УДК 519.872

Е.А. Судыко, А.А. Назаров

ИССЛЕДОВАНИЕ МАРКОВСКОЙ RQ-СИСТЕМЫ С КОНФЛИКТАМИ ЗАЯВОК И ПРОСТЕЙШИМ ВХОДЯЩИМ ПОТОКОМ[1]

В работе предложена математическая модель RQ-системы (Retrial queue) с конфликтами заявок. Найдены характеристическая и кумулянтная функции числа заявок в источнике повторных вызовов, а также распределение вероятностей состояний системы. Произведено сравнение допредельных распределений вероятностей состояний системы с предельным при условии растущего времени задержки в источнике повторных вызовов.

Ключевые слова: *RQ-система, источник повторных вызовов, конфликты заявок.*

Исследованию сетей связи посвящено большое количество работ. Так, вопросам анализа сетей связи и протоколов случайного множественного доступа посвящены работы А.А. Назарова [1 – 5], И.И. Хомичкова [6], А.Н. Дудина [7].

Но, несмотря на большое количество работ, посвященных исследованию математических моделей компьютерных сетей связи, многие задачи остаются не решенными и интересными для исследования. Так, одной из наиболее важных характеристик сети передачи данных является величина задержки, необходимая для доставки сообщения от источника к месту назначения, которая в сетях случайного доступа является нерегулярной.

В реальных системах часто наблюдаются эффекты повторных обращений заявок к обслуживающему прибору, конфликты заявок требуют рассмотрения моделей, выходящих за рамки классических систем массового обслуживания. Поэтому интерес к рассмотрению таких, более реальных систем возрастает. В связи с этим появилось большое количество работ, посвященных рассмотрению систем с повторными заявками, таких, как [8 – 11].

В данной работе рассмотрим RQ-систему (retrial queue) с источником повторных вызовов и конфликтами заявок. Заявка, поступившая в систему, отправляется на обслуживание. И если прибор свободен, то начинает осуществляться немедленная передача сообщения, которая заканчивается успешно, если за это время другие сообщения не поступали. Если же во время передачи одного сообщения поступает другое, то в этом случае говорят о ситуации конфликта. Сообщения, попавшие в конфликт, считаются искаженными, переходят в так называемый источник повторных вызовов (ИПВ), откуда вновь подаются на обслуживание после случайной задержки.

Для исследования такой системы предлагается допредельный метод, который позволяет получить распределение вероятностей состояний системы.

Как правило, исследовать такие системы весьма проблематично в силу громоздкости вычислений. Поэтому альтернативным подходом является применение метода асимптотического анализа.

[1] Работа выполнена в рамках аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2009 – 2010 годы)», проект № 4761.

В данной статье используется метод асимптотического анализа для получения распределений вероятностей состояний RQ-системы. А также осуществляется сравнение результатов, полученных при помощи допредельного и асимптотического методов.

1. Математическая модель

В качестве математической модели RQ-системы рассмотрим однолинейную марковскую систему массового обслуживания с источником повторных вызовов, на вход которой поступает простейший поток заявок с интенсивностью λ. Требование, заставшее прибор свободным, занимает его для обслуживания в течение случайного времени, распределенного по экспоненциальному закону с параметром μ. Если прибор занят, то поступившая и обслуживаемая заявки вступают в конфликт и переходят в источник повторных вызовов (ИПВ), где осуществляют случайную задержку, продолжительность которой имеет экспоненциальное распределение с параметром σ. Из ИПВ после случайной задержки заявка вновь обращается к прибору с повторной попыткой его захвата. Если прибор свободен, то заявка из ИПВ занимает его на случайное время обслуживания.

Пусть $i(t)$ – число заявок в ИПВ, а $k(t)$ – определяет состояние прибора следующим образом:

$$k(t)=\begin{cases}0, \text{ если прибор свободен,}\\ 1, \text{ если прибор занят.}\end{cases}$$

Обозначим

$$P\{\,k(t)=k,\,i(t)=i\}=P(k,i,t)\;-$$

вероятность того, что прибор в момент времени t находится в состоянии k и в источнике повторных вызовов находится i заявок.

Требуется определить распределение вероятностей значений процесса $i(t)$ – числа заявок в источнике повторных вызовов в момент времени t.

Процесс $\{k(t),i(t)\}$ изменения во времени состояний описанной системы является марковским.

