6. *Быкова В. В.* Эластичность алгоритмов // Прикладная дискретная математика. 2010. №2(8). С. 87–95.
7. *Bykova V. V.* Complexity and elasticity of the computation // Proc. of the 3-rd IASTED International Multi-Conference on Automation, Control, and Information Technology (ACIT-CDA 2010). Anaheim-Calgary-Zurich: ACTA Press, 2010. P. 334–340.
8. *Быкова В. В.* FPT-алгоритмы и их классификация на основе эластичности // Прикладная дискретная математика. 2011. №2. С. 40–48.

УДК 519.682

О СВОЙСТВЕ ФОРМАЛЬНЫХ ЯЗЫКОВ НЕПОСРЕДСТВЕННО СОСТАВЛЯЮЩИХ

К. В. Сафонов, Д. А. Калугин-Балашов

В теории формальных грамматик словарь языка $X = \{x_1, \ldots, x_n\}$ обычно называют терминальным множеством, тогда как нетерминальным называют конечное множество $Z = \{z_1, \ldots, z_m\}$ вспомогательных символов, необходимых для задания грамматических правил (грамматики) данного языка. Для элементов этих множеств определены операции конкатенации и формальной суммы, приводящие к мономам и многочленам [1].

Если мономы и многочлены построены в соответствии с грамматическими правилами данного языка, то они интерпретируются как предложения и совокупности предложений. Рассмотрение совокупности всех грамматически правильных предложений приводит к необходимости изучать формальные степенные ряды от терминальных символов.

Грамматики непосредственно составляющих (нс-грамматики) являются важным подклассом контекстно-зависимых грамматик (кз-грамматик); в то же время контекстно-свободные грамматики (кс-грамматики) являются частным случаем нс-грамматик.

Нс-грамматике сопоставима система символьных уравнений

$$\alpha_j^{k_j} z_j \beta_j^{k_j} = p_j^{k_j}(x, z), \quad j = 1, \ldots, m, \quad k_j = 1, \ldots, L_j. \tag{1}$$

Ее решением является совокупность $(\alpha_1^1 z_1^1(x)\beta_1^1, \ldots, \alpha_m^{k_m} z_m^{k_m}(x)\beta_m^{k_m})$ формальных степенных рядов от терминальных переменных $x = (x_1, \ldots, x_n)$, а ряды $\alpha_1^{k_j} z_1^{k_j}(x)\beta_j^{k_j}$ являются нс-языком, определяемым данной грамматикой. Мономы $\alpha_j^{k_j}$ и $\beta_j^{k_j}$ называются контекстом. Рассмотрим *вполне определенные* нс-грамматики, которые сопоставимы системам уравнений вида

$$\alpha_j z_j \beta_j = p_j(x, z), \quad j = 1, \ldots, m. \tag{1'}$$

Эффективным инструментом изучения решений таких систем уравнений является *коммутативный образ* этой системы — новая система уравнений, переменные в которой рассматриваются как коммутативные, например из поля комплексных чисел. Понятно, что формальные степенные ряды $(z_1(x), \ldots, z_m(x))$, являющиеся решениями исходной системы (1′), переходят в степенные ряды, представляющие алгебраические функции. Коммутативный образ некоторого многочлена или ряда r будем обозначать как $\mathrm{ci}(r)$ (*commutative image*) [2].

Произведем ряд замен вида $z'_j = \alpha_j z_j \beta_j$. Получим систему уравнений

$$z'_j = p_j(x, z), \quad j = 1, \ldots, m. \tag{2}$$

Запишем систему уравнений (2) в виде

$$q_j(x, z, z') = 0, \quad j = 1, \ldots, m. \qquad (3)$$

Решением этой системы назовем выражение символов z'_i в виде формальных степенных рядов от x, подстановка которых в многочлены $q_i(x, z, z')$ обращает их в нуль. Определим условия, при которых система (2) имеет такое решение.

Теорема 1. Если выполняется неравенство

$$J = \det \left(\frac{\partial(\mathrm{ci}(q_i(x, z, z')))}{\partial z'_j} \right)_{(x,z,z')=(0,0,0)} \neq 0,$$

то исходная система имеет решение в виде формальных степенных рядов.

Легко показать, что элементы главной диагонали матрицы Якоби содержат сумму мономов терминального алфавита (обусловленную линейной зависимостью некоторых z'_j от соответствующих z_j) и некоторого скаляра. Таким образом, в силу невырожденности матрицы Якоби в начале координат можно сделать линейную замену переменных z'_i, в результате которой эта матрица становится единичной, что, учитывая ряд проведенных замен, приводит систему (3) к виду

$$z'_j = p'_j(x, z'), \quad j = 1, \ldots, m,$$

в результате чего её можно решать методом последовательных приближений. Искомые ряды равны линейной комбинации получаемых рядов.

Ранее подобное свойство было доказано для контекстно-свободных грамматик [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Глушков В. М., Цейтлин Г. Е., Ющенко Е. Л.* Алгебра, языки, программирование. Киев: Наукова думка, 1974. 328 с.
2. *Сафонов К. В., Егорушкин О. И.* О синтаксическом анализе и проблеме В. М. Глушкова распознавания контекстно-свободных языков Хомского // Вестник Томского госуниверситета. Приложение. 2006. № 17. С. 63–66.
3. *Сафонов К. В., Калугин-Балашов Д. А.* О представлении контекстно-свободных языков диагоналями линейных языков // Прикладная дискретная математика. Приложение. 2010. № 3. С. 82–83.

УДК 004.423.43

ДЕНОТАЦИОННОЕ ОПИСАНИЕ ЯЗЫКА ASPECTTALK[1]

Д. А. Стефанцов, А. Е. Крюкова

Язык аспектно-ориентированного программирования (АОП) AspectTalk [1] разработан с целью создания защищённых систем обработки информации. На нём могут быть реализованы информационная система и политика её безопаности, а также осуществлена их интеграция с помощью соединительных модулей [2]. Одной из задач в определении языка является задание его семантики. В [3] получено денотационное описание семантики (ДОС) [4] объектно-ориентированного подмножества языка AspectTalk для доказательства семантической эквивалентности последнего языку

[1]Работа выполнена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг. (гос. контракт № П1010).