ДИСКРЕТНЫЕ ФУНКЦИИ И АВТОМАТЫ

УДК 519.7

А.С. Твардовский, Н.В. Евтушенко

К МИНИМИЗАЦИИ АВТОМАТОВ С ВРЕМЕННЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

Рассматривается решение задачи минимизации для автомата, поведение которого зависит от времени поступления входного символа. Показано, что для полностью определённого автомата с временными ограничениями существует единственная (с точностью до изоморфизма) минимальная форма. Предлагается алгоритм минимизации полностью определённого автомата с временными ограничениями на основе построения разбиений *k*-эквивалентных состояний.
Ключевые слова: временной автомат; эквивалентность; минимальная форма; *k*-эквивалентные состояния.

Модели конечного автомата широко используются при анализе и синтезе дискретных систем [1]. Однако в ряде случаев при описании поведения реальных систем необходимо учитывать временные аспекты, и, соответственно, понятие конечного автомата расширяется добавлением таймаутов и различных временных ограничений [2, 3]. В данной статье мы используем понятие временного автомата из [3], в котором вводятся временные ограничения при подаче входных символов с добавлением возможных задержек по обработке входных символов. Поскольку сложность решения многих задач в теории автоматов существенно зависит от числа состояний рассматриваемого автомата, большое внимание уделяется задаче минимизации автомата, т.е. построению эквивалентного автомата с наименьшим числом состояний.

В работе [3] авторы предлагают описывать поведение временного автомата с использованием перехода к классическому конечному автомату. Соответственно, такой переход можно использовать для минимизации временного автомата, однако число входных и выходных символов классического автомата значительно возрастает по сравнению с временным автоматом. В настоящей работе мы предлагаем метод минимизации временного автомата без перехода к такой абстракции. Подобно [1], для минимизации временного автомата мы используем разбиение множества состояний автомата на классы k-эквивалентных состояний; по определению, состояния k-эквивалентны, если выходные реакции автомата в этих состояниях совпадают на любую входную последовательность длины не больше k. Мы также показываем, что минимальная форма временного детерминированного полностью и правильно определенного автомата единственна с точностью до изоморфизма.

1. Основные определения и обозначения

В данной работе под *временным автоматом* понимается четвёрка S = (I, S, O, h_s), где I – входной алфавит, O – выходной алфавит, S – конечное непустое множество состояний, $h_s \subseteq (S \times I \times O \times S \times \Pi \times Z)$ – отношение переходов, Π – множество интервалов из промежутка $[0; \infty)$ и Z – множество целых неотрицательных чисел. Соответственно, *кортеж* (s, i, o, s', g, d) описывает переходы из состояния s в состояние s' под действием входного символа i, поступившего в момент времени t, $t \in g$, после перехода автомата в текущее состояние с выдачей выходного символа o через d тактов времени после поступления входного символа.

Временной автомат S называется *правильно определённым*, если для любых двух кортежей (s, i, o, s', g_1, d), $(s, i, o, s', g_2, d) \in h_s$, справедливо, что g_1 и g_2 нельзя объединить в один интервал. Правильно определённый автомат достаточно просто может быть получен из произвольного временного автомата выполнением всех возможных объединений кортежей, поэтому далее мы рассматриваем только правильно определённые автоматы. Если для любых двух кортежей $(s, i, o_1, s_1, g_1, d_1), (s, i, o_2, s_2, g_2, d_2) \in h_s$ справедливо соотношение $g_1 \cap g_2 = \varnothing$, то временной автомат называется *детерминированным*.

Временной автомат называется *полностью определённым по входным символам*, если для любой пары $(s, i) \in S \times I$, т.е. для любого входного символа i, поступающего на вход автомата в состоянии s, существует кортеж $(s, i, o, s', g, d) \in h_s$. Временной автомат называется *полностью определённым*, если автомат полностью определён по входным символам и для каждой пары $(s, i) \in S \times I$ объединение всех временных интервалов в состоянии s по входному символу i равно $[0; \infty)$. В настоящей статье мы рассматриваем задачу минимизации только для полностью определённых детерминированных временных автоматов, которые являются правильно определёнными.