Для распределения вероятностей $P(k,i,t)$ состояний $\{k,i\}$ рассматриваемой RQ-системы составим систему дифференциальных уравнений Колмогорова:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial P(0,i,t)}{\partial t}=-(\lambda+i\sigma)P(0,i,t)+\mu P(1,i,t)+\lambda P(1,i-2,t)+(i-1)\sigma P(1,i-1,t)\,,\\ \dfrac{\partial P(1,i,t)}{\partial t}=-(\lambda+\mu+i\sigma)P(1,i,t)+\lambda P(0,i,t)+\sigma(i+1)P(0,i+1,t).\end{cases}\tag{1}$$

В стационарном режиме система (1) примет вид

$$\begin{cases}-(\lambda+i\sigma)P(0,i)+\mu P(1,i)+\lambda P(1,i-2)+\sigma(i-1)P(1,i-1)=0,\\ -(\lambda+\mu+i\sigma)P(1,i)+\lambda P(0,i)+\sigma(i+1)P(0,i+1)=0\,.\end{cases}\tag{2}$$

Эту систему (2) будем в дальнейшем называть основной для допредельного исследования RQ-системы с конфликтами заявок.

2. Характеристическая функция распределения вероятностей состояний RQ-системы

Применяя систему уравнений Колмогорова (2), составим систему уравнений, определяющих характеристические функции

$$H(k,u)=\sum_{i=0}^{\infty}e^{jui}P(k,i).$$

Из (2) получим

$$\begin{cases} -\lambda H(0,u)+\mu H(1,u)+e^{2ju}\lambda H(1,u)+j\sigma\dfrac{\partial H(0,u)}{\partial u}-je^{ju}\sigma\dfrac{\partial H(1,u)}{\partial u}=0, \\ -(\lambda+\mu)H(1,u)+\lambda H(0,u)+j\sigma\dfrac{\partial H(1,u)}{\partial u}-je^{-ju}\sigma\dfrac{\partial H(0,u)}{\partial u}=0. \end{cases} \tag{3}$$

Найдем решение $\{H(0,u),\, H(1,u)\}$ этой системы. Сложим уравнения системы (3), получим

$$\lambda H(0,u)(e^{ju}-1)+\left(\lambda e^{ju}(e^{ju}-1)-\mu(e^{ju}-1)\right)H(1,u)=0.$$

Выразим из полученного равенства $H(0,u)$:

$$H(0,u)=\frac{\mu-\lambda e^{ju}}{\lambda}H(1,u). \tag{4}$$

Полагая $u=0$, запишем следующие условия:

$$H(0,0)=\frac{\mu-\lambda}{\lambda}H(1,0),$$

$$H(0,0)+H(1,0)=1.$$

Выразив из последнего равенства $H(0,0)=1-H(1,0)$, получим

$$\begin{cases} H(0,0)=1-\dfrac{\lambda}{\mu}, \\ H(1,0)=\dfrac{\lambda}{\mu}. \end{cases} \tag{5}$$

Определим вид функции $H(1,u)$. Для этого равенство (4) подставим в одно из уравнений системы (3), например, в первое, тогда

$$\left\{\lambda(1+e^{ju})+\sigma\right\}H(1,u)=\sigma\left\{\frac{\mu-2\lambda e^{ju}}{\lambda}\right\}\frac{\partial H(1,u)}{\partial u}. \tag{6}$$

Отсюда, решая это обыкновенное однородное дифференциальное уравнение первого порядка, запишем

$$H(1,u)=c\cdot\left(\mu-2\lambda\, e^{ju}\right)^{-\frac{2(\lambda+\sigma)+\mu}{4\sigma}}\exp\left\{-\frac{\lambda e^{ju}}{2\sigma}\right\}.$$

Значения константы c определим из условия при $u=0$ и второго равенства (5):

$$H(1,0)=\frac{\lambda}{\mu}=c\cdot(\mu-2\lambda)^{-\frac{2(\lambda+\sigma)+\mu}{4\sigma}}\exp\left\{-\frac{\lambda}{2\sigma}\right\},$$

откуда

$$c=\frac{\lambda}{\mu}\cdot(\mu-2\lambda)^{\frac{2(\lambda+\sigma)+\mu}{4\sigma}}\exp\left\{\frac{\lambda}{2\sigma}\right\}. \qquad (7)$$

