помощи их ЛИ. В них в качестве теста P берётся множество слов, являющееся объединением ЛИ всех вершин графа.

В данной работе в качестве теста P используется помеченный граф, называемый далее диагностическим тестовым графом (ДТГ) и определяемый по следующим правилам: 1) отождествим все одинаково помеченные инициальные вершины ТИ D_g всех $g \in V$; 2) детерминизируем остовные деревья всех графов D_g, то есть многократно и исчерпывающе применим следующую операцию: если в множество преемников некоторой вершины попадают вершины с одинаковыми метками, то такие вершины отождествляются с заменой возникающих кратных дуг одной дугой.

Первый этап диагностического эксперимента состоит в построении ДТГ P. На втором этапе получение экспериментальных данных заключается в том, что МА, стартуя из неизвестной ему вершины h графа G, проверяет наличие/отсутствие в G путей, совпадающих по разметке с путями обхода в ширину графа P из его инициальной вершины. В зависимости от исхода каждой из этих проверок сокращается множество гипотетически возможных начальных вершин. По окончании работы алгоритма остается ровно одна такая вершина.

Показано, что для СД-графов временная сложность данного алгоритма проведения диагностического эксперимента полиномиальна от числа вершин исследуемого графа.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кудрявцев В. Б., Алешин С. В., Подколзин А. С.* Введение в теорию автоматов. М.: Наука, 1985.
2. *Капитонова Ю. В., Летичевский А. А.* Математическая теория проектирования вычислительных систем. М.: Наука, 1988.
3. *Dudek G. and Jenkin M.* Computational Principles of Mobile Robotics. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
4. *Сапунов С. В.* Определение положения робота в топологической среде // Искусственный интеллект. 2008. Т. 4. С. 558–565.
5. *Грунский И. С., Сапунов С. В.* Идентификация вершин помеченных графов // Труды ИПММ НАН Украины. 2010. Т. 21. С. 86–97.

УДК 512.2

О КОНГРУЭНЦИЯХ ЦЕПЕЙ

Е. О. Карманова

Под ориентированным графом (далее орграфом) понимается пара $G = (V, \alpha)$, где V — конечное непустое множество вершин; α — отношение на V, задающее множество дуг. Основные понятия приводятся в соответствии с [1].

Существуют различные методы преобразования графовых систем для приложений к проблемам оптимизации в различных ситуациях. В качестве допустимых реконструкций данного графа обычно рассматриваются следующие [2]:

1) отождествление некоторых вершин графа;
2) ориентация ребер данного неориентированного графа;
3) переориентация некоторых дуг;
4) добавление новых дуг (ребер);
5) удаление некоторых дуг (ребер).

Будем рассматривать реконструкцию типа 1.

Пусть ε — некоторое отношение эквивалентности на множестве вершин V орграфа G. Фактор-графом орграфа G по эквивалентности ε называется орграф $G/\varepsilon = (V/\varepsilon, \alpha_\varepsilon)$, где V/ε — множество классов эквивалентности ε; $\alpha_\varepsilon = \{(\varepsilon(v_1), \varepsilon(v_2)) : \exists u_1 \in \varepsilon(v_1), u_2 \in \varepsilon(v_2)\ ((u_1, u_2) \in \alpha)\}$. Пусть K — некоторый класс орграфов. Конгруэнцией K-графа G называется такое отношение эквивалентности θ на V, что фактор-граф G/θ является K-графом. Возьмём в качестве класса K класс неориентированных графов.

Множество вершин называется независимым, если любые две вершины из этого множества несмежны. Очевидно, что отношение эквивалентности θ на множестве вершин графа G тогда и только тогда будет конгруэнцией этого графа, когда каждый θ-класс образует в G независимое подмножество.

Цепь (простой путь, не являющийся циклом) с m ребрами будем обозначать P_m, звезду с m ребрами — S_m. В [3] представлена программа, генерирующая все конгруэнции заданной цепи и выделяющая среди них цепные конгруэнции, т. е. такие, фактор-графы по которым являются цепями. При этом выдается общее число конгруэнций данной цепи и количество её цепных конгруэнций. Например, у трехреберной цепи P_3 имеются четыре различных конгруэнции, которые дают три неизоморфных фактор-графа. У четырехреберной цепи P_4 всего имеется 14 фактор-графов, из них 7 попарно неизоморфных.

Известна следующая задача о факторизации: можно ли для заданного графа сказать, является ли он фактор-графом другого заданного графа? Эта задача является NP-полной. Например, возьмем пятиреберную цепь P_5. Пятивершинный цикл C_5 будет её фактор-графом, а четырехреберная звезда S_4 — нет.

Маршрут в связном графе называется обходом, если он содержит все ребра графа.

Теорема 1. Связный граф G тогда и только тогда является фактор-графом m-реберной цепи, когда в нем есть обход длины m.

Следствие 1. Любой связный граф с m ребрами является фактор-графом цепи P_{2m-1}.

Одной из открытых проблем является следующая: для данного связного графа G найти цепь с минимальным возможным числом ребер $p(G)$, фактор-графом которой является данный граф.

Теорема 2. Если T — дерево с m ребрами, имеющее диаметр d, то $p(T) = 2m - d$.

Следствие 2. Для звезды S_m имеем $p(S_m) = 2m - 2$.

Теорема 3. Для связного графа G с m ребрами $m \leqslant p(G) \leqslant 2m - 2$.

Подробное изложение представленных результатов можно найти в [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Богомолов А. М., Салий В. Н.* Алгебраические основы теории дискретных систем. М.: Наука, Физматлит, 1997. 367 с.
2. *Салий В. Н.* Оптимальные реконструкции графов // Современные проблемы дифференциальной геометрии и общей алгебры. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2008. С. 59–65.
3. *Карманова Е. О.* О конгруэнциях цепей и циклов // Компьютерные науки и информационные технологии. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2009. С. 238.
4. *Карманова Е. О.* О конгруэнциях цепей // Прикладная дискретная математика. 2011. № 2. С. 96–100.