Временным входным символом называется пара (i, t), где i – символ входного алфавита, t – время поступления входного символа после перехода автомата в текущее состояние. *Временным выходным символом* называется пара (o, d), где o – символ выходного алфавита, d – число тактов между подачей входного символа и выдачей выходного символа. В автомате существует переход $s \rightarrow (i, t)/(o, d) \rightarrow s'$, если и только если существует кортеж $(s, i, o, s', g, d) \in h_s$, такой что $t \in g$. Пусть s – состояние полностью определённого детерминированного временного автомата S, и (i, t) – временной входной символ. Тогда *(i, t)-преемником* состояния s будем называть состояние s', такое что во множестве h_s существует элемент (s, i, o, s', g, d), $t \in g$. Для состояния s и входного символа i автомата S мы далее через $\Pi_{(s, i)}$ обозначаем множество интервалов g для всех кортежей $(s, i, o, s', g, d) \in h_s$. Будем говорить, что интервалу $g \in \Pi_{(s, i)}$ соответствует выходной символ (o, d) и *(i, t)-преемник* s', $t \in g$, если во множестве h_s существует элемент (s, i, o, s', g, d).

Последовательность временных входных символов $(i_1, t_1), (i_2, t_2) \dots (i_n, t_n)$ называется *временной входной последовательностью*; последовательность временных выходных символов $(o_1, d_1), (o_2, d_2) \dots (o_n, d_n)$ называется *временной выходной последовательностью*. Временная выходная последовательность, соответствующая поступившей на автомат, находящийся в состоянии s, временной входной последовательности α, называется (*выходной*) *реакцией* автомата в состоянии s на последовательность α.

Состояния s и p полностью определённых детерминированных временных автоматов S и P называются *k-эквивалентными*, если реакции автоматов в этих состояниях совпадают на любую временную входную последовательность длины k. Если состояния s и p не являются k-эквивалентными, то они называются *k-различимыми*. Состояния s и p полностью определённых временных автоматов S и P называются *эквивалентными*, если эти состояния k-эквивалентны для любого k, т.е. реакции автоматов в этих состояниях на любую временную входную последовательность совпадают. Аналогичным образом определяются отношения эквивалентности и k-эквивалентности для состояний одного автомата. Временной автомат называется *приведённым*, если любые состояния автомата попарно различимы.

Отношение k-эквивалентности на множестве состояний временного автомата индуцирует разбиение на множестве состояний, которое называется *k-разбиением* множества состояний временного автомата и обозначается E_k. Любые два состояния, принадлежащие одному классу разбиения E_k, являются k-эквивалентными; любые два состояния, принадлежащие различным классам разбиения E_k, являются k-различимыми. Через E далее обозначается разбиение множества состояний временного автомата S, соответствующее отношению эквивалентности. Так же как и для классических конечных автоматов, эквивалентные состояния во временном автомате удовлетворяют следующему свойству.

Утверждение 1. Если во временных автоматах S и P существуют цепочки переходов $s \rightarrow (i_1, t_1)/(o_1, d_1), \dots, (i_l, t_l)/(o_l, d_l) \rightarrow s'$, $p \rightarrow (i_1, t_1)/(o_1, d_1), \dots, (i_l, t_l)/(o_l, d_l) \rightarrow p'$, в которых состояния s и p являются эквивалентными, то состояния s' и p' тоже являются эквивалентными.