Затем, учитывая равенство (4), получим

$$\begin{cases} H(0,u)=\left(\frac{\mu-\lambda e^{ju}}{\mu}\right)\cdot\left(\frac{\mu-2\lambda\, e^{ju}}{\mu-2\lambda}\right)^{-\frac{2(\lambda+\sigma)+\mu}{4\sigma}}\exp\left\{-\frac{\lambda(e^{ju}-1)}{2\sigma}\right\}, \\ H(1,u)=\frac{\lambda}{\mu}\cdot\left(\frac{\mu-2\lambda\, e^{ju}}{\mu-2\lambda}\right)^{-\frac{2(\lambda+\sigma)+\mu}{4\sigma}}\exp\left\{-\frac{\lambda(e^{ju}-1)}{2\sigma}\right\}. \end{cases} \qquad (8)$$

Применяя (8), запишем характеристическую функцию

$$H(u)=H(0,u)+H(1,u)=\sum_i e^{jui}\{P(0,i)+P(1,i)\}=\sum_i e^{jui}P(i)=Me^{jui(t)}=$$

$$=\frac{\mu-\lambda(e^{ju}-1)}{\mu}\cdot\left(\frac{2\lambda e^{ju}-\mu}{2\lambda-\mu}\right)^{\frac{2(\lambda+\sigma)+\mu}{4\sigma}}\exp\left\{-\frac{\lambda(e^{ju}-1)}{2\sigma}\right\}, \qquad (9)$$

для которой кумулянтную функцию запишем в виде

$$g(u)=\ln(H(u))=\ln(1-\rho(e^{ju}-1))-\frac{2\lambda+2\sigma+\mu}{4\sigma}\ln(1-2\rho e^{ju})+$$

$$+\frac{2\lambda+2\sigma+\mu}{4\sigma}\ln(1-2\rho)-\frac{\lambda(e^{ju}-1)}{2\sigma}, \qquad (10)$$

где $\rho=\lambda/\mu$.

3. Числовые характеристики

Применяя кумулянтную функцию (10), определим коэффициенты первых шести семиинвариантов как

$$\kappa_n(\sigma)=\frac{\sigma}{j^n}g^{(n)}(0).$$

Найдем значения следующих коэффициентов:

$$\kappa_1(\sigma)=-\rho\sigma+\frac{2\lambda+2\sigma+\mu}{4}\frac{2\rho}{1-2\rho}-\frac{\lambda}{2},$$

$$\kappa_2(\sigma)=\kappa_1(\sigma)\sigma+\frac{2\lambda+2\sigma+\mu}{4}\frac{(2\rho)^2}{(1-2\rho)^2}-\rho^2\sigma,$$

$$\kappa_3(\sigma)=3\kappa_2(\sigma)\sigma-2\kappa_1(\sigma)\sigma+\frac{2\lambda+2\sigma+\mu}{4}\frac{2(2\rho)^3}{(1-2\rho)^3}-2\rho^3\sigma,$$

$$\kappa_4(\sigma)=6\kappa_3(\sigma)\sigma-11\kappa_2(\sigma)\sigma+6\kappa_1(\sigma)\sigma+\frac{2\lambda+2\sigma+\mu}{4}\frac{6(2\rho)^4}{(1-2\rho)^4}-6\rho^4\sigma,$$

$$\kappa_5(\sigma)=10\kappa_4(\sigma)\sigma-35\kappa_3(\sigma)\sigma+50\kappa_2(\sigma)\sigma-24\kappa_1(\sigma)\sigma+\frac{2\lambda+2\sigma+\mu}{4}\frac{24(2\rho)^5}{(1-2\rho)^5}-24\rho^5\sigma\,,$$

$$\kappa_6(\sigma)=15\kappa_5(\sigma)\sigma-85\kappa_4(\sigma)\sigma+225\kappa_3(\sigma)\sigma-274\kappa_2(\sigma)\sigma+$$

$$+120\kappa_1(\sigma)\sigma+\frac{2\lambda+2\sigma+\mu}{4}\frac{120(2\rho)^6}{(1-2\rho)^6}-120\rho^6\sigma\,.$$

