

которые в минимальном покрытии должны покрываться кликой, содержащейся внутри конструкции (категория 1), и те, которые могут покрываться вне клики без потери свойства минимальности (категория 2).

Основным содержанием работы можно считать следующее утверждение:

Теорема 1. Пусть $R_1, \dots, R_s$ — минимальное РПК конструкции C , пригодной для разбиения графа, с вычеркнутыми рёбрами категории 2. Пусть также $L_1, \dots, L_r$ — минимальное РПК оставшейся части графа G . Тогда $R_1, \dots, R_s, L_1, \dots, L_r$ — минимальное РПК графа G .

В работе приводится эвристический алгоритм поиска рёберных покрытий в графе, основанный на использовании данной теоремы и состоящий из следующих основных шагов:

1. Поиск собственных рёбер в графе. Фиксирование соответствующих клик.
2. Поиск конструкции, пригодной для разбиения графа. В случае, если пригодных конструкций в графе не существует, выбирается конструкция, наиболее приближенная к пригодной для разбиения. В случае, если ни одной конструкции не было найдено, для процедуры разбиения в качестве аналога разбивающей конструкции выбирается наименьшее по мощности окружение ребра.
3. Разбиение исходного графа на два графа: в первый из графов входят те рёбра, которые относятся к конструкции, а во второй граф — все остальные рёбра.
4. Рекурсивное применение данного алгоритма к обоим графам.
5. Объединение полученных покрытий.

Для некоторых классов графов данный алгоритм является точным. В работе представлены такие графы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Orlin J.* Contentment in graph theory: Covering graphs with cliques. // *Indagationes Math.* 1977. V. 39. P. 406–424.

УДК 519.5

РАСПОЗНАВАНИЕ ГРАФА ПРИ ПОМОЩИ БЛУЖДАЮЩЕГО ПО НЕМУ АГЕНТА

И. С. Грунский, Е. А. Татарinov

Основной проблемой компьютерной науки является проблема взаимодействия управляющей и управляемой систем (управляющего автомата, агента и его операционной среды) [1]. Взаимодействие этих систем зачастую представляется как процесс перемещения агента по помеченному графу (лабиринту) среды [2]. Определен ряд подходов к моделированию операционных сред, одним из которых является топологический [3]. В этом случае агенту недоступна метрическая или алгоритмическая информация о среде и доступна только информация о связях между различными областями среды.

Постановка задачи. Рассматривается конечный граф G — неориентированный, связный, без петель и кратных ребер, где V — множество его вершин и E — множество ребер. Вершины и инциденторы графа G можно метить специальными красками и/или камнями, где инцидентор — «точка прикосновения» вершины v и ребра (v, u) . Изначально предполагается, что все вершины и инциденторы не помечены.

Требуется построить такое множество $C = \{c_i\}$, где $c_i = \{V_i, E_i\}$ и $V_i \subseteq V$, $E_i \subseteq E$, и найти такое отображение A , чтобы, используя их, можно было построить граф H , изоморфный графу G , и тем самым распознать граф G с точностью до изоморфизма. Под отображением будем понимать установление взаимно однозначного соответствия между вершинами и ребрами каждого конкретного c_i и вершинами и ребрами графа H . Для проведения проверок и выполнения отображения используется агент, который передвигается по неизвестному графу G из вершины в вершину по ребру, соединяющему их. Агент воспринимает некоторую локальную информацию о 1-окрестности v и использует краски и/или камни из множества $\{b, r, L\}$ для пометки вершин и инциденторов графа G . Он обладает конечной, но бесконечно наращиваемой памятью, в которую будут отображаться проверки и строиться таблица графа H .

В данной работе предполагается, что c_i — это M -пути и, возможно, одно обратное ребро. Обратное ребро — ребро, соединяющее две вершины M -пути. M -путь [4] — это простой путь в графе, в котором каждая следующая вершина имеет больший M -номер, чем предыдущая. M -нумерацией вершин графа называется нумерация, соответствующая порядку их обхода при поиске в глубину [4]. Правило построения проверок c_i следующее: отбирается M -путь, из конечной вершины которого можно попасть только в ранее пройденную вершину. Агент обладает красками r , b и камнем L . Краска r используется для пометки древесных ребер, а b — для пометки уже исследованных вершин и инциденторов. Камень L используется при исследовании обратного ребра. Агент, блуждая по графу, создает неявную M -нумерацию в графе G , которую отображает в граф H , создавая в нем явную M -нумерацию. Явная M -нумерация позволяет корректно отобразить проверки и обратные ребра. Агент обзорекает метки 1-окрестности вершины, в которой он находится: метку на вершине и метку на ближних и дальних инциденторах ребер из 1-окрестности. Процесс выполнения алгоритма разбит на следующие этапы: 1) построение множества проверок; 2) выполнение проверки, построенной по правилу; 3) отображение конкретной проверки в граф H ; 4) отображение в граф H обратного ребра из проверки, если таковое есть.