Доказательство. Пусть состояния s и p временных автоматов S и P эквивалентны, т.е. реакции автоматов в этих состояниях на любую временную входную последовательность $(i_1, t_1), (i_2, t_2), \dots, (i_k, t_k)$, $k \geq 1, \dots$. совпадают. Тогда в состояниях s' и p', таких что $s \rightarrow (i_1, t_1)/(o_1, d_1), \dots, (i_l, t_l)/(o_l, d_l) \rightarrow s'$, $p \rightarrow (i_1, t_1)/(o_1, d_1), \dots, (i_l, t_l)/(o_l, d_l) \rightarrow p'$, реакции автоматов на любую временную входную последовательность также совпадают. Таким образом, состояния s' и p' эквивалентны.

Далее мы показываем, что в приведенном правильно определенном временном автомате множества временных интервалов, описывающих поведение автомата при поступлении входного символа, для эквивалентных состояний совпадают при любом входном символе.

Утверждение 2. Если состояния s и p временных детерминированных полностью и правильно определённых приведённых автоматов S и P эквивалентны, то для любого входного символа $i \in I$ справедливо $\Pi_{(s,\, i)} = \Pi_{(p,\, i)}$.

Доказательство. Предположим, что множества интервалов $\Pi_{(s,\, i)}$ и $\Pi_{(p,\, i)}$ в состояниях s и p для входного символа i не совпадают. Тогда существуют $\lceil a_1, b_1 \rceil \subseteq \Pi_{(s,\, i)}$ и $\lceil a_2, b_2 \rceil \subseteq \Pi_{(p,\, i)}$, такие что $\lceil a_1, b_1 \rceil \neq \lceil a_2, b_2 \rceil$ и $\lceil a_1, b_1 \rceil \cap \lceil a_2, b_2 \rceil \neq \varnothing$. Рассмотрим временной входной символ (i, t), где $t \in \lceil a_1, b_1 \rceil \cap \lceil a_2, b_2 \rceil$, и соответствующие ему переходы $s \to (i, t)/(o_1, d_1) \to s'$, $p \to (i, t)/(o_2, d_2) \to p'$. Если $o_1 \neq o_2$, $d_1 \neq d_2$ или состояния s' и p' не являются эквивалентными, то состояния s и p также не являются эквивалентными в силу определения отношения эквивалентности и утверждения 1. Пусть теперь $o_1 = o_2$, $d_1 = d_2$ и состояния s' и p' эквивалентны. Тогда с учётом $\lceil a_1, b_1 \rceil \neq \lceil a_2, b_2 \rceil$ и в силу полной определённости автоматов существует интервал $\lceil a_3, b_3 \rceil$, такой что либо $\lceil a_3, b_3 \rceil \cap \lceil a_2, b_2 \rceil \neq \varnothing$, $\lceil a_3, b_3 \rceil \cap \lceil a_1, b_1 \rceil = \varnothing$ и $\lceil a_3, b_3 \rceil \cup \lceil a_1, b_1 \rceil$ образуют интервал, либо $\lceil a_3, b_3 \rceil \cap \lceil a_1, b_1 \rceil \neq \varnothing$, $\lceil a_3, b_3 \rceil \cap \lceil a_2, b_2 \rceil = \varnothing$ и $\lceil a_3, b_3 \rceil \cup \lceil a_2, b_2 \rceil$ образует интервал. Выберем t таким образом, что $t \in \lceil a_3, b_3 \rceil \cap \lceil a_2, b_2 \rceil$ ($t' \in \lceil a_3, b_3 \rceil \cap \lceil a_1, b_1 \rceil$). Тогда для переходов $s \to (i, t)/(o_3, d_3) \to s''$, $p \to (i, t)/(o_2, d_2) \to p'$ ($s \to (i, t')/(o_1, d_1) \to s'$ и $p \to (i, t')/(o_3, d_3) \to p''$) в силу правильной определённости автомата S (автомата P), $o_2 \neq o_3$, $d_2 \neq d_3$, или $s'' \neq s'$ ($o_1 \neq o_3$, $d_1 \neq d_3$ или $p'' \neq p'$). Таким образом, ввиду приведённости автоматов S и P состояния s' и s'' (p' и p'') не являются эквивалентными, т.е. состояния s'' и p' (s' и p'') также не являются эквивалентными, а значит, состояния s и p не являются эквивалентными.