Делая в этих равенствах предельный переход $\kappa_\nu=\lim\limits_{\sigma\to0}\kappa_\nu(\sigma)$, получим следующие равенства:

$$\kappa_1=\frac{2\lambda+\mu}{4}\frac{2\rho}{1-2\rho}-\frac{\lambda}{2},\quad \kappa_2=\frac{2\lambda+\mu}{4}\frac{(2\rho)^2}{(1-2\rho)^2},$$

$$\kappa_3=\frac{2\lambda+\mu}{4}\frac{2(2\rho)^3}{(1-2\rho)^3},\quad \kappa_4=\frac{2\lambda+\mu}{4}\frac{6(2\rho)^4}{(1-2\rho)^4},$$

$$\kappa_5=\frac{2\lambda+\mu}{4}\frac{24(2\rho)^5}{(1-2\rho)^5},\quad \kappa_6=\frac{2\lambda+\mu}{4}\frac{120(2\rho)^6}{(1-2\rho)^6}\,. \tag{11}$$

Предельный переход выполнен при условии $\sigma\to0$, которое имеет смысл растущего времени задержки в источнике повторных вызовов.

Как показано в работе [15], функция

$$h_\nu(u)=\exp\left\{\sum_{i=1}^{\nu}\frac{(ju)^i}{i!}\frac{\kappa_i}{\sigma}\right\} \tag{12}$$

будет являться асимптотическим приближением допредельной характеристической функции (асимптотикой ν-го порядка), где величины κ_i определяются из (11).

4. Распределение вероятностей состояний RQ-системы

Выше были получены равенства (12), позволяющие при помощи обратного преобразования Фурье получить асимптотические распределения вероятностей состояний RQ-системы при условии растущего времени задержки в источнике повторных вызовов. Для оценки применимости метода проведем сравнение асимптотических результатов с допредельными, которые получим двумя методами: интегральным преобразованием Фурье и итерационным алгоритмом. А также, сравнивая эти два допредельных метода, убедимся в идентичности полученных результатов.

4.1. Интегральное преобразование Фурье

Для определения распределения вероятностей состояний RQ-системы используем обратное преобразование Фурье вида

$$P(i)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}e^{-jui}H(u)\,du\,,$$

где $H(u)$ определяется равенством (9).

Тогда, используя значения параметров $\mu = 1$, $\lambda = 0.4$, $i = 0\ldots2000$, определим распределение вероятностей состояния системы для $\sigma = \{0.1,\ 0.05,\ 0.01,\ 0.001\}$ в виде

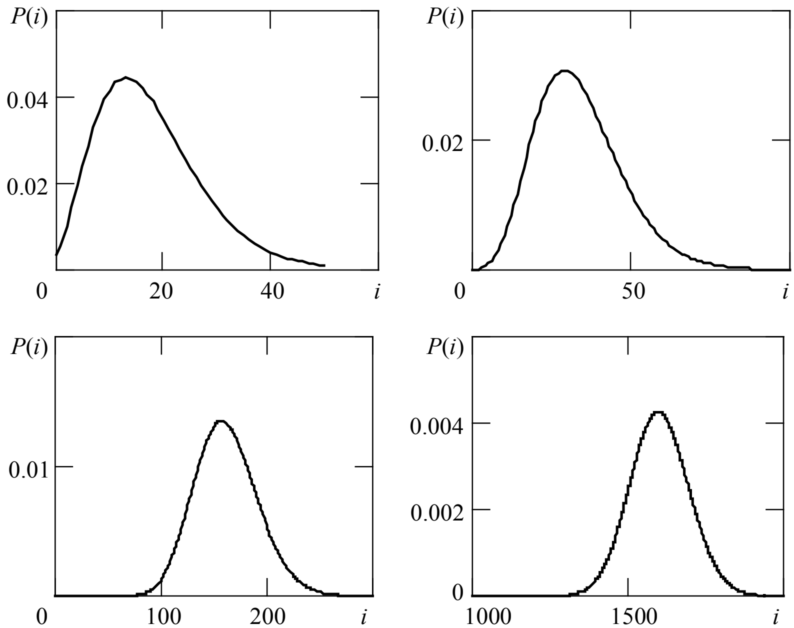

Рис. 1. Допредельное распределение вероятностей числа заявок в ИПВ, полученных при помощи обратного преобразования Фурье для $\sigma = \{0.1,\ 0.05,\ 0.01,\ 0.001\}$

4.2. Итерационный алгоритм

Рассмотрим систему (2) уравнений Колмогорова для стационарного случая. Численно найдем распределение вероятностей $P(k,i)$ для этой системы, используя следующий рекуррентный алгоритм:

1. $i := 0$, найдем решения $P(k,i)$ системы (2), удовлетворяющие дополнительному условию $P(0,0) := 1$. $P(k,i) = 0$ для всех $i < 0$.

