

ЛИТЕРАТУРА

1. Hayes J. P. A graph model for fault-tolerant computing system // IEEE Trans. Comput. 1976. V. C.25. No. 9. P. 875–884.
2. Абросимов М. Б. Характеризация графов с заданным числом дополнительных ребер минимального вершинного 1-расширения // Прикладная дискретная математика. 2012. № 1. С. 111–120.
3. Абросимов М. Б. Минимальные вершинные расширения направленных звезд // Дискретная математика. 2011. № 23:2. С. 93–102.

УДК 519.17

О МИНИМАЛЬНЫХ РАСШИРЕНИЯХ
ЧЕРНО-БЕЛЫХ ЦЕПЕЙ ОСОБОГО ВИДА

П. П. Бондаренко

Определение 1. Граф $G^* = (V^*, \alpha^*)$ называется *минимальным вершинным k -расширением* [1, 2] n -вершинного графа $G = (V, \alpha)$ с вершинами p типов, если выполняются следующие условия:

- 1) граф G^* является вершинным k -расширением графа G , то есть граф G вложим в каждый подграф графа G^* , получающийся удалением любых его k вершин;
- 2) граф G^* содержит $n + kp$ вершин, то есть $|V^*| = |V| + kp$;
- 3) α^* имеет минимальную мощность при выполнении условий 1 и 2.

Определение 2. Граф $G^* = (V^*, \alpha^*)$ называется *минимальным рёберным k -расширением* [3] n -вершинного графа $G = (V, \alpha)$ с вершинами p типов, если выполняются следующие условия:

- 1) граф G^* является рёберным k -расширением графа G , то есть граф G вложим в каждый граф, получающийся из G^* удалением любых его k рёбер;
- 2) граф G^* содержит n вершин, то есть $|V^*| = |V|$;
- 3) α^* имеет минимальную мощность при выполнении условий 1 и 2.

Вершины разных типов можно изображать различными цветами. Будем рассматривать минимальные вершинные и рёберные 1-расширения черно-белых неориентированных графов, в которых вершины имеют два типа: $p = 2$ (белые и чёрные вершины).

В результате вычислительного эксперимента построены все минимальные вершинные и рёберные 1-расширения черно-белых цепей, в которых две белые вершины имеют степень 1, а чёрные — степень 2 (то есть белые вершины на концах цепи), с количеством вершин до 9.

Теорема 1. Минимальные вершинные расширения цепей P_n с вершинами двух типов, в которых белые вершины имеют степень 1, а чёрные — степень 2, содержат $m = 3k$ рёбер при чётном $n = 2k$, и одно из минимальных 1-вершинных расширений имеет вид, показанный на рис. 1,а. При нечётном $n = 2k + 1$ количество рёбер $m = 3k + 2$, и одно из минимальных вершинных расширений имеет вид, показанный на рис. 1,б.

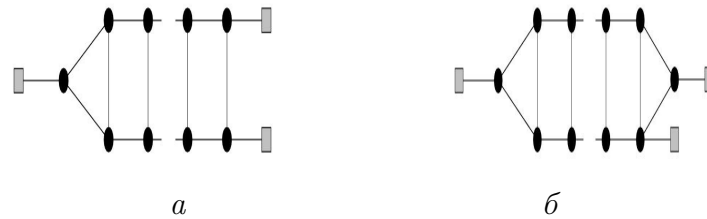


Рис. 1. Минимальное вершинное расширение P_n

Теорема 2. Минимальные рёберные расширения цепей P_n с вершинами двух типов, в которых белые вершины имеют степень 1, а чёрные — степень 2, содержат $m = 3k - 1$ рёбер при чётном $n = 2k$, и одно из минимальных рёберных расширений имеет вид, показанный на рис. 2,а (для чётного k) и рис. 2,б (для нечётного k). При нечётном $n = 2k + 1$ количество рёбер $m = 3k + 1$, и одно из минимальных рёберных расширений имеет вид, показанный на рис. 2,в.

При этом минимальные рёберные расширения, показанные на рис. 2,а и б, в то же время являются минимальными вершинными расширениями циклов с вершинами двух типов — одной белой вершиной и остальными чёрными — с количеством вершин на 2 меньшим, чем в расширениях.

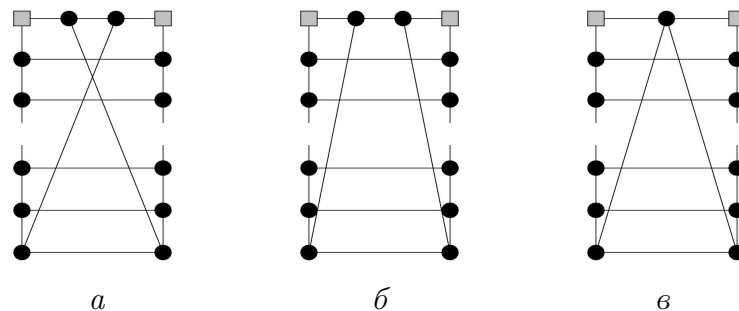


Рис. 2. Минимальное рёберное расширение P_n

ЛИТЕРАТУРА

1. Абросимов М. Б. Минимальные k -расширения предполных графов // Изв. вузов. Математика. 2003. № 6(493). С. 3–11.
2. Hayes J. P. A graph model for fault-tolerant computing system // IEEE Trans. Comput. 1976. V. 25. No. 9. P. 875–884.
3. Harary F. and Hayes J. P. Edge fault tolerance in graphs // Networks. 1993. V. 23. P. 135–142.

УДК 519.7

ДЕТЕРМИНИРОВАННАЯ РАЗМЕТКА ВЕРШИН ГРАФА БЛУЖДАЮЩИМ ПО НЕМУ АГЕНТОМ

И. С. Грунский, С. В. Сапунов

Рассматривается задача разметки вершин конечного простого связного неорграфа посредством блуждающего по нему агента. Разметка производится за один проход так, что в окрестности каждой вершины все вершины размечены разными метками.