Следствие. Если для состояний s и p полностью и правильно определённых приведённых временных автоматов S и P существует входной символ i, такой что $\Pi_{(s,\, i)} \neq \Pi_{(p,\, i)}$, то состояния s и p различимы.

Два временных автомата S и P *эквивалентны*, если для каждого состояния автомата S существует эквивалентное состояние в автомате P и для каждого состояния автомата P существует эквивалентное состояние в автомате S.

Минимальной (*или приведённой*) *формой* полностью определённого детерминированного временного автомата S называется приведённый правильно определенный временной автомат, эквивалентный S.

Временные автоматы S и P с одинаковыми входными и выходными алфавитами *изоморфны*, если между множествами состояний этих автоматов можно установить взаимно однозначное соответствие $H : S \to P$, такое что элемент $(s_i, i, o, s_j, g, d) \in h_s$, если и только если элемент $(H(s_i), i, o, H(s_j), g, d) \in h_p$.

2. Алгоритм минимизации временного автомата

В настоящем разделе описывается предлагаемый алгоритм минимизации временных автоматов на основе построения классов k-эквивалентных состояний.

Алгоритм построения приведённой формы временного детерминированного полностью и правильно определённого автомата.

Вход: временной детерминированный полностью и правильно определённый автомат S.

Выход: приведённый автомат B, эквивалентный S.

Шаг 1: Состояния s_1 и s_2 принадлежат одному блоку разбиения E_1, если и только если для любого входного символа $i \in I$ и любых кортежей $(s_1, i, o_1, s'_1, g_1, d_1)$, $(s_2, i, o_2, s'_2, g_2, d_2) \in h_s$, таких что $g_1 \cap g_2 \neq \varnothing$, справедливо $o_1 = o_2$ и $d_1 = d_2$;

k: = 1.

/* Разбиение E_1 есть разбиение множества состояний автомата на 1-эквивалентные состояния.

Шаг 2: Состояния s_1 и s_2 из одного блока разбиения E_k принадлежат одному блоку разбиения E_{k+1}, если и только если для любого входного символа $i \in I$ и любых кортежей $(s_1, i, o, s'_1, g_1, d)$, $(s_2, i, o, s'_2, g_2, d) \in h_s$, таких что $g_1 \cap g_2 \neq \varnothing$, состояния s_1' и s_2' принадлежат одному блоку разбиения E_k.

/* Разбиение E_k есть разбиение множества состояний автомата на k-эквивалентные состояния.

Если $E_{k+1} = E_k$, то $E = E_k$ и **Шаг 3**.

/* Разбиение E есть разбиение множества состояний автомата на эквивалентные состояния.

Иначе k++ и **Шаг 2**.

Шаг 3. Входной и выходной алфавиты автомата B совпадают с таковыми для автомата S, состояния $b_1, b_2, \ldots, b_l$ соответствуют блокам $B_1, B_2, \ldots, B_l$ разбиения E. Множество переходов h_B автомата B формируем следующим образом: для состояний b_i и b_j существует кортеж $(b_i, i, o, b_j, g, d) \in h_B$ тогда и только тогда, когда существуют $s_i \in B_i$ и $s_j \in B_j$, такие что кортеж $(s_i, i, o, s_j, g_1, d) \in h_s$.

КОНЕЦ алгоритма.

Утверждение 3. Для любого временного детерминированного полностью и правильно определённого автомата S с n состояниями вышеописанный алгоритм (шаги 1 и 2) доставляет разбиение E множества состояний автомата S на эквивалентные состояния не более чем за n шагов.

Доказательство. Поскольку автомат S имеет n состояний и при построении разбиения E_k (шаг 2) по крайней мере один блок разбиения $E_{(k-1)}$ разбивается на два блока разбиения E_k, то при некотором $k < n$ получим $E_{k+1} = E_k$.