2. Краевые условия находятся из системы (1) для случаев i=0, i=1, i=2.

$$P(1,0) = \frac{\lambda P(0,0)}{\mu};$$

$$P(0,1) = \frac{P(1,0)(\lambda + \mu) - \lambda P(0,0)}{\sigma};$$

$$P(1,1) = \frac{P(0,1)(\lambda + \sigma)}{\mu};$$

$$P(0,2) = \frac{P(1,1)(\lambda + \sigma + \mu) - \lambda P(0,1)}{2\sigma};$$

$$P(1,2)=\frac{P(0,2)(\lambda+2\sigma)-\lambda P(1,0)-\sigma P(1,1)}{\mu}.$$

3. Для реализации основного алгоритма из первого уравнения системы (2) выражаем $P(0,i)$:

$$P(0,i)=\frac{(\lambda+\mu+(i-1)\sigma)P(1,i-1)-\lambda P(0,i-1)}{\sigma i}.$$

Затем, из второго уравнения системы (2) $P(1,i)$

$$P(1,i)=\frac{P(0,i)(\lambda+\sigma i)-\lambda P(1,i-2)-\sigma(i-1)P(1,i-1)}{\mu}.$$

Если $i<N$, то $i:=i+1$ и на шаг 3.

Далее, получаем величину p:

$$\sum_{k=0}^{1}\sum_{i=0}^{N}P(k,i)=p,$$

а затем, поделив $P(k,i)$ на p, находим распределение вероятностей состояний системы.

Одномерное маргинальное распределение $P(i)$ определяется равенством:

$$P(i)=P(0,i)+P(1,i).$$

Для заданных выше значений параметров, а именно $\mu=1$, $\lambda=0.4$, $i=0\ldots2000$, допредельное распределение вероятностей $P(i)$ числа заявок в ИПВ для $\sigma=\{0.1,\ 0.05,\ 0.01,\ 0.001\}$ имеет вид

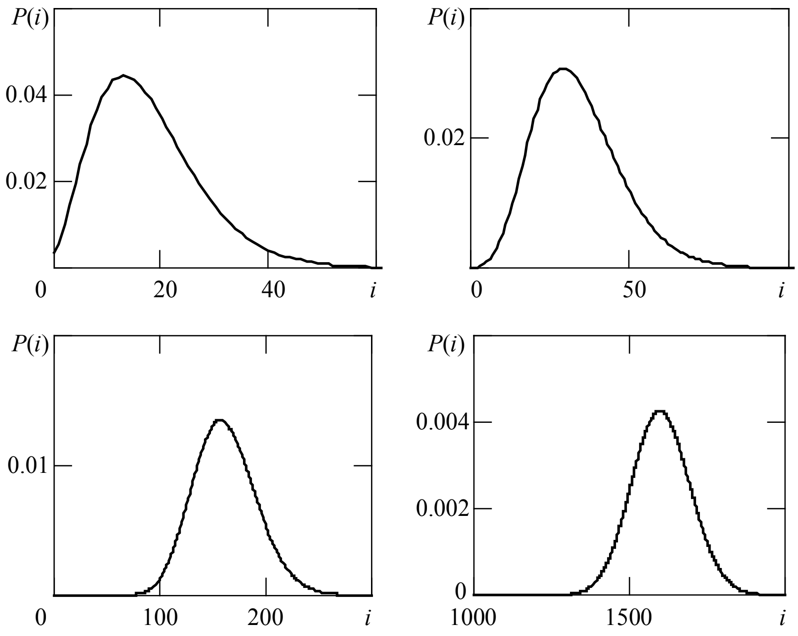

Рис. 2. Допредельное распределение вероятностей числа заявок в ИПВ, полученное итерационным алгоритмом для $\sigma=\{0.1,\ 0.05,\ 0.01,\ 0.001\}$

Таким образом, два метода получения допредельного распределения вероятностей состояний RQ-системы позволили получить идентичные результаты, что говорит об адекватности этих методов.

4.3. Асимптотическое распределение вероятностей состояний RQ-системы

При помощи обратного преобразования Фурье можно найти асимптотическое распределение вероятностей числа заявок в источнике повторных вызовов.

$$P_\nu(i) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{-jui} h_\nu(i)\, du, \qquad \nu = 2,3, \tag{13}$$

где
$$h_\nu(u) = \exp\left\{\sum_{i=1}^{\nu} \frac{(ju)^i}{i!}\frac{\kappa_i}{\sigma}\right\},$$

величины κ_i определяются из (11).

