

## Секция 6

## ПРИКЛАДНАЯ ТЕОРИЯ АВТОМАТОВ

УДК 681.3; 519.711

## К-МОДЕЛЬ ХИЩНИК — ЖЕРТВА В ЭКОЛОГИЧЕСКОЙ НИШЕ

Ю. В. Березовская, В. А. Воробьев

*Каузальная сеть* (К-сеть) — это маркированная сеть Петри, в которой для каждого перехода задана интенсивность события перехода как функция от маркировки входных позиций перехода. Вид этих функций зависит от предметной области и задаётся отдельно в каждом конкретном случае. Потоки событий переходов простейшие, т. е. стационарные (интенсивности меняются медленно), ординарные и без последствий.

Как и сеть Петри, К-сеть может использоваться для моделирования сложных систем, состоящих из множества взаимодействующих элементов, такие системы будем называть популяциями. Абстрагируясь от природы популяции, будем называть её элементы автоматами. Автомат может, как обычно, менять состояние сам, а может зависеть от любого числа автоматов, находящихся в подходящих состояниях. Популяции автоматов пригодны для исследования разнообразных массовых объектов: биологических, экономических и технических систем, параллельных программ [1]. С этой целью автоматы должны иметь стохастические характеристики — вероятности переходов в каждом такте. Поскольку число состояний популяции чрезвычайно велико, вычисления проводятся не для всех состояний популяции, а для среднего числа автоматов в различных состояниях. Таким образом, полученный случайный процесс представляет динамику популяции «в среднем». Трудность состоит в том, что в известном методе динамики средних все компоненты независимы друг от друга. Между тем основное свойство, которое влияет на поведение популяции, — взаимодействия между автоматами. Следует как-то учесть эти взаимодействия в методе динамики средних. Отсутствие метрики в популяции позволяет исследовать такие случайные системы, используя достижения теории параллельных процессов [2].

**Определение 1.** *Каузальная сеть* — это двудольный граф  $G = \langle Q, D, \text{In}, \text{Out}, M, R \rangle$ , где

- $Q = \{q_i : i = 0, 1, \dots, n\}$  — множество позиций, соответствующее множеству состояний, на которых определены все автоматы;
- $D = \{d_j : j = 1, 2, \dots, m\}$  — множество переходов автоматов из состояния в состояние;
- $\text{In}$  — функция предшествования, которая ставит в соответствие каждой паре  $(q_i, d_j)$  неотрицательное число  $k_{ij} \geq 0$ , где  $k_{ij}$  — вес дуги из позиции  $q_i$  в переход  $d_j$ ; если соответствующей дуги нет,  $k_{ij} = 0$ ;
- $\text{Out}$  — функция следования, которая ставит в соответствие каждой паре  $(d_j, q_i)$  неотрицательное число  $k_{ji} \geq 0$ , где  $k_{ji}$  — вес дуги из перехода  $d_j$  в позицию  $q_i$ ; если соответствующей дуги нет,  $k_{ji} = 0$ ;

- $M_t = \{N_{it} : i = 1, 2, \dots, n\}$  — вектор маркировки, своими компонентами задающий число автоматов, находящихся в момент времени  $t$  в каждом из состояний множества  $Q$ ;
- $R = \{p_j(M_t(*d_j)) : j = 1, \dots, m\}$  — вектор-функция интенсивностей переходов, определяющая среднее число срабатываний перехода  $d_j$  в течение одного такта, или число таких срабатываний в единицу времени, зависящее от маркировки множества  $*d_j$  — входных позиций перехода.

Позиция  $q_0 \in Q$  называется внешней, имеет сколь угодно большое или единичное (если надо) значение маркера  $N_0$ , не меняет его при переходах и не изображается на рисунке графа. Состояния автоматов и позиции множества  $\{q_i : i = 1, \dots, n\}$  назовём собственными. Граф  $G$  изображает причинно-следственные связи между состояниями автоматов и интенсивности этих связей.

В отличие от канонической сети Петри множество весовых коэффициентов дуг каузальной сети — это положительные действительные числа, приписанные входным и выходным дугам  $j$ -го перехода:  $k_{ij}$  или  $k_{ji}$  соответственно. Точно так же мы будем допускать действительные числа в качестве маркеров  $N_i$  для позиций. Это позволит маркировать сеть вероятностями состояний автоматов и вообще избавиться от целых чисел. В таких случаях будем считать популяцию счётным множеством.

Компьютерное описание графа каузальной сети (К-модель) — это статическая часть — маркировка  $M_0$  в начальный момент времени  $t = 0$  и динамическая часть — описание переходов. Каждый переход  $d_j$  описывается тремя выражениями: 1) перечисление множества  $*d_j$  с коэффициентами  $k_{ij}$ ; 2) перечисление множества  $d_j^*$  с коэффициентами  $k_{ji}$  и 3) интенсивность  $p_j(M_t(*d_j))$  перехода. В общем случае описание перехода — это выражение вида  $*d_j > d_j^* : p_j(M_t(*d_j))$  : тип перехода. Тип перехода зависит от зоны действия и расположения автоматов в системе. *Линейный* переход соответствует дальнодействию в системе, нелинейные переходы: *раствор* — равномерному распределению автоматов во всей системе (как медведи в тайге) и *смесь* — собранию взаимодействующих автоматов в одном месте (как птичий базар). Внешнее состояние в К-модели изображается звёздочкой  $*$ .

