

программной реализации параллельной версии алгоритма на языке C++ с использованием интерфейса передачи данных MPI. Вычисления будут проводиться на суперкомпьютере Сибирского федерального университета.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Halt D., Eick B., and O'Brien E.* Handbook of computational group theory. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC Press, 2005.
2. *Кузнецов А. А., Шлёпкин А. К.* Сравнительный анализ бернсайдовых групп $B(2, 5)$ и $B_0(2, 5)$ // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2009. № 2. С. 125–132.

УДК 519.7

КОНВЕЙЕРИЗАЦИЯ КОМБИНАЦИОННЫХ СХЕМ

Ю. В. Поттосин, С. Н. Кардаш

Рассматривается вопрос повышения быстродействия устройства без памяти, преобразующего последовательность дискретных сигналов. Поставлена задача разбиения заданной многоуровневой комбинационной схемы на заданное число каскадов, на выходах которых должны быть поставлены регистры для обеспечения конвейерной обработки поступающих сигналов. Для решения этой задачи используется модель, основанная на представлении комбинационной схемы в виде ориентированного графа.

Ключевые слова: комбинационная схема, конвейеризация, ориентированный граф.

Повышению производительности систем обработки информации всегда уделялось большое внимание. Одним из способов повышения производительности является применение структуры конвейерного типа, который имеет ещё название «трубопровод» (перевод с англ. слова «pipeline») [1]. Подобную структуру образуют несколько независимых процессоров, соединённых между собой последовательно.

При построении систем цифровой обработки сигналов в режиме реального времени широкое распространение получил систолический принцип организации вычислений [2]. Информация в систолическом процессоре распространяется по конвейеру подобно тому, как пульсирует кровь при сокращении систолы сердца. В данной работе излагается попытка найти способ повышения быстродействия путем конвейеризации многоуровневой комбинационной схемы, построенной на основе СБИС.

В многоуровневой схеме устройства задержка складывается из задержек элементов самой длинной цепочки. Пусть на вход комбинационной схемы поступает последовательность p наборов двоичных сигналов. Если T — время задержки схемы, то период смены сигналов не может быть меньше T . Время реакции устройства на данную последовательность в этом случае не меньше pT . Разобьём схему на k каскадов $(C_1, C_2, \dots, C_k)$, и если τ_C — время задержки самого медленно действующего каскада, то $T \leq k\tau_C$. На выходы каждого каскада поставим элементы задержки (триггеры D), пропускающие сигналы с выходов каскада по сигналу синхронизации. Этот же сигнал синхронизации определяет период смены сигналов на входе устройства, который должен быть не меньше суммы двух задержек: задержки τ_C и задержки τ_D элемента D ($\tau_{\text{clock}} \geq \tau_C + \tau_D$). Теперь время реакции устройства на упомянутую последовательность равно $(k + p)\tau_{\text{clock}}$.

Нижняя граница длины p последовательности наборов двоичных сигналов на входе устройства, при которой имеет место ускорение обработки сигналов, определяется

неравенством $(k + p)\tau_{\text{clock}} < pT$. Учитывая нижнюю границу периода следования сигналов синхронизации τ_{clock} , получим

$$p > \frac{k\tau_{\text{clock}}}{T - \tau_{\text{clock}}} \geq \frac{k(\tau_C + \tau_D)}{T - \tau_C - \tau_D}.$$

Заданную схему требуется разбить на заданное число k каскадов, чтобы обеспечить по возможности максимальное быстродействие при описанном конвейерном режиме.

В качестве модели схемы используется бесконтурный орграф $G = (V, A)$. Его вершины из множества V представляют логические элементы и входные полюсы схемы, а дуги из множества A показывают направления сигналов от выходов одних элементов к входам других. Каждой вершине $v \in V$ приписан вес $\tau(v)$, представляющий задержку соответствующего элемента. Вершины, соответствующие входам схемы, имеют вес 0.

Сформируем последовательность слоев $L_1, L_2, \dots, L_m$, представляющую собой упорядоченное разбиение множества вершин V орграфа G с таким свойством, что если вершина v принадлежит полуокрестности исхода $N^+(u)$ вершины u , то эти вершины находятся в разных слоях и слой, содержащий вершину u , предшествует в этой последовательности слою с вершиной v (не обязательно непосредственно). Если длины путей от входов схемы к её выходам различны, то такое разбиение не является единственным. Следует выбрать такой вариант разбиения на слои, чтобы сумма весов всех слоев была по возможности минимальной. Под весом слоя понимаем максимум весов вершин, принадлежащих данному слою.

Можно выделить два типа вершин орграфа G . К одному типу отнесем вершины, которые лежат на самых длинных путях в орграфе G . Они строго распределяются по слоям и не могут менять своё положение. Их назовём *неподвижными*. Положение в слоях других вершин, которые назовём *подвижными*, можно менять в определённых пределах, скажем, от слоя L_l до слоя L_r ($l < r$). Эти пределы устанавливаются с помощью алгоритма, подобного алгоритму топологической сортировки [3].