Определим значения параметров. Пусть $\sigma = 0.05$, $\mu = 1$, $\lambda = 0.4$, $i = 0\ldots2000$.

Построим асимптотическое распределение вероятностей числа заявок в ИПВ для различных ν следующим образом.

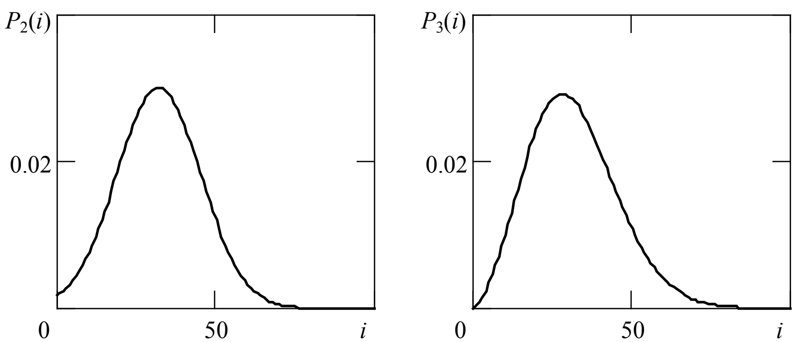

Рис. 3. Асимптотическое распределение вероятностей числа заявок в ИПВ для $\nu = 2, 3$

На графиках (рис. 3) показаны распределения вероятностей числа заявок в ИПВ, полученных с помощью асимптотического анализа. Сравним эти результаты с допредельным распределением вероятностей состояний системы, полученным выше в разделах 4.1 и 4.2.

4.4. Численный анализ асимптотических данных

Сравним асимптотические распределения вероятностей состояний RQ-системы, полученные в разделе 4.3 с допредельными распределениями вероятностей состояний системы, полученными в разделах 4.1 и 4.2 методами обратного преобразования Фурье и итерационного алгоритма.

Для этого используем заданные выше значения параметров $\mu = 1$, $\lambda = 0.4$, $i = 0\ldots2000$ и построим графики распределений вероятностей состояний RQ-системы для $\sigma = 0.05$ и $\nu = 2,3$.

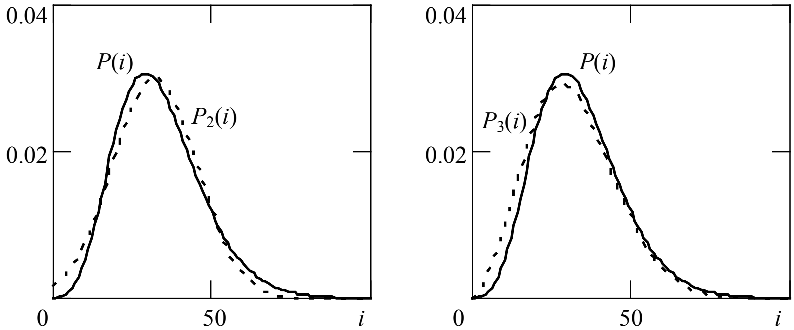

Рис. 4. Асимптотические (сплошная линия) и допредельные (пунктирная линия) распределения вероятностей состояний системы для $\sigma = 0{,}05$

На графиках представлены допредельные распределения вероятностей состояний системы для $\sigma = 0{,}05$ и асимптотические распределения вероятностей состояний системы для $\nu = 2, 3$. Приведем таблицу значений расстояний Колмогорова для $\nu = 2, 3$. Результаты сравнения приведены в табл. 1, где в столбцах 2, 3 и 4 определены значения расстояния для параметра $\sigma = \{0.30, 0.10, 0{,}05\}$.

Таблица 1

ν	σ		
	0.30	0.10	0.05
2	0.140	0.039	0.032
3	0.192	0.069	0.064

Данные таблицы не опровергают предположения о том, что с уменьшением значения параметра σ расстояние между допредельным и асимптотическим распределениями вероятностей состояний системы сокращается. Полагая допустимым погрешность в 0.05, можно считать допустимым применение асимптотических результатов при σ не более 0.1. Этот интервал значений σ определяет область применимости асимптотических результатов.