Докажем справедливость построения разбиения E_1 на шаге 1 алгоритма. Рассмотрим два состояния s_1 и s_2 из одного блока разбиения E_1, временной входной символ (i, t) и кортежи $(s_1, i, o_1, s'_1, g_1, d_1)$, $(s_2, i, o_2, s'_2, g_2, d_2) \in h_s$, $t \in g_1 \cap g_2$. По построению E_1, $o_1 = o_2$ и $d_1 = d_2$, так как состояния являются 1-эквивалентными. Если состояния s_1 и s_2 не принадлежат одному блоку разбиения E_1, то существует временной входной символ (i, t) и кортежи $(s_1, i, o_1, s'_1, g_1, d_1)$, $(s_2, i, o_2, s'_2, g_2, d_2) \in h_s$, $t \in g_1 \cap g_2$, такие что $o_1 \neq o_2$ и $d_1 \neq d_2$, т.е. состояния s_1 и s_2 не являются 1-эквивалентными.

Пусть $k > 0$. Рассмотрим два состояния s_1 и s_2 из одного блока разбиения E_k, входной символ i, кортежи $(s_1, i, o_1, s'_1, g_1, d_1)$, $(s_2, i, o_2, s'_2, g_2, d_2) \in h_s$ и $t \in g_1 \cap g_2$. По построению E_k, $o_1 = o_2$ и $d_1 = d_2$, так как состояния s_1 и s_2 являются 1-эквивалентными. Поскольку s'_1 и s'_2 принадлежат одному блоку разбиения E_k, то в этих состояниях автомат имеет одинаковые выходные реакции на любую входную временную последовательность длины k и в состояниях s_1 и s_2 автомат имеет одинаковые выходные реакции на любую входную временную последовательность длины $(k+1)$, т.е. состояния s_1 и s_2 являются $(k+1)$-эквивалентными.

Если состояния s'_1 и s'_2 не принадлежат одному блоку разбиения E_k, то существует входная временная последовательность α длины k, на которую отличаются реакции автомата в этих состояниях. Таким образом, автомат имеет различные выходные реакции на входную последовательность (i, t). α и, соответственно, состояния s_1 и s_2 не являются $(k+1)$-эквивалентными.

Утверждение 4. Пусть B – автомат, построенный для автомата S по вышеописанному алгоритму. Автомат B является детерминированным полностью и правильно определенным автоматом, и состояние b_i автомата B эквивалентно состоянию s автомата S, если и только если $s \in B_i$.

Доказательство. Автомат B является полностью и правильно определенным автоматом, поскольку автомат S обладает этими свойствами. Детерминированность автомата B следует из того факта, что любые два состояния s, s', принадлежащие одному блоку B_i, являются эквивалентными, т.е. для любого временного входного символа (i, t) справедливо: 1) $\Pi_{(s,\, i)} = \Pi_{(s',\, i)}$; 2) каждому интервалу $g \in \Pi_{(s,\, i)}$ соответствует один и тот же выходной символ (o, d) и 3) (i, t)-преемники s и s' принадлежат одному блоку разбиения E. Свойство 1 следует из утверждения 1; свойства 2 и 3 следуют из того факта, что эквивалентные состояния являются k-эквивалентными при любом $k > 0$.

Покажем, что состояния $s_i \in B_i$ и b_i эквивалентны. Для любого кортежа $(s_i, i, o, s_i', g_i, d) \in h_s$ существует кортеж $(b_i, i, o, b_i', g_i', d) \in h_B$, где $g_i \subseteq g_i'$ в силу условий формирования h_B, т.е. реакции автоматов B и S в состояниях b_i и s_i на любой входной символ совпадают. А поскольку $s_i' \in B_i'$, то для состояний s_i' и b_i' и для всех последующих их (i, t)-преемников можем повторить аналогичные рассуждения. Таким образом, реакции автоматов B и S в состояниях b_i и s_i на любую входную последовательность совпадают. Покажем теперь, что состояния $s_j \in B_j$ и b_i, где $i \neq j$, не эквивалентны. Состояние $s_i \in B_i$ эквивалентно состоянию b_i по первой части доказательства. Состояния s_i и s_j не эквивалентны, так как лежат в разных блоках E-разбиения. Таким образом, состояния s_j и b_i не эквивалентны.

