторное поле скоростей в сосуде с проницаемой стенкой аневризмы

В рассматриваемых расчетных вариантах длина линии пересечения сферы с цилиндром была различной, а от этого параметра существенным образом зависит величина напряжений на линейном участке крепления вздутия с поверхностью недеградированной части сосуда. В связи с этим, мы представили распределение удельной силовой характеристики, то есть значения интегрального силового воздействия, приведенного к единице длины линии контакта  $Force/m$ .

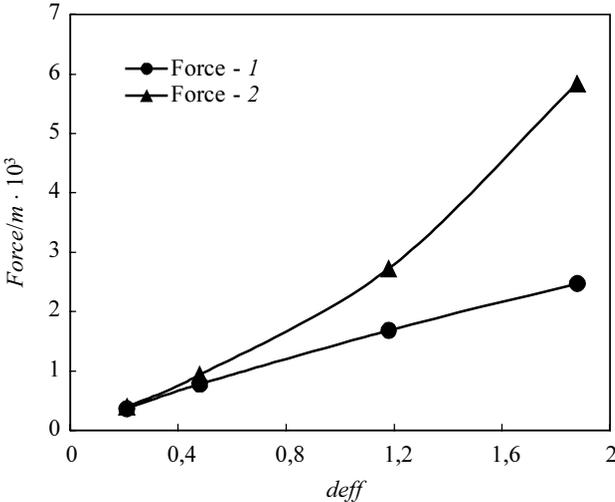


Рис. 7. Удельная силовая нагрузка в зависимости от степени деформированности сосуда

Как видно из рис. 7, с увеличением размера аневризмы увеличивается интегральное силовое воздействие потока и растет значение величины напряжения  $Force/m$  в зоне крепления аневризмы с недеградированной стенкой сосуда. Особенно прогрессирующим становится этот рост в неблагоприятной для организма фазе, для которой характерно поступление жидкости внутрь сосуда. Таким образом, представленные данные по удельным силовым характеристикам эволюционирующей аневризмы утверждают прогрессирующий рост вздутия. Иными словами, если патология только зародилась, она является относительно устойчивым образованием и может в таком состоянии существовать относительно долго. Если же по каким-либо причинам произошло увеличение ее размеров, то произойдет увеличение растягивающих напряжений на линии контакта, что обеспечит быструю эволюцию образования вплоть до позиции полного охвата сосуда вздутием или разрывом аневризмы.

### Заключение

Проведенные оценки позволили установить, что числа Рейнольдса имеют значения порядка единицы, поэтому искривления сосуда и связанные с ним проявления центробежных сил можно исключить из рассмотрения. По этой же причине на участке сосуда, не содержащем патологию, быстро устанавливается пуазейлевский профиль скоростей, а в зоне патологии блазиусовское распределение. Это решило проблему с постановкой граничных условий для скорости на входе в расчетную область. Проведенные расчеты показали, что с точки зрения силового воздействия потока на стенку канала следует различать фазу поступления плазмы

крови через пористую поверхность аневризмы в окружающую ткань и фазу вдува тканевой жидкости внутрь сосуда. Причем последняя является критической для процесса эволюции патологии. Вычисленные удельные силовые характеристики на линии соединения аневризмы с недеградированной частью сосуда говорят об увеличении локальных напряжений при увеличении размера патологии, т.е. утверждают ее прогрессирующий рост вплоть до разрыва истонченной пористой оболочки стенки сосуда.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бунин А.Я., Кацнельсон Л.А., Яковлев А.А. Микроциркуляция глаза. М.: Медицина, 1984. 173 с.
2. Марголис М.Г. Изменения органа зрения при эндокринных заболеваниях // Патология органа зрения при общих заболеваниях. М.: Медицина, 1982. С. 133 – 180.
3. Каро К., Педли Т., Шротер Р., Сид У. Механика кровообращения. М.: Мир, 1981. 624 с.
4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973. 848 с.
5. Корнелик С.Е., Бубенчиков А.М. Вычислительная гемодинамика. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2003. 412 с.

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

**ШИЛОВА Ольга Геннадьевна**, кандидат медицинских наук, доцент кафедры офтальмологии Сибирского государственного медицинского университета. E-mail: [vestnik\\_tgu\\_mm@math.tsu.ru](mailto:vestnik_tgu_mm@math.tsu.ru)

**БУБЕНЧИКОВ Алексей Михайлович**, доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой теоретической механики Томского государственного университета. E-mail: [bubenchikov@mail.tomsknet.ru](mailto:bubenchikov@mail.tomsknet.ru)

**ПОПОНИН Владимир Сергеевич**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретической механики Томского государственного университета. E-mail: [posv@mail.tomsknet.ru](mailto:posv@mail.tomsknet.ru)

Статья принята в печать 04.09.2009г.