Следует также обратить внимание на то, что асимптотика третьего порядка не улучшает асимптотические результаты асимптотики второго порядка, поэтому можно рекомендовать достаточно взвешенное отношение к увеличению порядка аппроксимации.

Заключение

В работе для исследования RQ-системы с конфликтами заявок и источником повторных вызовов предложено допредельное исследование методами обратного преобразования Фурье и итерационного алгоритма. Получены характеристическая и кумулянтная функции числа заявок в источнике повторных вызовов, распределения вероятностей состояний RQ-системы. Построены графики допредельного и асимптотического распределений вероятностей состояний системы, приведены табличные данные расстояния Колмогорова – Смирнова между допредельными и предельными в условии растущего времени задержки в источнике повторных вызовов распределениями вероятностей состояний системы. Сделан вывод о том, что с уменьшением значения параметра σ расстояние между распределениями вероятностей сокращается.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Назаров А.А.*, *Пичугин С.Б.* Исследование спутниковой сети связи методом математического моделирования// Изв. вузов. Физика. 1992. № 9. С. 120 – 129.
2. *Назаров А.А.*, *Одышев Ю.Д.* Исследование сетей связи с протоколами «адаптивная Алоха» для конечного числа станций в условиях перегрузки // Проблемы передачи информации. 2000. № 3. С. 83 – 93.
3. *Назаров А.А.*, *Никитина М.А.* Применение условий эргодичности цепей Маркова к исследованию существования стационарных режимов в сетях связи // Автоматика и вычислительная техника. 2003. № 1. С. 59 – 66.
4. *Назаров А.А.*, *Одышев Ю.Д.* Исследование сети связи с динамическим протоколом «синхронная Алоха» в условиях большой загрузки // Автоматика и вычислительная техника. 2001. № 1. С. 77 – 84.
5. *Назаров А.А.*, *Цой С.А.* Общий подход к исследованию марковских моделей сетей передачи данных, управляемых статистическими протоколами случайного множественного доступа // Автоматика и вычислительная техника. 2004. № 4. С. 73 – 85.
6. *Хомичков И.И.* Исследование моделей локальной сети с протоколом случайного множественного доступа// АиТ. 1993. № 12. С. 89 – 90.
7. *Дудин А.Н.*, *Клименок В.И.* Системы массового обслуживания с коррелированными потоками. Минск: БГУ, 2000. 221 с.
8. *Нижегородцев Р.М.* Импульсное моделирование миграционных процессов // Проблемы управления безопасностью сложных систем: Материалы IX Междунар. конф. М., 2001. С. 150 – 155.
9. *D'Apice C.*, *De Simone T.*, *Manzo R.*, *Rizelian G.* Priority Service of Primery Customers in the M/G/1/r Retrial Queueing System with Server Searching for Customers // J. Information Theory and information processing. 2004. V. 4. No. 1. P. 13 – 23.
10. *Bocharov P.*, *D'Apice C.*, *D'Auria B.*, *Salerno S.* A queueing system of finite capacity with the server requiring a priority search for customers // Vestnik RUDN, Seria Prikladnaia Matematika I Informatika. 2000. No. 1. P. 50 – 61.
11. *Artalejo J.R.*, *Joshua V.C.*, *Krashnamoorthy A.* An M/G/1 retrial gueue witn orbital search by the server, Advances in Stochastic Modeling / J.R. Artalejo, A. Krishnamoopthy (Eds). New Jersey: Notable publications, 2002. P. 41 – 54.
12. *Neuts M.F.*, *Ramalhoto M.F.* A service model in which the server is required to search for customers // J. Appl. Prob. 1984. V. 21. P. 157 – 166.
13. *Chakravarthy S.R.*, *Krishnamoorthy A.*, *Joshua V.C.* Analysis of a multi-server retrial queue with search of customers from the orbit. Submitted for publication.
14. *D'Apice C.*, *Manzo R.* Search for customers in a finite capacity queueing system with phase-type distributions, Information Processes // Electronic Sci. J. 2003. V. 3. No. 1. P. 61 – 69.
15. *Назаров А.А.*, *Судыко Е.А.* Метод асимптотических семиинвариантов для исследования математической модели сети случайного доступа // Проблемы передачи информации. 2010. № 1. С. 94 – 111.

Судыко Елена Александровна
Назаров Анатолий Андреевич
Томский государственный университет
E-mail: ESudyko@yandex.ru

Поступила 30 марта 2010 г.