Следствие 1. Автомат B, построенный по вышеописанному алгоритму, есть приведённый автомат.

Следствие 2. Автомат B, построенный по вышеописанному алгоритму, эквивалентен автомату S. Таким образом, на основании следствий 1 и 2 справедлива следующая теорема.

Теорема 1. Пусть S – полностью определённый детерминированный временной автомат. Полностью определённый детерминированный временной автомат B, построенный по вышеописанному алгоритму, является приведённой формой автомата S.

Пример. Для демонстрации полученных алгоритмов рассмотрим временной автомат S (рис. 1), в котором $I = \{i_1, i_2\}$, $O = \{o_1, o_2\}$, $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$. Построим разбиение E множества состояний автомата S на эквивалентные состояния, используя вышеописанный алгоритм.

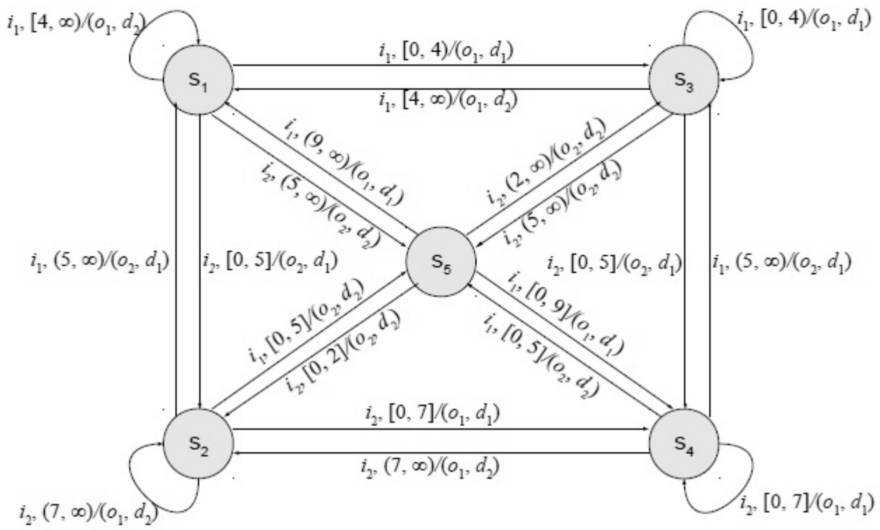

Рис. 1. Автомат S

Шаг 1. Построим разбиение E_1 на 1-эквивалентные состояния. Непосредственной проверкой можно убедиться, что состояния s_1 и s_3 и s_2 и s_4 являются 1-эквивалентными, т.е. $E_1 = \{\{s_1, s_3\}, \{s_2, s_4\}, \{s_5\}\}$.

Шаг 2. Проанализировав переходы из состояний s_1 и s_3 (s_2 и s_4), убеждаемся, что для любого временного входного символа (i, t) соответствующие (i, t)-преемники находятся в одном блоке разбиения E_1.

Шаг 3. Поскольку $E_1 = E_2$, то разбиение E_1 есть разбиение E состояний автомата S на эквивалентные состояния.

Шаг 4. Построим по разбиению E приведенную форму автомата S, поставив в соответствие блоку $\{s_1, s_3\}$ состояние b_1 приведенной формы, блоку $\{s_2, s_4\}$ – состояние b_2, блоку $\{s_5\}$ – состояние b_3. Например, кортежу $(s_3, i_2, o_2, s_4, [0, 5], d_1)$ исходного автомата соответствует кортеж $(b_1, i_2, o_2, b_2, [0, 5], d_1)$ приведенной формы. В результате получим приведенную форму B автомата S (рис. 2).

