

5. Считаем i_j , $0 < j \leq h$, согласно следующим правилам:
 - в «-» блок-группе $i_j = t_j/2 - 1$, где t_j — длина той части данной блок-группы (если её рассматривать с конца циклически влево), в которой выполняется равенство $p_c^0 = p_c^1$;
 - в «=» блок-группе $i_j = l_j/2 - 1$, где l_j — длина рассматриваемой блок-группы;
 - в «+» блок-группе $i_j = t_j/2 - 1$, где t_j — длина той части данной блок-группы (если её рассматривать с начала циклически вправо), в которой выполняется равенство $p_c^0 = p_c^1$.
6. $i(v) = \max_{0 < j \leq h} i_j$.

Теорема 2. Предложенный алгоритм вычисления индекса состояния динамической системы (B, θ) корректен.

Следствие 1. Система (B^n, θ) , $n > 2$, имеет максимальный индекс, равный $(n - 1)/2 - 1$ при нечетном n и $n/2 - 1$ при четном n .

Подробное изложение представленных результатов можно найти в [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Власова А. В. Исследование эволюционных параметров в динамических системах двоичных векторов // Свидет. РОСПАТЕНТа № 2009614409, зарегистр. 20 августа 2009.
2. Barbosa V. C. An atlas of edge-reversal dynamics. London: Chapman&Hall/CRC, 2001. 372 p.
3. Жаркова А. В. Индексы в динамической системе двоичных векторов, ассоциированных с ориентациями циклов // Прикладная дискретная математика. 2012. № 2(12). С. 79–85.

УДК 519.1

КОНГРУЭНЦИИ ЦЕПЕЙ: НЕКОТОРЫЕ КОМБИНАТОРНЫЕ СВОЙСТВА

Е. О. Карманова

Под ориентированным графом (далее орграфом) понимается пара $G = (V, \alpha)$, где V — конечное непустое множество вершин, а α — отношение смежности на V .

Пусть ε — некоторое отношение эквивалентности на множестве вершин V орграфа G . Фактор-графом орграфа G по эквивалентности ε называется орграф $G/\varepsilon = (V/\varepsilon, \alpha_\varepsilon)$, где V/ε — множество классов эквивалентности ε , а $\alpha_\varepsilon = \{(\varepsilon(v_1), \varepsilon(v_2)) : (\exists u_1 \in \varepsilon(v_1)) \exists u_2 \in \varepsilon(v_2) ((u_1, u_2) \in \alpha)\}$.

Пусть K — некоторый класс орграфов. Конгруэнцией K -графа G называется такое отношение эквивалентности θ на V , что фактор-граф G/θ является K -графом.

Возьмём в качестве класса K класс неориентированных графов. Неориентированным графом (или, для краткости, графом) называется пара $G = (V, \alpha)$, где α — симметричное и антирефлексивное отношение на множестве вершин V . Множество вершин называется независимым, если любые две вершины из этого множества несмежны.

Очевидно, что отношение эквивалентности θ на множестве вершин графа G тогда и только тогда будет конгруэнцией этого графа, когда каждый θ -класс образует в G независимое подмножество.

Теорема 1. Количество конгруэнций m -реберной цепи равно количеству эквивалентностей на m -элементном множестве.

В [1] обсуждалась следующая задача: для данного связного графа G найти цепь с минимальным возможным числом ребер $p(G)$, фактор-графом которой является граф G .

Теорема 2. Пусть G — связный граф. Тогда $p(G) = m + l - k$, где m — количество ребер графа G ; l — количество ребер в минимальном цепном паросочетании на множестве нечётных вершин графа G ; k — максимальная из длин цепей в таких паросочетаниях.

Подробное изложение представленных результатов можно найти в [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Карманова Е. О. О конгруэнциях цепей // Прикладная дискретная математика. 2011. № 2(12). С. 96–100.
2. Карманова Е. О. Конгруэнции цепей: некоторые комбинаторные свойства // Прикладная дискретная математика. 2012. № 2(12). С. 86–89.

УДК 519.17

О РЕБЕРНОЙ ИНТЕРВАЛЬНОЙ Δ -РАСКРАСКЕ¹

А. М. Магомедов

Входные данные к расписанию обработки устройств — заданий множества X — в системе устройств-процессоров Y представлены двудольным графом $G = (X, Y, E)$, где ребро (x, y) присутствует в множестве E тогда и только тогда, когда процессору y запланирована операция над заданием x .

Расписание работы устройств будем называть *непрерывным*, если каждое устройство работает без простоев с момента его включения до выключения.

Пусть n — число вершин, Δ — наибольшая степень вершины графа G (Δ служит нижней границей для длин непрерывных расписаний). Известно, что задача о существовании непрерывного расписания NP -полна (как и задача о существовании непрерывного расписания длины Δ); в ряде источников она формулируется как задача об интервальной рёберной раскраске [1, 2].

Двудольные графы $G = (X, Y, E)$ с небольшими значениями Δ и n , не допускающие интервальной раскраски, были построены следующими авторами: С. В. Севастьяновым ($\Delta = 21$, $n = 28$), М. Malafiejcki ($\Delta = 15$, $n = 19$), А. Hertz ($\Delta = 14$, $n = 23$), D. de Werra ($\Delta = 14$, $n = 21$), Р. Erdős ($\Delta = 13$, $n = 27$). Отметим, что ни один из этих графов не является бирегулярным.

Построен пример $(6, 3)$ -бирегулярного графа с $n = 33$, не обладающего интервальной рёберной раскраской в 6 цветов (в [3] доказана NP -полнота задачи об интервальной раскрашиваемости $(6, 3)$ -бирегулярного графа шестью цветами).

Теорема 1. Задача об интервальной рёберной раскраске Δ цветами остается NP -полной и для двудольных мультиграфов $G = (X, Y, E)$ с $|X| = 2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Асратян А. С., Камалян Р. Р. Интервальные раскраски рёбер мультиграфа // Прикладная математика. 1987. Вып. 5. Ереван: Изд-во Ереван. ун-та. С. 25–34.
2. Севастьянов С. В. Об интервальной раскрашиваемости рёбер двудольного графа // Методы дискретного анализа. 1990. Т. 50. С. 61–72.

¹Работа поддержана гос. заданием, проект № 01.1923.2011.