

Секция 7

ПРИКЛАДНАЯ ТЕОРИЯ ГРАФОВ

УДК 519.17

О МИНИМАЛЬНЫХ ВЕРШИННЫХ 1-РАСШИРЕНИЯХ ЦИКЛОВ
С ВЕРШИНАМИ ДВУХ ТИПОВ

М. Б. Абросимов, П. П. Бондаренко

Неориентированным графом называется пара $G = (V, \alpha)$, где α — симметричное и антирефлексивное отношение смежности на множестве вершин V . Здесь и далее основные определения даются по работе [1].

Будем рассматривать неориентированные графы, в которых вершины имеют разные типы или окрашены в разные цвета.

Вложением графа $G_1 = (V_1, \alpha_1)$ в граф $G_2 = (V_2, \alpha_2)$ называется взаимно однозначное отображение $\varphi : V_1 \rightarrow V_2$, при котором сохраняются типы вершин и для всех $u, v \in V_1$ выполняется условие: если $(u, v) \in \alpha_1$, то $(\varphi(u), \varphi(v)) \in \alpha_2$.

Граф $G^* = (V^*, \alpha^*)$ называется *минимальным вершинным k -расширением* (МВ- k P) n -вершинного графа $G = (V, \alpha)$ с вершинами p типов, если выполняются следующие условия:

- 1) G^* является вершинным k -расширением G , то есть граф G вложим в каждый подграф графа G^* , получающийся удалением любых его k вершин;
- 2) G^* содержит $n + k \cdot p$ вершин;
- 3) α^* имеет минимальную мощность при выполнении условий 1 и 2.

Отказоустойчивость — способность системы противостоять ошибке и возможность продолжать работу в присутствии этой ошибки. Дж. П. Хейз в работе [2] предложил графовую модель для построения отказоустойчивых реализаций заданной системы. Он рассмотрел минимальные вершинные k -расширения для цепей и циклов с однотипными вершинами, а также минимальные вершинные 1-расширения деревьев с вершинами разного типа. В данной работе рассматриваются циклы с вершинами двух типов: одна вершина первого типа, а остальные вершины — другого типа. Удалось получить следующие результаты.

Теорема 1. Минимальные вершинные 1-расширения цикла C_n с вершинами двух типов (одна вершина первого типа, а остальные вершины — другого типа) имеют $(3n + 4)/2$ ребер при четном n и $(3n + 5)/2$ — при нечетном n .

Теорема 2. Одно из минимальных вершинных 1-расширений цикла C_n с вершинами двух типов (одна вершина первого типа, а остальные вершины — другого типа) имеет вид, показанный на рис. 1, а для $n = 4k$; на рис. 1, б — для $n = 4k + 2$; на рис. 2, а — для $n = 4k + 1$ и на рис. 2, б — для $n = 4k + 3$.

Выполнен компьютерный эксперимент, в результате которого сгенерированы все неизоморфные минимальные вершинные 1-расширения рассматриваемых циклов с числом вершин до 8. Полученные данные представлены в таблице.

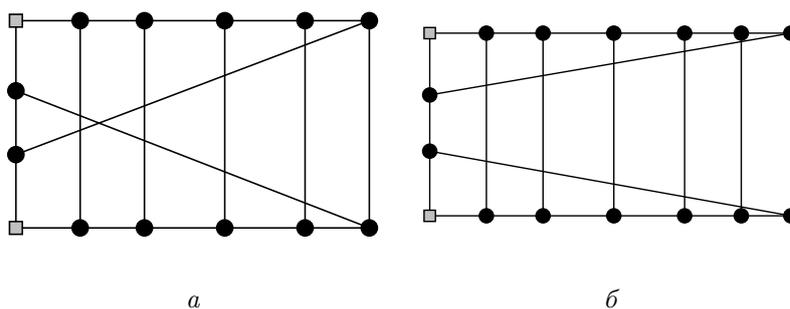


Рис. 1. МВ-1Р цикла C_n при чётных n

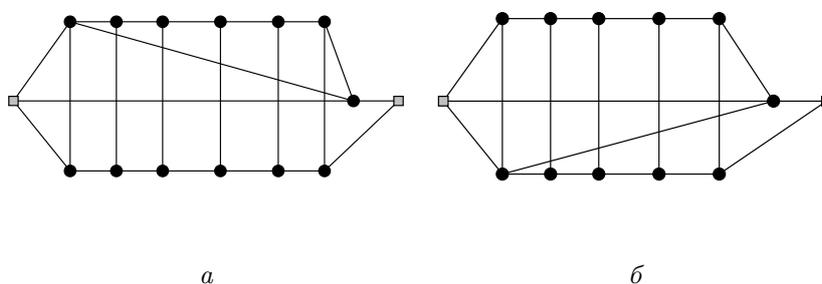


Рис. 2. МВ-1Р цикла C_n при нечётных n

Количество минимальных вершинных 1-расширений C_n

$ V $	m	Количество МВ-1Р
3	8	1
4	8	1
5	11	7
6	11	1
7	14	60
8	14	2

ЛИТЕРАТУРА

1. Абросимов М. Б. Минимальные k -расширения предполных графов // Изв. вузов. Математика. 2003. №6(493). С. 3–11.
2. Heyes J. P. A graph model for fault-tolerant computing system // IEEE Trans. Comput. 1976. V. C25. No. 9. P. 875–884.

УДК 519.17

**К ВОПРОСУ О ЕДИНСТВЕННОСТИ
ТОЧНЫХ ВЕРШИННЫХ РАСШИРЕНИЙ**

М. Б. Абросимов, А. А. Долгов

Граф с симметричным и антирефлексивным отношением смежности называется *неориентированным графом* (далее *неографом*). Граф с антисимметричным отношением смежности называется *направленным графом* или *диграфом*.