

Секция 1

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ
ПРИКЛАДНОЙ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ**

УДК 519.713

**РЕШЕНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ
ДЛЯ ω -РЕГУЛЯРНЫХ ЯЗЫКОВ**

В. Г. Бушков, Н. В. Евтушенко

Многие задачи синтеза и анализа реактивных систем могут быть сведены к решению уравнения вида $C \diamond X = S$, где C , X , S суть регулярные или ω -регулярные языки и $\diamond$ — операция композиции языков. Компонента C описывает поведение известной части системы и называется *контекстом*, компонента S описывает общее поведение системы и называется *спецификацией*, X есть неизвестная компонента, поведение которой необходимо найти. В данной работе мы рассматриваем случай, когда компоненты системы взаимодействуют между собой асинхронно, т. е. допускаются произвольные задержки по времени между событиями взаимодействующих компонент. Асинхронное взаимодействие компонент описывается операцией параллельной композиции.

В классе регулярных языков любое разрешимое уравнение имеет наибольшее решение, которое может рассматриваться как резервуар, содержащий все возможные решения, интересные с теоретической или практической точек зрения [1]. Для уравнений, компонентами которых являются регулярные языки, известны методы нахождения наибольшего решения [2]. Поскольку регулярные языки ассоциируются с полуавтоматами и автоматами [3], то решение уравнения для регулярных языков сводится к решению соответствующего автоматного уравнения.

ω -Регулярные языки состоят из слов бесконечной длины и описываются полуавтоматами Бюхи (Büchi) [4]. Полуавтомат Бюхи распознает слово α , если и только если α посещает финальные состояния бесконечное число раз. Для регулярных языков операция параллельной композиции включает в себя операцию распространения, которая описывает поведение компоненты относительно других компонент системы, и операцию ограничения, которая описывает поведение компоненты относительно интересующих нас алфавитов. Соответственно при определении параллельной композиции для ω -регулярных языков мы также должны определить эти операции. Мы исследовали несколько различных операций распространения ω -языка и выбрали операцию, которая вставляет между символами слов языка всевозможные конечные последовательности, определенные над внешним алфавитом. Иными словами, каждая компонента «общается» с внешней средой посредством конечных слов, но композиция в целом функционирует бесконечно долго. Для определения операции ограничения мы ввели понятие полуавтомата Бюхи с так называемыми ε -переходами, где ε — пустое слово. Ограничение ω -регулярного языка вводится аналогично ограничению регулярного языка, но операции ограничения ω -регулярного языка и регулярного языка обладают различными свойствами. Введенные операции распространения и ограничения позволяют определить операцию параллельной композиции ω -регулярных языков подобно операции параллельной композиции для регулярных языков.

Как показывает следующий пример, несмотря на то, что операции параллельной композиции регулярных и ω -регулярных языков очень похожи, методы решения уравнений для регулярных языков не могут быть напрямую применены при решении уравнений для ω -регулярных языков. Рассмотрим ω -регулярные языки $C = ((i_1 + i_2)(u_1 + u_2))^*(i_1u_1)^\omega + (i_2u_2)^\omega$ и $S = (i_1 + i_2)^*i_1^\omega$ (где верхний индекс ω означает бесконечную конкатенацию слова) и их множества конечных префиксов $Init(C) = ((i_1 + i_2)(u_1 + u_2))^*(i_1u_1)^* + (i_2u_2)^*$ и $Init(S) = (i_1 + i_2)^*i_1^* = (i_1 + i_2)^*$. Наибольшим решением уравнения $Init(C) \diamond X = Init(S)$ является регулярный язык $Sol = (u_1 + u_2)^*$. Как обычно, определим предел регулярного языка L как ω -регулярный язык, содержащий каждое бесконечное слово, множество конечных префиксов которого содержится в L . Взяв предел регулярного языка Sol , получим $\lim(Sol) = (u_1 + u_2)^\omega$. Однако ω -язык $(u_1 + u_2)^\omega$ не является решением уравнения $C \diamond X = S$, так как $(u_1 + u_2)^\omega$ содержит слово u_2^ω , расширение которого на алфавит I содержит слово $(i_2u_2)^\omega$, а значит, пересечение $C \cap (\lim(Sol))_{\uparrow I}$ будет содержать слово $(i_2u_2)^\omega$, ограничением которого на алфавит I будет слово i_2^ω , не содержащееся в S . Однако можно показать, что формула наибольшего решения для ω -регулярных языков имеет такой же вид, как и при решении уравнения для регулярных языков, т. е. наибольшее решение уравнения $C \diamond X = S$ есть ω -язык $C \diamond \overline{S}$. В нашем примере наибольшим решением уравнения является ω -регулярный язык $(u_1 + u_2)^\omega \setminus u_2^\omega$.

Бушков В. Г. выражает благодарность фонду Бортника за финансовую поддержку по проекту 8858, Евтушенко Н. В. выражает благодарность РФФИ за финансовую поддержку по проекту 06-08-89500.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Buffalov S., El-Fakih K., Yevtushenko N., et al.* Progressive solutions for a parallel automata equation // FORTE'03. Berlin: Springer, 2003. P. 367–382.
2. *Yevtushenko N. V., Villa T., Brayton R. K., et al.* Sequential synthesis by language equation solving // International Workshop on Logic Synthesis. June, 2000.
3. *Глушков В. М.* Синтез цифровых автоматов. М.: Физматгиз, 1962. 476 с.
4. *Mukund M.* Finite-state automata on infinite inputs // The 6th National Seminar on Theoretical Computer Science. Banasthali, Rajasthan, India, 1996. V. 2.

УДК 519.651

БЛИЗОСТЬ К КЛАССУ МОНОМИАЛЬНЫХ АППРОКСИМАЦИЙ ПРИВЕДЕННОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ БУЛЕВОЙ ФУНКЦИИ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ВЫБОРА БАЗИСА, В КОТОРОМ ОНО ЗАДАНО

А. В. Иванов

Пусть $\mathbb{F}_2$ — поле из двух элементов с единицей e , $\mathbb{F}_{2^n}$ — его расширение степени $n \in \mathbb{N}$, $\text{tr}_1^n(\alpha) = \sum_{k=0}^{n-1} \alpha^{2^k}$ — функция след из $\mathbb{F}_{2^n}$ в $\mathbb{F}_2$. Для целых t_1, t_2 через (t_1, t_2) будем обозначать их неотрицательный наибольший общий делитель.

Основные результаты работы получены с использованием представления булевых функций от n переменных в виде многочленов над полем $\mathbb{F}_{2^n}$, принимающих значения в поле $\mathbb{F}_2$ (так называемого «приведенного представления»). Описание механизма получения подобного представления можно найти в [1].