Далее покажем, что две приведенные формы временного детерминированного полностью и правильно определенного приведённого автомата изоморфны, т.е. приведенная форма такого автомата единственна с точностью до изоморфизма.

Теорема 2. Детерминированные полностью и правильно определенные приведённые временные автоматы S и P эквивалентны, если и только если эти автоматы изоморфны.

Необходимость. Пусть S и P – детерминированные полностью и правильно определённые приведённые временные автоматы, которые являются эквивалентными. Покажем, что автоматы S и P изоморфны. Рассмотрим отображение $H : S \to P$, при котором $H(s)$ есть состояние автомата P, эквивалентное состоянию s. Отображение H является взаимно однозначным в силу приведённости автоматов S и P. Кроме того, в силу эквивалентности S и P и утверждений 1 и 2 выполняется следующее свойство. Для любого кортежа (s, i, o, s', g, d), $s \in S$, $i \in I$, $g \in \Pi_{(s,\, i)}$ существует кортеж $(H(s), i, o, H(s'), g, d)$. Таким образом, автоматы S и P изоморфны.

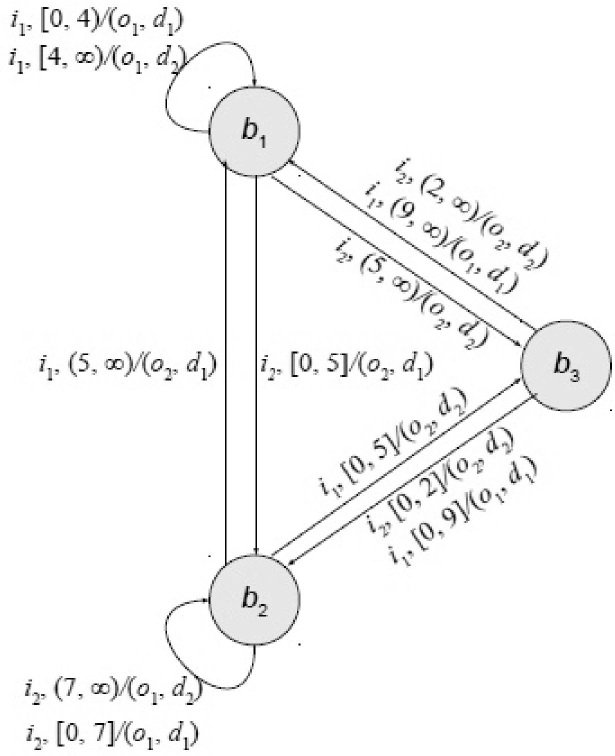

Рис. 2. Приведённая форма B автомата S

Достаточность. Поскольку изоморфные автоматы совпадают с точностью до переименования состояний, то изоморфные автоматы эквивалентны.

Пусть Q и P – приведенные формы детерминированного полностью и правильно определённого временного автомата S. Поскольку отношение эквивалентности транзитивно, то автоматы Q и P эквивалентны, т.е. изоморфны. Таким образом, справедливо следующее утверждение.

Следствие из теоремы 2. Любые две приведенные формы детерминированного полностью и правильно определённого временного автомата S изоморфны, т.е. приведенная форма детерминированного полностью и правильно определённого временного автомата S единственна с точностью до изоморфизма.

Заключение

В настоящей статье предложен алгоритм минимизации детерминированного полностью и правильно определённого временного автомата. Показано, что приведенная (минимальная) форма такого автомата единственна с точностью до изоморфизма. Тот факт, что разработанные алгоритмы принимают на вход только правильно определённые временные автоматы, не ограничивает применимость разработанного алгоритма, поскольку произвольный автомат преобразуется в эквивалентный правильно определённый автомат объединением соответствующих переходов. Следует отметить, что в случае, когда в автомате, кроме временных ограничений, допускаются тайм-ауты [4], приведенные формы автомата не обязательно являются изоморфными [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гилл А.* Введение в теорию конечных автоматов. М. : Наука, 1966. 272 с.
2. *Кондратьева О.В.* Разработка методов синтеза и анализа композиций временных автоматов : магистерская дис. на соискание степени магистра радиофизики. Томск, 2012. 72 с.
3. *El-Fakih K., Gromov M., Shabaldin N., Yevtushenko N.* Distinguishing Experiments for Timed Nondeterministic Finite State Machines // Acta Cybernetica. 2013. № 2. С. 205–222.