Интерпретация предложенного описания популяции зависит от единицы времени равной длительности такта. Если единица времени достаточно мала, то  $p_j \ll 1$  — вероятности переходов в течение такта, а  $p_j(M_t(*d_j))$  — среднее число автоматов, изменяющих состояние за такт. Если единица времени велика, то  $p_j$  — интенсивности переходов одного автомата, а величины  $p_j(M_t(*d_j))$  — это интенсивности потоков допустимых переходов на всём множестве автоматов, готовых к переходу. В первом случае мы имеем синхронную модель популяции и можем потактно вычислять вектор  $M_t$ , во втором — асинхронную модель, которая порождает систему уравнений [1], подобных уравнениям Колмогорова — Чепмена.

Для иллюстрации простой популяции рассмотрим известную модель «хищник — жертва» в ограниченной экологической нише. Пусть  $H$  — число хищников,  $ZH$  — число живых жертв,  $M$  — число экологических мест,  $P$  — количество убитых жертв, т. е. пищи для воспроизводства хищников. Описание К-сети настолько простое, что не нуждается в длинных комментариях:

$H(0) = 50, ZH(0) = 50, M(0) = 100, P(0) = 0$  (полная ёмкость ниши  $N = 200$  особей);  
 $ZH, M > 2ZH : 0,01 \cdot \min\{ZH, M\}$  : линейно (если место есть, то жертва его найдёт и родит новую);

$H, H > M : 0,01H$  : линейно (хищник обязательно умирает от голода и старости);

$H, ZH > H, M, P : 0,05 \frac{H \cdot ZH}{N}$  : раствор (хищник должен найти и убить жертву, и будет пища);

$H, P > 2H : 0,05 \frac{H \cdot P}{N}$  : смесь (хищники находят принесённую пищу и размножаются).

На рис. 1 показаны результаты реализации этой модели программой «Популяция». Моделирование обходится без получения системы нелинейных дифференциальных уравнений динамики средних.

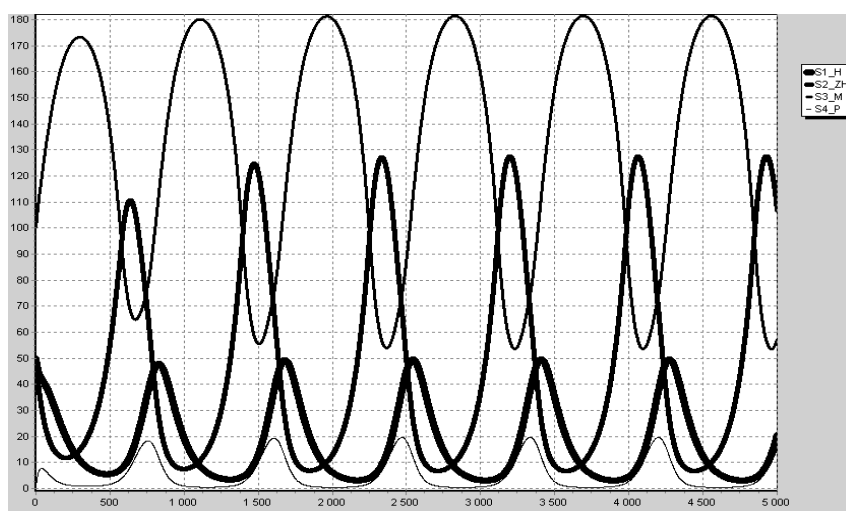


Рис. 1. Хищники и жертвы в ограниченной экологической нише.

$H$  — количество хищников;  $ZH$  — количество жертв;  $M$  — количество экологических мест;  $P$  — количество добытой пищи

Следует заметить, что в предлагаемой программе моделирования вовсе не обязательно подробно описывать вероятности переходов, заданные здесь формулами. Достаточно задать только численные характеристики — коэффициенты модели (здесь 0,01 и 0,05) и типы нелинейных переходов. Остальные части вероятностей переходов ( $\min\{ZH, M\}$  и  $H \cdot ZH/N$ ) стандартны и вычисляются программой согласно типу перехода.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Воробьев В. А., Кочнев А. И. Популяционное моделирование коллективного поведения автоматов // Вестник Томского государственного университета. Приложение. 2007. № 23. С. 270–275.
2. Ачасова С. М., Бандман О. Л. Корректность параллельных вычислительных процессов. Новосибирск: Наука, 1990. 314 с.

УДК 512.5

## О СКЕЛЕТНЫХ АВТОМАТАХ

В. Н. Салий

Под автоматом понимается тройка  $A = (S, X, \delta)$ , где  $S$  и  $X$  — конечные непустые множества (состояний и входных сигналов соответственно);  $\delta : S \times X \rightarrow S$  — отображение, называемое функцией переходов. Функция переходов продолжается на множество  $S \times X^*$ , где  $X^*$  — совокупность всех конечных слов над алфавитом  $X$ : по опре-