

5. Грунский И. С., Татарinov Е. А. Алгоритм распознавания графов // Труды Четвертой Междунар. конф. «Параллельные вычисления и задачи управления» РАСО'2008. М.: Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, 2008. С. 1483–1498.

УДК 519.17

К ВОПРОСУ О ТОЧНЫХ РАСШИРЕНИЯХ ТУРНИРОВ

А. А. Долгов

Ориентированным графом называется пара $G = (V, \alpha)$, где V — конечное непустое множество, называемое *множеством вершин*, а α — отношение на множестве вершин V , называемое *отношением смежности*.

Граф с антисимметричным отношением смежности называется *направленным графом*, или *диграфом*. Полный диграф без петель называется *турниром*.

Граф H называется *точным k -расширением* графа G , если G изоморфен каждому подграфу H , получающемуся путем удаления любых его k вершин.

Первое из известных семейств точных расширений турниров — семейство транзитивных турниров — было описано в работе [1]. *Транзитивный турнир* — это турнир, у которого из существования дуг (u, v) и (v, w) вытекает существование дуги (u, w) . В работе показано, что точным k -расширением турнира T_n при $n > 2$ является транзитивный турнир T_{n+k} .

В работе [2] рассматривается схема построения семейства вершинно-симметрических турниров. Оказывается, что графы этого семейства обладают циклической симметрией.

Удалось показать, что любой циклически-симметричный граф является точным 1-расширением. Семейство, описанное в [2], не является единственным семейством турниров с циклической симметрией. В докладе представляется схема, позволяющая построить все графы с заданным числом вершин, обладающие циклической симметрией. Также указывается необходимая модификация алгоритма, позволяющая получить с его помощью только циклически-симметричные турниры.

Рассмотрим операцию над парой графов G_1 и G_2 , назовем ее операцией вершинной подстановки графа G_1 в граф G_2 .

Результатом вершинной подстановки графа $G_1 = (V_1, \alpha_1)$ в $G_2 = (V_2, \alpha_2)$, где $|V_1| = n_1$, $|V_2| = n_2$, будет граф $G = (V, \alpha)$, такой, что:

- 1) $V = \{v_{i,j} | i = \overline{1, n_1}, j = \overline{1, n_2}\}$, $|V| = n_1 \times n_2$;
- 2) $(v_{i,k}, v_{j,t}) \in \alpha$, если $k = t$ и $(v_i, v_j) \in \alpha_1$ или если $k \neq t$ и $(v_k, v_t) \in \alpha_2$.

Удалось доказать, что граф, получающийся в результате вершинной подстановки транзитивного турнира в циклически-симметричный турнир, является точным 1-расширением, отличным от графов, принадлежащих описанным семействам.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абросимов М. Б. Минимальные расширения транзитивных турниров // Вестник Томского государственного университета. Приложение. 2006. № 17. С. 187–190.
2. Абросимов М. Б., Долгов А. А. Точные расширения некоторых турниров // Вестник Томского государственного университета. Приложение. 2007. № 23. С. 211–216.