Разработаны полиномиальные алгоритмы «Покрытие» и «Отображение» для выполнения шагов 1–2 и 3–4 соответственно. Алгоритмы могут выполняться как последовательно, так и параллельно. В работе рассматривается параллельное их выполнение.

Теорема 1. Алгоритмы «Покрытие» и «Отображение» распознают граф G с точностью до изоморфизма. Они требуют две различные метки, их временная сложность ограничена снизу линейной функцией от числа вершин n графа G , а сверху — кубической функцией. Емкостная сложность равна $O(n^2)$.

Предложенный алгоритм охватывает более широкий класс графов, чем предложенный в работе [5], хотя верхняя оценка временной сложности на порядок хуже.

ЛИТЕРАТУРА

1. Капитонова Ю. В., Летичевский А. А. Математическая теория программирования вычислительных систем. М.: Наука, 1988. 296 с.
2. Кудрявцев В. Б., Ушумлич Ш., Килибарда Г. О поведении автоматов в лабиринтах // Дискретная математика. 1993. Т. 4. Вып. 3. С. 3–26.
3. Kuipers B. The spatial semantic hierarchy // Artificial Intellegence. 2000. V. 119. No. 1–2. P. 191–233.
4. Евстигнеев В. А. Применение теории графов в программировании. М.: Наука, 1985. 352 с.

5. Грунский И. С., Татарinov Е. А. Алгоритм распознавания графов // Труды Четвертой Междунар. конф. «Параллельные вычисления и задачи управления» РАСО'2008. М.: Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, 2008. С. 1483–1498.

УДК 519.17

К ВОПРОСУ О ТОЧНЫХ РАСШИРЕНИЯХ ТУРНИРОВ

А. А. Долгов

Ориентированным графом называется пара $G = (V, \alpha)$, где V — конечное непустое множество, называемое *множеством вершин*, а α — отношение на множестве вершин V , называемое *отношением смежности*.

Граф с антисимметричным отношением смежности называется *направленным графом*, или *диграфом*. Полный диграф без петель называется *турниром*.

Граф H называется *точным k -расширением* графа G , если G изоморфен каждому подграфу H , получающемуся путем удаления любых его k вершин.

Первое из известных семейств точных расширений турниров — семейство транзитивных турниров — было описано в работе [1]. *Транзитивный турнир* — это турнир, у которого из существования дуг (u, v) и (v, w) вытекает существование дуги (u, w) . В работе показано, что точным k -расширением турнира T_n при $n > 2$ является транзитивный турнир T_{n+k} .

В работе [2] рассматривается схема построения семейства вершинно-симметрических турниров. Оказывается, что графы этого семейства обладают циклической симметрией.

Удалось показать, что любой циклически-симметричный граф является точным 1-расширением. Семейство, описанное в [2], не является единственным семейством турниров с циклической симметрией. В докладе представляется схема, позволяющая построить все графы с заданным числом вершин, обладающие циклической симметрией. Также указывается необходимая модификация алгоритма, позволяющая получить с его помощью только циклически-симметричные турниры.

Рассмотрим операцию над парой графов G_1 и G_2 , назовем ее операцией вершинной подстановки графа G_1 в граф G_2 .

Результатом вершинной подстановки графа $G_1 = (V_1, \alpha_1)$ в $G_2 = (V_2, \alpha_2)$, где $|V_1| = n_1$, $|V_2| = n_2$, будет граф $G = (V, \alpha)$, такой, что:

- 1) $V = \{v_{i,j} | i = \overline{1, n_1}, j = \overline{1, n_2}\}$, $|V| = n_1 \times n_2$;
- 2) $(v_{i,k}, v_{j,t}) \in \alpha$, если $k = t$ и $(v_i, v_j) \in \alpha_1$ или если $k \neq t$ и $(v_k, v_t) \in \alpha_2$.

Удалось доказать, что граф, получающийся в результате вершинной подстановки транзитивного турнира в циклически-симметричный турнир, является точным 1-расширением, отличным от графов, принадлежащих описанным семействам.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абросимов М. Б. Минимальные расширения транзитивных турниров // Вестник Томского государственного университета. Приложение. 2006. № 17. С. 187–190.
2. Абросимов М. Б., Долгов А. А. Точные расширения некоторых турниров // Вестник Томского государственного университета. Приложение. 2007. № 23. С. 211–216.