4. *Bresolin D., El-Fakih K., Villa T., Yevtushenko N.* Timed Finite State Machines: Equivalence checking and expressive power // Proc. of the 5th Intern. Symposium on Games, Automata, Logics and Formal Verification, CANDALF'2014. P. 203–216.
5. *Кондратьева О.В.* Минимизация временных автоматов с таймаутами // Материалы конференции «Новые информационные технологии в исследовании сложных структур». Томск : Издательский дом ТГУ, 2014. С. 132.

Твардовский Александр Сергеевич. E-mail: tvardal@mail.ru
Евтушенко Нина Владимировна, д-р техн. наук, профессор. E-mail: yevtushenko@sibmail.com

Поступила в редакцию 5 августа 2014 г.

Tvardovskiy Alexander S., Yevtushenko Nina V. (Tomsk State University, Russian Federation).

Minimizing Timed Finite State Machines.

Keywords: Timed Finite State Machine (TFSM); equivalence relation; minimal (reduced) form; k-equivalent states.

Finite State Machines (FSM) are widely used for analysis and synthesis of discrete event systems. However, for systems for which timed aspects are important, the notion of a classical FSM has to be extended. One of such extensions is to take into account time guards for inputs and timeouts for outputs. Correspondingly, the behavior of such FSM depends on a time instance when an input is applied; and moreover, the output timeout specifies the time duration that is needed for processing a given input. In this paper, we solve the problem of minimizing such timed FSM (TFSM). We discuss appropriate properties of TFSMs; the notion of *k*-equivalent and equivalent states and a reduced (minimal) form are introduced. The TFSM minimization is based on the deriving partitions for *k*-equivalent states which can be refined at the next step. In other words, the clauses of the partition for (*k*+1)-equivalent states are subsets of those for *k*-equivalent states. If the refined partition equals the previous one then the derived partition corresponds to the equivalence relation and its clauses can be selected as states of the corresponding reduced TFSM. We show that a reduced form for a TFSM is unique up to isomorphism.

REFERENCES

1. Gill A. *Vvedenie v teoriyu konechnykh avtomatov* [Introduction to the Theory of Finite-State Machines]. Translated from English. Moscow: Nauka Publ., 1966. 272 p.
2. Kondratyeva O. *Razrabotka metodov sinteza i analiza kompozitsiy vremennykh avtomatov* : magisterskaya dis. na soiskanie stepeni magistra radiofiziki [Developing methods for the synthesis and analysis of timed finite state machines. Master thesis]. Tomsk: Tomsk State University Publ., 2012. 72 p.
3. El-Fakih K., Gromov M., Shabaldin N., Yevtushenko N. Distinguishing Experiments for Timed Nondeterministic Finite State Machines. *Acta Cybernetica,* 2013, no. 2, pp. 205-222.
4. Bresolin D., El-Fakih K., Villa T., Yevtushenko N. Timed Finite State Machines: Equivalence checking and expressive power. *Proc. of the 5th Intern. Symposium on Games, Automata, Logics and Formal Verification*, CANDALF'2014, pp. 203-216.
5. Kondratyeva O. [Minimization of finite state machines with timeouts]. *Materialy konferentsii "Novye informatsionnye tekhnologii v issledovanii slozhnykh struktur"* [Proc. of the 10th Russian conference with the international participation "Novel information technologies for srudying complex structures"]. Tomsk: Tomsk State University Publ., 2014, pp. 132. (In Russian).