Для окончательного распределения вершин по слоям так, чтобы сумма весов слоёв была по возможности минимальной, предлагается следующий способ. Удалив из орграфа G неподвижные вершины вместе с инцидентными им рёбрами, получим орграф H , в каждой компоненте которого выделим вершину с максимальным весом. Эту вершину поместим в один из допустимых для неё слоёв с максимальным весом. Границы положения вершин при этом изменятся и некоторые вершины из подвижных перейдут в неподвижные. Дальнейшее распределение по слоям можно вести для каждой компоненты орграфа H описанным способом.

Все пути в орграфе приводятся к единой длине путем добавления новых вершин с нулевым весом. Каждому из слоёв соответствует множество значений веса, приписанных вершинам, принадлежащим данному слою. Максимальное значение веса в слое представляет собой задержку прохождения сигнала в этом слое. Заданную комбинационную схему надо разбить на заданное число каскадов с минимизацией задержки в самом медленно действующем каскаде. Каждый каскад представляет собой упорядоченное множество слоёв.

Рассматриваемая задача теперь сводится к следующему. Дана последовательность положительных чисел $(a_1, a_2, \dots, a_n)$. Требуется её разбить на заданное число k отрезков $B_1, B_2, \dots, B_k$, где $B_i = (a_{n_{i-1}+1}, \dots, a_{n_i})$, $i = 1, 2, \dots, k$, $n_0 = 0$, $n_k = n$. При этом надо, чтобы величина $\max\{S_1, S_2, \dots, S_k\}$, где $S_i = a_{n_{i-1}+1} + \dots + a_{n_i}$, была по

возможности минимальной. Элементы B_i соответствуют каскадам в заданной схеме. Предлагается алгоритм получения решения данной задачи, близкого к оптимальному.

ЛИТЕРАТУРА

1. Казан Б. М., Каневский М. М. Цифровые вычислительные машины и системы. М.: Энергия, 1973.
2. Кухарев Г. А., Шмерко В. П., Зайцева Е. Н. Алгоритмы и систолические процессоры для обработки многозначных данных. Минск: Наука і техника, 1990.
3. Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ. Т. 1. Основные алгоритмы. М.: Мир, 1976.

УДК 519.7

АЛГОРИТМ ПОИСКА ЗАПРЕТОВ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ

Д. В. Рябоконь

Предложен алгоритм поиска запрета булевой функции, основанный на методе ветвей и границ и позволяющий находить некоторый запрет булевой функции, запрет минимальной длины или все запреты до заданной длины.

Ключевые слова: запрет булевой функции, граф де Брёйна.

Будем обозначать $P_2(n)$ множество всех булевых функций от n переменных.

Определение 1. Говорят, что булева функция $f \in P_2(n)$ имеет запрет $y_1 \dots y_m \in \{0, 1\}^m$, если система булевых уравнений

$$f(x_i, \dots, x_{n+i-1}) = y_i, \quad i = 1, \dots, m, \quad (1)$$

несовместна. Если для любых $m \in \mathbb{N}$ и $y_1 \dots y_m \in \{0, 1\}^m$ система (1) совместна, то функция f называется *функцией без запрета*.

Определение 2. Графом де Брёйна $G_n(f)$ функции $f \in P_2(n)$ называют граф, у которого вершины — это все булевы векторы длины $n - 1$, а дуги поставлены во взаимно однозначное соответствие всевозможным булевым векторам длины n так, что вектору $b_1 b_2 \dots b_n$ соответствует дуга, направленная от вершины $b_1 b_2 \dots b_{n-1}$ к вершине $b_2 b_3 \dots b_n$ и помеченная значением $f(b_1 b_2 \dots b_n)$.

Вершину графа $G_n(f)$ назовём *особой вершиной типа* $\delta \in \{0, 1\}$, если обе исходящие из неё дуги помечены значением δ . Будем говорить, что *вектор* $y_1 y_2 \dots y_n$ *является продолжением вектора* $x_1 x_2 \dots x_n$, если $y_1 \dots y_{n-1} = x_2 \dots x_n$.

Утверждение 1. В графе де Брёйна $G_n(f)$ функции $f \in P_2(n)$, $n > 1$, имеющей запрет, есть хотя бы одна особая вершина.

Доказательство. Среди всех запретов функции f выберем любой запрет минимальной длины m . Пусть это есть $e_1 \dots e_m$. Так как m — минимальная длина запрета, граф $G_n(f)$ является $(m - 1)$ -полным графом де Брёйна, т. е. для любой последовательности $y_1 \dots y_{m-1} \in \{0, 1\}^{m-1}$ существует путь, её несущий. Рассмотрим последовательность $e_1 \dots e_{m-1}$. Для неё в $G_n(f)$ есть несущий путь, пусть он оканчивается в вершине v . Так как $e_1 \dots e_m$ — запрет, из вершины v нет дуги, помеченной e_m , т. е. обе исходящие из v дуги имеют значение $\overline{e_m}$ и, следовательно, v — особая вершина. ■